

INVESTIGACIÓN OPERACIONAL



VOL. 41, NO. 5, 2020

ISSN 0257-4306

ÍNDICE

SPECIAL ISSUE ON MULTI-CRITERIA DECISION MAKING (MCDM) AND NEUTROSOPHIC TOOLS

INVITED EDITORS MOHAMED ABDEL-BASSET & FLORENTIN SMARANDACHE

PREFACE.....	i
APPLICATION OF NEUTROSOPHIC OFFSETS FOR DIGITAL IMAGE PROCESSING	
Smarandache, F.; M. A. Quiroz-Martínez; J. Estupiñán Ricardo; N. Batista Hernández; M. Y. Leyva Vázquez.....	603
ESTUDIO BASADO EN MODELOS MATEMÁTICOS SOBRE LA FORMACIÓN DE LAS COMPETENCIAS HUMANÍSTICAS DE ESTUDIANTES DE DERECHO EN UNIANDES ECUADOR	
Araujo Escobar, E.; J. Soxo Andachi; J. Sailema Armijos.....	612
DEMATEL NEUTROSÓFICO APLICADO AL ESTUDIO DE LOS FACTORES QUE INFLUYEN EN EL COMPROMISO EXTRA CONTRACTUAL DEL ESTADO ECUATORIANO	
Miranda Chávez, L.; O. F. Silva Montoya; D. V. Garcés Mayorga.....	622
EXTRACCIÓN DE CONOCIMIENTO A PARTIR DEL ANÁLISIS DE LOS DATOS EN EL PERÍODO 2013-2017 DEL MINISTERIO DE SALUD PÚBLICA EN ECUADOR	
Alejo Machado, O. J.; T. Tapia Bastidas; M. Y. Leyva Vázquez.....	629
DISCERNIMIENTO E INFERENCIA DE LA REINSERCIÓN SOCIAL EN ECUADOR, BASADA EN CONJUNTOS DE NÚMEROS DE 2-TUPLAS	
Cacuango Almeida, G.; J. Cadena Morillo; M. Carrillo Palacio.....	637
JUEGOS NEUTROSÓFICOS COMO HERRAMIENTA PARA LA MODELACIÓN DE SOLUCIÓN A CONFLICTOS INTERNACIONALES CONCERNIENTES A INVERSIONES (CIADI)	
Segundo Rosero Portilla ^{1*} , Milena Álvarez Tapia [*] , Diego Coka Flores	647
ANÁLISIS DE LA FIGURA, DESPIDO INTEMPESTIVO EN EL ORDENAMIENTO JURÍDICO DE ECUADOR, CON EL USO DE MAPAS COGNITIVOS DIFUSOS	
Sandoval Ortiz, M.; C. Grimaldo Lorente; M. Escobar Jácome.....	654
ESTUDIO DE REDES PARA IDENTIFICAR POSIBLES LÍDERES POLÍTICOS EN LA POBLACIÓN JOVEN DE SANTO DOMINGO DE LOS TSÁCHILAS, ECUADOR	
Prado Calderón, E. B.; S. B. Gallegos Gallegos; J. A. Pinto Rodríguez.....	665
APRECIACIÓN DE LA SITUACIÓN DE LA POBLACIÓN INMIGRANTE EN ECUADOR, BASADA EN MAPAS COGNITIVOS NEUTROSÓFICOS	
Robalino Villafuerte, J. L.; L. V. Rosillo Abarca; I. X. León Rodríguez.....	673

(CONTINUES IN THE BACK COVER)

EVALUACIÓN DE LA EMPRESA SOBRE EL CONTROL INTERNO APLICANDO AHP NEUTROSÓFICO	
Comas Rodríguez, R.; L. Campaña Muñoz; J. M. Beltrán Ayala.....	680
ESTUDIO DE LOS CRITERIOS DEL ESTRÉS LABORAL UTILIZANDO MAPAS COGNITIVOS	
Cacpata Calle, W.; G. F. Acurio Hidalgo; W. Paredes	
Navarrete.....	689
DETERMINACION DEL GRADO DE INFLUENCIA DE LOS FACTORES CLIMÁTICOS DE VULNERABILIDAD DEL SECTOR AGROPECUARIO CON TECNICAS NEUTROSÓFICAS	
Amat Abreu, M.; D. B. Ortega Tenezaca; J. J. Yaguar Mariño.....	699
SELECCIÓN DE PROYECTOS DE TECNOLOGÍA DE LA INFORMACIÓN EN ENTORNOS DE INDETERMINACIÓN	
Palma Rivera, D. P.; B. E. Villalta Jadan; E. J. Meza Pérez.....	706
EVALUACIÓN DEL LA RENTABILIDAD EN EL SUBSISTEMA DE OPERACIONES COMO CONTRIBUCION AL CONTROL INTERNO EMPRESARIAL	
Valenzuela Chicaiza, C.; P. Y. Carrera Cuesta; K. Pérez – Teruel; W. Arias Collaguazo.....	722
MODELO PARA LA RECOMENDACIÓN DE PRODUCTOS CÁRNICOS UTILIZANDO MÉTODO MULTICRITERIO CON EL EMPLEO DE SVN	
Jarrín López, W. B.; N. Silva Álvarez; M. Arévalo Haro	730
MANEJOS DE NUMEROS NEUTROSÓFICOS BASADOS EN EL CONSENSO PARA LA ELECCIÓN DE SERVICIOS DE COMPUTACIÓN EN LA NUBE	
Molina Chalacán, L. J.; A. Zúñiga Paredes; J. C. Albarracín Matute.....	740
NÚMEROS NEUTROSÓFICOS DE VALOR ÚNICO Y PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO PARA LA DISCRIMINACIÓN DE PROYECTOS	
Romero Fernández, A.; R. Meléndez Carballido; A. Andino Herrera.....	750
SISTEMA EXPERTO PARA EL RAZONAMIENTO JURIDICO BASADO EN CASOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN DELITOS PENALES EN ECUADOR	
Medina Riofrio, C. A.; E. Pino Andrade; J. A Rojas Cárdenas.....	761
SISTEMA DE APOYO A LA TOMA DE DECISIONES DURANTE LA GESTIÓN DE PROYECTOS BASADO EN MAPAS COGNITIVOS NEUTROSÓFICOS	
Al-subhi, S. H.; P. Piñero Pérez; R. García Vacacela; G. S. S. Mahdi; L- Alvarado Acuña.....	768
NEUTROSOPHIC CLINICAL DECISION SUPPORT SYSTEM FOR THE TREATMENT OF PREGNANT WOMEN WITH HEART DISEASES	
Al-subhi, S. H.; P. A. Román Rubio; P. Piñero Pérez; R. García Vacacela; G. S. S. Mahdi	780

PREFACE

In the rising trends of information technology, the concepts of uncertainty have started gaining greater importance with time in solving operational research problems in supply chain model, project management, transportation problem, or inventory control problems. Moreover, day-by-day competition is becoming tougher in imprecise environments. For instance, customer demand is often being affected by several varying factors like production price, income level, and the like. In these cases, the demand either remains unfulfilled or is difficult to obtain with certainty in the real-world market. Fuzzy sets are not always able to directly depict such uncertainties because they exhibit numeric only membership functions, whereas neutrosophic sets are found to be more suitable to accommodate inherent uncertainties. Neutrosophic Set is a Generalization of Intuitionistic Fuzzy Set, Inconsistent Intuitionistic Fuzzy Set (Picture Fuzzy Set, Ternary Fuzzy Set), Pythagorean Fuzzy Set (Atanassov's Intuitionistic Fuzzy Set of second type), q-Rung Orthopair Fuzzy Set, Spherical Fuzzy Set, and n-HyperSpherical Fuzzy Set, while Neutrosophication is a Generalization of Regret Theory, Grey System Theory, and Three-Ways Decision. These different uncertain systems can handle higher levels of uncertainty in more complex real world problems.

Neutrosophic sets and logic are gaining significant attention in solving many real life problems that involve uncertainty, impreciseness, vagueness, incompleteness, inconsistency, and indeterminacy. A number of new neutrosophic theories have been proposed and have been applied in computational intelligence, image processing, medical diagnosis, fault diagnosis, optimization design, and so on.

The main objective of this issue is to understand the applicability of Multi-Criteria Decision Making (MCDM) and neutrosophic theory in operations research and also to know the various types of Neutrosophic Optimization and Neutrosophic Mathematical Programming Models.

This special issue will explore the possibilities and advantages created by Multi-Criteria Decision Making (MCDM) and neutrosophic tools, through both the presentation of thorough research and case studies.

Mohamed Abdel-Basset & Florentin Smarandache

APPLICATION OF NEUTROSOPHIC OFFSETS FOR DIGITAL IMAGE PROCESSING

Florentin Smarandache*, Miguel A. Quiroz-Martínez**, Jesús Estupiñán Ricardo***, Noel Batista Hernández****, Maikel Y. Leyva Vázquez²

*Math & Science Department, University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA

**Universidad Politécnica Salesiana, Carrera de Ingeniería en Sistema, Guayaquil, Guayas, Ecuador

***Universidad Regional Autónoma de los Andes. (UNIANDES), Sede Babahoyo, Los Ríos, Ecuador.

****Universidad de Guayaquil, Guayas, Ecuador

*****Universidad Politécnica Salesiana, Carrera de Ingeniería en Sistema / Instituto Superior Tecnológico Bolivariano de Tecnología, Guayaquil, Guayas, Ecuador

ABSTRACT

Neutrosophic offsets are neutrosophic sets whose truth-values lie outside the interval $[0, 1]$. Uninorms are aggregation operators defined in fuzzy logic to generalize t-norms and t-conorms. They satisfy the axioms of symmetry, associativity, monotony and the existence of a neutral element. Fuzzy uninorms have been generalized to intuitionistic fuzzy sets, neutrosophic sets, and neutrosophic offsets, which are called offuninorms in the latter case. This paper aims to demonstrate that offsets and offuninorms can be used in digital image processing, especially for image segmentation and edge detection, moreover algorithms and examples are also provided.

KEYWORDS: neutrosophic set, neutrosophic offset, uninorm, offuninorm, digital image processing.

MSC: 03B60, 03B80, 68U10.

RESUMEN

Los offsets neutrosóficos son conjuntos neutrosóficos cuyos valores de verdad se encuentran fuera del intervalo $[0, 1]$. Los uninorms son operadores de agregación definidos en lógica difusa para generalizar las t-normas y las t-conormas. Satisfacen los axiomas de simetría, asociatividad, monotonía y la existencia de un elemento neutro. Las uninormas difusas se han generalizado a conjuntos difusos intuicionistas, conjuntos neutrosóficos y offsets neutrosóficos, que en este último caso se denominan offuninormas. Este trabajo pretende demostrar que los offsets y offuninormas pueden ser utilizados en el procesamiento digital de imágenes, especialmente para la segmentación de imágenes y la detección de bordes, además se proporcionan algoritmos y ejemplos.

PALABRAS CLAVE: conjunto neutrosófico, offset neutrosófico, uninorma, offuninorm, procesamiento digital de imágenes

1. INTRODUCTION

According to [19] "Image processing is a science that reveals information about images. Enhancing an image is necessary to perfect the appearance or to highlight some aspect of the information contained in it. Whenever an image is converted from one form to another, for example, acquired, copied, scanned, digitized, transmitted, displayed, printed or compressed, many types of noise or noise-like degradations may occur. For example, when an analog image is digitized, the resulting digital image contains quantization noise; when an image is half-toned for printing, the resulting binary image contains half-tone noise; when an image is transmitted through a communication channel, the received image contains channel noise; when an image is compressed, the decompressed image contains compression errors. Therefore, an important issue is the development of image enhancement algorithms that eliminate (soften) noise artifacts, while retaining the structure of the image."

In this investigation, operators defined in the neutrosophic theory will be applied for digital image processing. Neutrosophy is the branch of philosophy that studies everything related to neutralities, see [10] [15] [16]. In mathematics, it is a generalization of other theories such as fuzzy logic, fuzzy intuitionist logic, among others. For the first time it includes an indeterminacy membership function, in addition to the membership function and the non-membership function, where any of them can be independent of the rest. Indeterminacy models the contradictions, inconsistencies and ignorance of information or knowledge.

² Email: mleyva@ups.edu.ec

Then the author FlorentinSmarandache himself defines for the first time the neutrosophic offsets, which are neutrosophic sets, whose truth values may lie outside the interval $[0, 1]$. A practical example to explain the usefulness of this theory appears in [17], as set out below.

Assuming we want to study the performance of a group of workers of a certain company, taking into account the number of weekly work hours, then, the set of good workers of the company is defined by the hours worked; then to any worker who fulfills all of his work hours with quality would be assigned a truth-value of 1 of membership to such a group, the worker who did not attend at any time is assigned a truth-value of 0, while the rest is assigned a value in the interval $(0, 1)$, depending on their assistance. However, employees who worked overtime with higher quality than the rest, should have a membership value greater than 1, and those without any assistance and that also caused damage to the company, should have a negative membership value.

This new type of sets has logical operators such as negation, conjunction, disjunction, among others. This leads to the definition of offnegations, offnorms and offconorms.

A very useful aggregation operator is the uninorm, which in fuzzy logic generalizes the idea of t-norm and tconorm, see [1]. A uninorm is an aggregation operator that satisfies the axioms of symmetry, associativity, monotony and the existence of a neutral element. In the case of t-norms the neutral element is 1, while in tconorms it is 0.

Uninorms have had great applications in different fields, such as decision-making, as an activation function in artificial neural networks ([18]), among others, including digital image processing, see [4] [7]. They have been generalized to other logics such as Atanassov's fuzzy intuitionist logic ([2]), or the neutrosophic logic ([6]) and the Smarandache's offlogic, in the latter case it was called offuninorm when it includes offsets, see [5].

Offuninorms were defined for the first time in [5], with the objective of having an aggregation operator for the neutrosophic offsets. However, the authors of the article described some approaches to the idea of a fuzzy uninorm where intervals outside $[0, 1]$ were admitted, which means that the association between uninorm and offset is very natural, see [1] [18]. These concepts are also linked to the Prospector operator used in the famous MYCIN medical expert system ([13]). Additionally, it is demonstrated that the calculation with offsets is simpler and equal or more interpretable than the use of fuzzy sets.

The aim of this article is to demonstrate that offsets and offnorms can be used as filters in digital image processing. For this purpose, some filters based on these concepts are proposed and the use of this tool for segmenting images ([8]) and for edge detection ([9] [11]) are illustrated with some examples.

This paper is structured as follows: Section 2 Materials and Methods, contains the main definitions from neutrosophic offsets to neutrosophic offuninorms. Section 3 is dedicated to algorithmization and illustration with examples of the use of neutrosophic offsets and offnorms as filters in digital image processing. The article ends with section 4 conclusions.

2. MATERIALS AND METHODS

This section describes the main concepts required to understand this article, which are formally defined below.

Definition 1. ([10]) Let X be a universe of discourse. A *Neutrosophic Set* (NS) is characterized by three membership functions, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, which satisfy the condition $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^{+}$ for all $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ and $v_A(x)$ denote the functions of truthfulness, indeterminacy and falseness membership of x in A , respectively, and their images are standard or non-standard subsets of $]^{-0}, 1^{+}[$.

Single-Value- Neutrosophic Sets, which are defined below, were created in order to apply the NS to nonphilosophical problems.

Definition 2. ([10]) Let X be a universe of discourse. A *Single-Value-Neutrosophic-Set* (SVNS) A over X is an object defined as follows:

$$A = \{ \langle x, u_A(x), r_A(x), v_A(x) : x \in () \quad () \quad () \rangle \mid x \in X \} \quad (1)$$

Where $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfy the condition $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ for all $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ and $v_A(x)$ denote the membership functions of truthfulness, indeterminacy and falseness of x in A , respectively. For the sake of convenience, a *Single-Value-Neutrosophic Number* (SVNN) will be represented as $A = (a, b, c)$, where $a, b, c \in [0, 1]$ and that satisfies $0 \leq a + b + c \leq 3$.

Definition 3. Let X be a universe of discourse and the neutrosophic set $A_1 \subseteq X$. Let $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ be the membership, indeterminacy and non-membership functions, respectively, of a generic element $x \in X$, with regard to the neutrosophic set A_1 :

$T, I, F: X \rightarrow [0, \infty]$, where $\infty > 1$ is called an *overlimit*, $T(x), I(x), F(x) \in [0, \infty]$. A *Single-Value-Overset* A_1 is defined as $A_1 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in X\}$, such that there is at least one element in A_1 that contains at least a neutrosophic component greater than 1, and does not contain any element with components less than 0, see [17].

Definition 4. Let X be a universe of discourse and the neutrosophic set $A_2 \subseteq X$. Let $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ be the membership, indeterminacy and non-membership functions, respectively, of a generic element $x \in X$, with regard to a neutrosophic set A_2 :

$T, I, F: X \rightarrow [\infty, 1]$, where $\infty < 0$ is called an *underlimit*, $T(x), I(x), F(x) \in [\infty, 1]$. A *Single-Value-Underset* A_2 is defined as: $A_2 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in X\}$, such that there is at least one element in A_2 which contains at least one neutrosophic component that is less than 0, and does not contain any element with components greater than 1, see [17].

Definition 5. Let X be a universe of discourse and the neutrosophic set $A_3 \subseteq X$. Let $T(x)$, $I(x)$, $F(x)$ be the membership, indeterminacy and non-membership functions, respectively, of a generic element $x \in X$, with regard to a neutrosophic set A_3 :

$T, I, F: X \rightarrow [\infty, \infty]$, where $\infty < 0 < 1 < \infty$, ∞ is called an *underlimit*, while ∞ is called an *overlimit*, $T(x), I(x), F(x) \in [\infty, \infty]$. A *Single-Value-Offset* A_3 is defined as: $A_3 = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in X\}$, such that there is at least one element in A_3 which contains a neutrosophic component greater than 1, and contains another neutrosophic component that is less than 0, see [17].

Let X be a universe of discourse, $A = \{(x, \langle T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle), x \in X\}$ and

$B = \{(x, \langle T_B(x), I_B(x), F_B(x) \rangle), x \in X\}$ are two single value oversets /undersets / offsets.

$T_A, I_A, F_A, T_B, I_B, F_B: X \rightarrow [\infty, \infty]$, where $\infty \in 0 < 1 < \infty$, ∞ is an underlimit, while ∞ is the overlimit, $T_A(x), I_A(x), F_A(x), T_B(x), I_B(x), F_B(x) \in [\infty, \infty]$. Note that in this definition, all three possible cases are taken into account: overset $\infty = 0$ and $\infty > 1$, underset when $\infty < 0$ and $\infty = 1$, and offset when $\infty < 0$ and $\infty > 1$.

Then, the main operations on these sets are defined as follows:

$A \cup B = \{(x, \langle \max(T_A(x), T_B(x)), \min(I_A(x), I_B(x)), \min(F_A(x), F_B(x)) \rangle), x \in X\}$ is the union.

$A \cap B = \{(x, \langle \min(T_A(x), T_B(x)), \max(I_A(x), I_B(x)), \max(F_A(x), F_B(x)) \rangle), x \in X\}$ is the intersection,

$C(A) = \{(x, \langle F_A(x), \Psi + \Omega - I_A(x), T_A(x) \rangle), x \in X\}$ is the neutrosophic complement of the overset / underset / offset.

Definition 6. Let c be a neutrosophic component (T_0, I_0 o F_0). $c: M_0 \rightarrow [\infty, \infty]$, where $\infty \in 0$ and $\infty \in 1$. The neutrosophic component *n-offnorm* $N_0^n: [\infty, \infty]^2 \rightarrow [\infty, \infty]$ satisfies the following conditions for any elements $x, y, z \in M_0$:

- i. $N_0^n(c(x), \infty) = \infty, N_0^n(c(x), \Psi) = c(x)$ (Over-boundary conditions),
- ii. $N_0^n(c(x), c(y)) = N_0^n(c(y), c(x))$ (Commutativity),
- iii. If $c(x) \leq c(y)$ then $N_0^n(c(x), c(z)) \leq N_0^n(c(y), c(z))$ (Monotony),
- iv. $N_0^n(N_0^n(c(x), c(y)), c(z)) = N_0^n(c(x), N_0^n(c(y), c(z)))$ (Associativity).

Definition 7. Let c be a neutrosophic component (T_0, I_0 o F_0). $c: M_0 \rightarrow [\infty, \infty]$, where $\infty \in 0$ and $\infty \in 1$. The neutrosophic component *n-offconorm* $N_0^{co}: [\infty, \infty]^2 \rightarrow [\infty, \infty]$ satisfies the following conditions for any elements $x, y, z \in M_0$:

- i. $N_0^{co}(c(x), \Omega) = \Omega, N_0^{co}(c(x), \Psi) = c(x)$ (Over-boundary conditions),
- ii. $N_0^{co}(c(x), c(y)) = N_0^{co}(c(y), c(x))$ (Commutativity),
- iii. If $c(x) \leq c(y)$ then $N_0^{co}(c(x), c(z)) \leq N_0^{co}(c(y), c(z))$ (Monotony),
- iv. $N_0^{co}(N_0^{co}(c(x), c(y)), c(z)) = N_0^{co}(c(x), N_0^{co}(c(y), c(z)))$ (Associativity).

Example 1. An example of offAND/offOR pair is,
 $c(x) \overset{\wedge}{\underset{ZO}{c}}(y) = \min(c(x), c(y))$ and $c(x) \overset{\vee}{\underset{ZO}{c}}(y) = \max(c(x), c(y))$, respectively.

Example 2. An offAND/offOR pair is,
 $c(x) \overset{\wedge}{\underset{LO}{c}}(y) = \max(\Psi, c(x) + c(y) - \Omega)$ and $c(x) \overset{\vee}{\underset{LO}{c}}(y) = \min(\Omega, c(x) + c(y))$, respectively.

Definition 8. ([5]) Let c be a neutrosophic component (T_O, I_O o F_O). $c: M_O \rightarrow [\square, \square]$, where $\square \in [0, 1]$ and $\square \in [0, 1]$. The neutrosophic component n -offuninorm $N_O^u: [\square, \square]^2 \rightarrow [\square, \square]$ satisfies the following conditions for any elements $x, y, z \in M_O$:

- i. There is a $c(e) \in M_O$, such that $N_O^u(c(x), c(e)) = c(x)$ (Identity),
- ii. $N_O^u(c(x), c(y)) = N_O^u(c(y), c(x))$ (Commutativity),
- iii. If $c(x) \leq c(y)$ then $N_O^u(c(x), c(z)) \leq N_O^u(c(y), c(z))$ (Monotony),
- iv. $N_O^u(N_O^u(c(x), c(y)), c(z)) = N_O^u(c(x), N_O^u(c(y), c(z)))$ (Associativity).

Example 3. Two examples of n -offuninorms components are defined as follows:

$$U_{ZC}(c(x), c(y)) = \begin{cases} {}^{-1}_1 \left({}^1_1(c(x)) \overset{\wedge}{\underset{ZO}{c}}_1(c(y)) \right), & \text{if } c(x), c(y) \in [\square, c(e)]_1 \\ {}^{-1}_2 \left({}^2_2(c(x)) \overset{\vee}{\underset{ZO}{c}}_2(c(y)) \right), & \text{if } c(x), c(y) \in [c(e), \square]_2 \\ \min(c(x), c(y)), & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$U_{ZD}(c(x), c(y)) = \begin{cases} {}^{-1}_1 \left({}^1_1(c(x)) \overset{\wedge}{\underset{ZO}{c}}_1(c(y)) \right), & \text{if } c(x), c(y) \in [\square, c(e)] \\ {}^{-1}_2 \left({}^2_2(c(x)) \overset{\vee}{\underset{ZO}{c}}_2(c(y)) \right), & \text{if } c(x), c(y) \in [c(e), \square] \\ \max(c(x), c(y)), & \text{otherwise} \end{cases}$$

Where $\overset{\wedge}{\underset{ZO}{c}}$ and $\overset{\vee}{\underset{ZO}{c}}$ were defined in Example 1; $c(e) \in [\square, \square]$.

For $\varphi_1: [\Psi, c(e)] \rightarrow [\Psi, \Omega]$, $\varphi_1^{-1}: [\Psi, \Omega] \rightarrow [\Psi, c(e)]$, $\varphi_2: [c(e), \Omega] \rightarrow [\Psi, \Omega]$ and $\varphi_2^{-1}: [\Psi, \Omega] \rightarrow [c(e), \square]$ defined in Equations 2, 3, 4 and 5, respectively.

$${}^1_1(c(x)) = \left(\frac{\Omega - \Psi}{c(e) - \Psi} \right) (c(x) - \Psi) + \Psi \quad (2)$$

$$(3) \quad {}^{-1}_1(c(x)) = \left(\frac{c(e) - \Psi}{\Omega - \Psi} \right) (c(x) - \Psi) + \Psi$$

$${}^2_2(c(x)) = \left(\frac{\Omega - \Psi}{\Omega - c(e)} \right) (c(x) - c(e)) + \Psi \quad (4)$$

$${}^{-1}_2(c(x)) = \left(\frac{c(e) - \Psi}{\Omega - \Psi} \right) (c(x) - \Psi) + c(e) \quad (5)$$

In [5] there are more offuninorms examples and ways to obtain them. Since images are studied in this article, which are basically represented through matrixes containing integer values between 0 and 255, then the offuninorm defined from Silvert's fuzzy uninorm will be used, see [14] and Equation 6:

$$u_\lambda(x, y) = \frac{\lambda xy}{(6)}, \text{ if } (x, y) \in [0, 1]^2 \setminus \{(0, 1), (1, 0)\} = \begin{cases} \lambda xy + (1-x)(1-y) & , \\ 0, & \text{in another case} \end{cases}$$

For $\lambda > 0$ and $e_\lambda = \frac{1}{\lambda+1}$.

From Equation 6, the offuninorm is defined as shown in Equation 7:

$$\tilde{N}_0^u(c_o(x), c_o(y)) = \varphi_3^{-1} \left(u_\lambda \left(\varphi_3(c_o(x)), \varphi_3(c_o(y)) \right) \right) \quad (7)$$

Where $\varphi_3: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ and its inverse $\varphi_3^{-1}: [0, 1] \rightarrow [\Psi, \Omega]$ are expressed in equations 8 and 9, respectively.

$$\varphi_3(c(x)) = \frac{c(x) - \Psi}{\Omega - \Psi} \quad (8)$$

$$\varphi_3^{-1}(c(x)) = (\quad)c(x) + \quad (9)$$

While $c_o(x)$ is a neutrosophic component of n-offuninorm.

In particular, $\square\square = 0$ and $\square = 255$ will be set. The parameter $\square$ will be set taking into account that the neutral element of the offnorm defined in Equation 7, is calculated by $e_o = \varphi_3^{-1}(e_\lambda) = \varphi_3^{-1}\left(\frac{1}{\lambda+1}\right)$. Let us note that in this case it is approached with oversets instead of offsets, however, they will still be called offsets because it is not discarded that in some cases it might be useful to apply truth values less than 0.

3. RESULTS

In this section, the proposed algorithms will be described and the results of the processing performed on several images will be given. To carry out the experiments, the algorithms were coded in Octave 4.2.1, which is a free software for mathematical calculations, similar to MATLAB, see [3].

We will start by describing the neutrosophic offset segmentation:

Neutrosophic offset segmentation algorithm

1. The image is converted to a gray tones image. Therefore, a single matrix of dimension $n \times m$ is obtained, whose elements are integer values from 0 to 255. Each pixel will be denoted by $P(i,j)$ to represent its value in row i , column j of the matrix; $1 \leq i \leq n$ and $1 \leq j \leq m$.
2. Each $P(i, j)$ is taken to the neutrosophic domain containing a triplet of elements corresponding to the truthfulness, indeterminacy and falsehood that is a white pixel. This is denoted by $P_{NS}(i,j) = (T(i,j), I(i,j), F(i,j))$. In order to do so, the following formulas are used:

$$T(i,j) = AM\{P(k,l): \max\{i-1, 0\} \leq k, l \leq \min\{i+1, 255\}\} \quad (10)$$

AM denotes the arithmetic mean.

$$I(i,j) = |P(i,j) - T(i,j)| \quad (11)$$

$$F(i,j) = 255 - T(i,j) \quad (12)$$

3. A threshold value U is set, such that the following formula is defined:

$$\bar{T}(i,j) = \begin{cases} T(i,j) & \text{si } I(i,j) < U \\ \bar{T}_p(i,j) & \text{si } I(i,j) \geq U \end{cases} \quad (13)$$

$$\bar{T}_p(i,j) = AM\{T(k,l): \max\{i-1, 0\} \leq k, l \leq \min\{i+1, 255\}\} \quad \text{Where } .$$

Thus, a new image with values equal to $\bar{T}(i,j)$ is obtained.

4. k-means algorithm is applied to classify each of the values of the new image with $k=3$ as it minimum value.
5. Finish.

Next, we apply this algorithm on three original images without noise and on two copies of each one of them, to which two different levels of salt and pepper noise were incorporated, the results can be seen in Figures 1, 2 and 3.

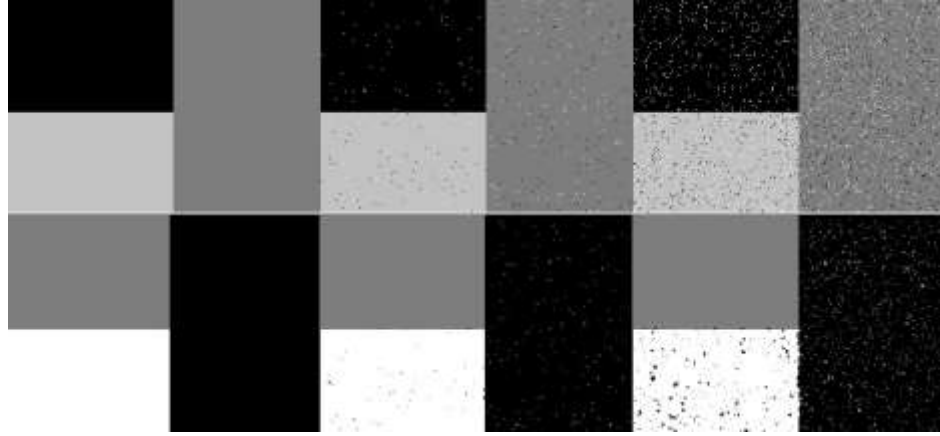


Figure 1. Segmentation of a geometric image using the neutrosophic offset segmentation algorithm. From left to right, at the top, it goes from image without noise to image with most noise. In the lower part the result of the segmentation of the upper images.

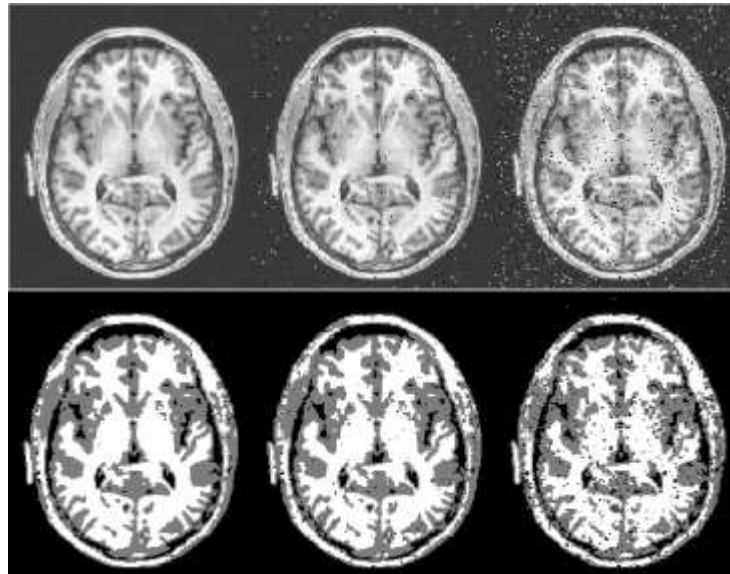


Figure 2. Segmentation of an image of the brain by means of the neutrosophic offset segmentation algorithm. From left to right, at the top, it goes from image without noise to image with most noise. In the lower part the result of the segmentation of the upper images.

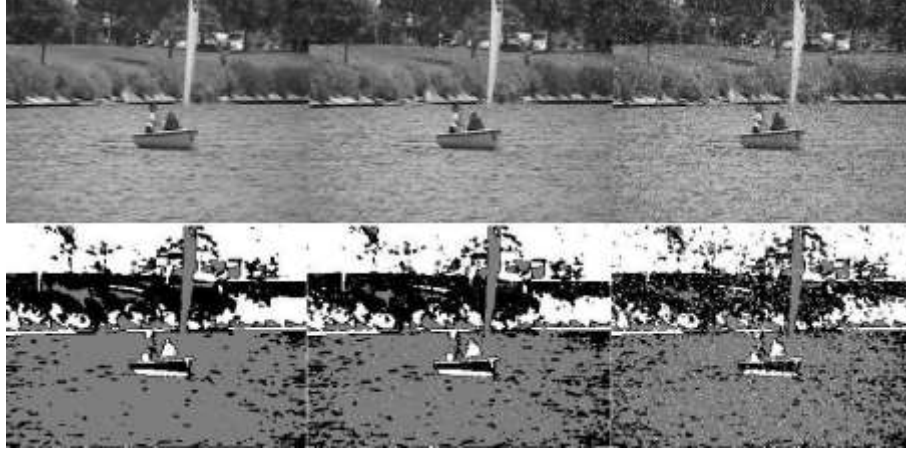


Figure 3. Segmentation of a landscape image using the segmentation neutrosophic offset algorithm. From left to right, at the top, it goes from image without noise to image with most noise. In the lower part we can see the result of the segmentation of the upper images.

Below is the description for the edges detection algorithm based on offuninorms.

Neutrophic Offset Edge Detection Algorithm

1. The image is converted to a gray tones image. Therefore, a single matrix of dimension $n \times m$ is obtained, whose elements are integer values from 0 to 255. Each pixel is denoted by $P(i, j)$ to represent its value in row i , column j of the matrix; $1 \leq i \leq n$ and $1 \leq j \leq m$.
2. The image is softened and a method to eliminate noise is applied, see for example [12]. In this article the image is obtained after replacing each $P(i, j)$ with $T(i, j)$ according to formula 10.
3. The values defined by each $P(i, j)$ equal to $V_1 = \square P(i-1, j-1) - P(i+1, j-1) \square$, $V_2 = \square P(i-1, j) - P(i+1, j) \square$, $V_3 = \square P(i-1, j+1) - P(i+1, j+1) \square$, $H_1 = \square P(i-1, j-1) - P(i-1, j+1) \square$, $H_2 = \square P(i, j-1) - P(i, j+1) \square$ and $H_3 = \square P(i+1, j-1) - P(i+1, j+1) \square$ are obtained.
4. A component of the neutrosophic offuninorm is calculated according to Equation 7:

$$(i, j) = \tilde{N}_0^u(\{V_1, V_2, V_3\}) \quad (i, j) = \tilde{N}_0^u(\{H_1, H_2, H_3\}) \quad U_V \quad \text{and} \quad U_H.$$
In this investigation we set $\square = 0$, $\square = 255$ and $\square = 25$.

$$U_T(i, j) = \tilde{N}_0^u(U_V(i, j), U_H(i, j))$$
is calculated. In this case we set parameter $\square = 1$.
5. Two threshold values U_1 and U_2 are set, such that $U_1 < U_2$; and the pixels are classified as follows:
 - 5.1. If $U_T(i, j) < U_1$ then $P(i, j)$ is considered as part of a region.
 - 5.2. If $U_T(i, j) > U_2$ then $P(i, j)$ is considered as part of an edge.
 - 5.3. If $U_1 \leq U_T(i, j) \leq U_2$ then the pixel is considered to be indeterminate. In this case it is classified as an edge if it has at least one neighbor classified as an edge, otherwise it is considered a region. See [11] for more details on the determination of both thresholds.
6. The obtained image becomes binary, that is, the pixel classified as border is given a black tone and a white tone for region pixels.
7. Edge lines are thinned with algorithms designed for that purpose.
8. Finish.

The previous algorithm was applied to two images, as can be seen in Figure 4.

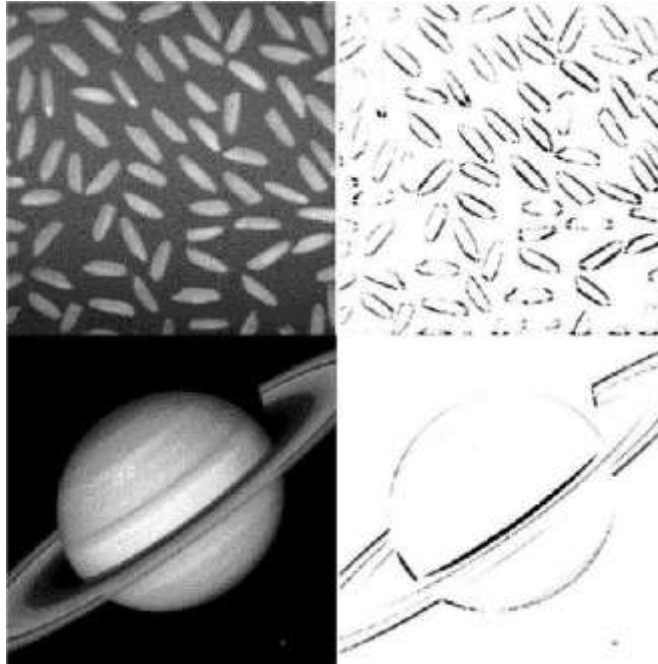


Figure 4. Edge detection with neutrosophic offset edge detection algorithm. On the left the original images appear, on the right we see images of objects with detected edges.

When applying the algorithm, it was not necessary to apply steps 5, 6 and 7, because the images were obtained in binary form and the lines were sufficiently thin.

4. CONCLUSIONS

In this paper, two algorithms based on offsets were proposed. The first one is based on neutrosophic offsets for image segmentation. The second one uses a neutrosophic offuninorms for edge detection. An advantage of both algorithms is the use of offsets, which simplifies the calculations since normalization is not necessary because the interval of definition may exceed the classic $[0, 1]$. Examples of segmentation and edge detection of several images were offered and the results were visually acceptable. In the case of edge detection, in the experiments carried out, the algorithm executes the binarization of the image and the thinning of the edges without the need to use additional algorithms. In both algorithms the noise of salt and pepper artificially introduced by the authors to the original images was reduced.

**RECEIVED: DECEMBER
2019. REVISED:
FEBRUARY, 2020.**

REFERENCES

- [1] DE BAETS, B. and FODOR, J. (1999):Van Melle's combining function in MYCIN is a representable uninorm: An alternative proof. **Fuzzy Sets and Systems**,104, 133-136.
- [2] DESCHRIJVER, G. and KERRE, E.E. (2004):Uninorms in L^* -fuzzy set theory. **Fuzzy Sets and Systems**, 148, 243-262.
- [3] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. and WEHBRING, R. (2017):**GNU Octave: A highlevel interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [4] FODOR, J., RUDAS, I. J. and BEDE, B. (2006):Uninorms and absorbing norms with applications to Image Processing. In: Proceedings of the 4th **Serbian-Hungarian Joint Symposium on Intelligent Systems, SISY, Subotica, Serbia**, Septiembre 29-30, 59-72.

- [5] GONZÁLEZ, E., SMARANDACHE, F. and LEYVA Vázquez, M. (2019): On Neutrosophic Offuninorms. **Symmetry**,11, 1136-1160.
- [6] GONZÁLEZ, E., LEYVA, M. and SMARANDACHE, F. On Neutrosophic Uninorms. **Neutrosophic Sets and Systems** (Under review).
- [7] GONZÁLEZ HIDALGO, M., MASSANET, S., MIR, A. and RUIZ AGUILERA, D. (2014): A new edge detector based on uninorms. In: **International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems**, 184-193, Springer, Cham.
- [8] GUO, Y. and CHENG, H. D. (2009): New neutrosophic approach to image segmentation. **Pattern Recognition**, 42, 587-595.
- [9] JIN YU, Z., YAN, C. and XIAN XIANG, H. (2009): Edge detection of images based on improved Sobel operator and genetic algorithms. In **2009 International Conference on Image Analysis and Signal Processing**, 31-35, IEEE.
- [10] LEYVA VÁZQUEZ, M. and SMARANDACHE, F. (2018): **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [11] MEDINA CARNICER, R., CARMONA POYATO, A., MUÑOZ SALINAS, R. and MADRID CUEVAS, F. J. (2009): Determining hysteresis thresholds for edge detection by combining the advantages and disadvantages of thresholding methods. **IEEE transactions on image processing**,19, 165-173.
- [12] MOHAN, J., CHANDRA, A. T. S., KRISHNAVENI, V. and GUO, Y. (2012): Evaluation of neutrosophic set approach filtering technique for image denoising. **The International Journal of Multimedia & Its Applications**, 4, 73-81.
- [13] SHORTLIFFE, E.H. (1976): **Computer-Based Medical Consultations: MYCIN**, Elsevier: New York, USA.
- [14] SILVERT, W. (1979): Symmetric Summation: A Class of Operations on Fuzzy Sets. **IEEE Transactions, Systems, Man and Cybernetics**, 9, 657-659.
- [15] SMARANDACHE, F. (2002):**Neutrosophy, a new Branch of Philosophy**. Infinite Study.
- [16] SMARANDACHE, F. (2005): **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, Infinite Study.
- [17] SMARANDACHE, F. (2016): **Neutrosophic Overset, Neutrosophic Underset, and Neutrosophic Offset: Similarly for Neutrosophic Over-/Under-/Off- Logic, Probability, and Statistics**; Pons Editions: Brussels, Belgium.
- [18] TSADIRAS, A.K. and MARGARITIS, K.G. (1998): The MYCIN certainty factor handling function as uninorm operator and its use as a threshold function in artificial neurons. **Fuzzy Sets and Systems**, 93, 263-274.
- [19] WEI, D. and BOVIK, A. C. (2000):**Wavelet Denoising for Image Enhancement**. In: **Handbook of Image and Video Processing**, Academic Press, San Diego, Estados Unidos.

ESTUDIO BASADO EN MODELOS MATEMÁTICOS SOBRE LA FORMACIÓN DE LAS COMPETENCIAS HUMANÍSTICAS DE ESTUDIANTES DE DERECHO EN UNIANDES ECUADOR

Esperanza Araujo Escobar^{1*}, Jorge Soxo Andachi*, Juan Sailema Armijos* *Universidad Regional Autónoma de Los Andes, Puyo, Pastaza, Ecuador.

ABSTRACT

Humanistic training in legal professionals is essential for the good performance of the future specialist in this profession. This training should begin from the student's phase. The present paper aims to study the situation of the competences on the humanistic subjects in the students of the legal career of the Autonomous Regional University of the Andes, extension Santo Domingo, additionally to select alternatives to increase the quality in this aspect. To do this, a survey applied to students was statistically evaluated and a group of experts assessed and ordered, according to their importance, possible alternatives to improve humanistic education. They decided to use the technique called Neutrosophic TOPSIS. This method is used in the framework of neutrosophy, which incorporates the uncertainty and imprecision to the Multicriteria Decision, in the form of three membership functions, one of truthfulness, another of indeterminacy and the third one of falsity.

KEYWORDS: humanistic formation, teaching of law, Neutrosophic TOPSIS, multi-criteria decision making, statistical inference.

MSC: 97M20, 62C86, 62P25

RESUMEN

La formación humanística en los profesionales del derecho es esencial para el buen desempeño del futuro especialista de esta profesión. Esta formación se debe ir fomentando desde la época de estudiante. El presente artículo tiene como objetivos estudiar la situación de las competencias en las materias humanísticas en los estudiantes de la carrera de derecho de la Universidad Regional Autónoma de los Andes, extensión Santo Domingo, además de seleccionar alternativas para aumentar la calidad en este aspecto. Para ello se evaluó estadísticamente una encuesta aplicada a los estudiantes y un grupo de expertos valoró y ordenó según su importancia alternativas posibles para perfeccionar la formación humanística. Se decidió utilizar la técnica llamada TOPSIS neutrosófica. Este método se utiliza en el marco de la neutrosofía, donde se incorpora la incertidumbre y la imprecisión de la Decisión Multicriterio, en forma de tres funciones de pertenencia, una de veracidad, otra de indeterminación y la tercera de falsedad.

PALABRAS CLAVES: formación humanística, enseñanza de derecho, TOPSIS Neutrosófico, decisión multicriterio, inferencia estadística.

1. INTRODUCCIÓN

La formación de un profesional altamente calificado, ha sido más que una aspiración, un reto y uno de los objetivos centrales de todo proceso de desarrollo en la educación universitaria, sin embargo los acelerados avances de la ciencia y la técnica, unido a otros factores socioeconómicos y políticos han ido provocando un desplazamiento paulatino de la formación clásica hacia la formación por competencias, cada vez más enfocada en el desarrollo y adquisición de conocimientos profesionales, en detrimento del sentido humanístico y la indispensable formación integral de los seres humanos.

La formación humanística de la educación superior ha de estar enfocada hacia una formación integral, donde el perfil técnico de cada profesión lleve implícito el desarrollo de los valores éticos y morales inherentes al ser humano, que posibilite el egreso de profesionales dotados de un alto sentido humanista, con un punto de vista amplio en correspondencia a la diversidad pluricultural, multiétnica y multilingüe de cada región o país determinado, véase [9].

¹

up.esperanzaaraujo@uniandes.edu.ec

El análisis bibliográfico realizado hizo posible el acercamiento a diferentes estudios, que desde perspectivas comunes, abarcan como centro la formación humanística en la educación superior. Entre estos se encuentra, Ramos véase [4], a partir de su análisis sobre la necesidad de desplazar la unilateralidad y parcialidad en la preparación del profesional universitario, en beneficio de la integralidad requerida en estos tiempos, análisis este que nos acerca a las necesidades más reales y contextualizadas de todo proceso de formación universitaria y su indispensable transformación desde una perspectiva dual, que propicie la interiorización de su importancia primeramente en los docentes universitarios, pues son estos los encargados de viabilizar el fomento de esta temática en el proceso docente educativo de la universidad ecuatoriana, véase [5].

Resulta preciso mencionar entre otros a Zapata en [14], que plantea la necesidad de realizar transformaciones en las diferentes vías de acceso a la construcción, producción, transmisión y distribución del conocimiento, en plena correspondencia al llamado realizado por la UNESCO ([10][11][12]) a las instituciones de educación superior y en particular las universidades, sobre la responsabilidad de llevar a cabo la revolución del pensamiento, como vía fundamental para impulsar el resto de las necesarias transformaciones.

Por otra parte, y en correspondencia a lo anteriormente planteado, cabe destacar la posición asumida por Uribe en [13], quien fundamenta su trabajo en la necesidad de incluir en la educación superior los estudios humanísticos, pero a partir de la Filosofía, de forma tal que esta no quede solo en el campo de lo meramente especializado y abarque un enfoque integral, desde lo individual a lo colectivo, hacia un contexto humanístico como aspiración al saber total que este refiere.

De la misma forma y por el amplio e incuestionable recorrido que realiza en su desarrollo, hacemos referencia al trabajo “La formación humanística en las carreras universitarias cubanas”, donde se realiza una sistematización en relación a las diferentes concepciones teóricas y metodológicas que sustentan la formación humanística en las universidades cubanas, con la finalidad de identificar las cualidades del profesional y la propuesta de los saberes, que como construcción del intelecto humano caracterizan el desempeño más general del profesional, véase [3].

En este panorama y en correspondencia a las características diversas de nuestro país y a la globalización generalizada de la época contemporánea, el planteamiento de los problemas jurídicos se hace cada vez más complejo, por lo que se requiere el desarrollo de un pensamiento crítico y humanístico, basado en la actitud ante la vida y la búsqueda de nuevos conocimientos, que permitan enfrentar los retos que la sociedad nos impone, desde una posición ética, responsable y comprometida con las exigencias actuales, de un mundo donde la desvalorización social ha irrumpido y transita a pasos agigantados.

En virtud de lo cual el perfeccionamiento de la formación humanística en la enseñanza universitaria del derecho en la Universidad Regional Autónoma de los Andes (UNIANDES) Santo Domingo ha de representar el punto de partida para alcanzar los estándares formativos, acordes a las exigencias de nuestros tiempos. Razón por la cual, resulta indispensable el perfeccionamiento de las relaciones sociales, la interacción social y activa del profesional del derecho a partir de un enfoque humanístico, acorde a los postulados y objetivos del Plan Nacional del Buen Vivir (PNBV) como máxima expresión nacional, hacia la conquista de una sociedad más justa, equilibrada y sostenible, de forma tal que posibilite el proceso de formación a partir de lo académico, lo investigativo y lo laboral en función de las competencias básicas para los juristas.

El PNBV responde a una filosofía ancestral de los pueblos indígenas de nuestra América, especialmente de Ecuador y Bolivia, véase [6][8]. Esta filosofía enuncia la necesidad de que los seres humanos tomen solo lo que necesiten, que vivan en armonía con los otros seres humanos y con la naturaleza, viviendo sin excesos, lo que no significa que se viva en la pobreza, que es también un estado indeseable.

Algunos fundamentos inspirados en esta filosofía y que aparecen en la constitución ecuatoriana de 2008 son ([8]):

- Construir una sociedad que reconozca la unidad en la diversidad.
- Reconocer al ser humano como ser gregario que desea vivir en sociedad.
- Promover la igualdad, la integración y la cohesión social como pauta de convivencia.
- Garantizar progresivamente los derechos universales y la potenciación de las capacidades humanas.
- Construir relaciones sociales y económicas en armonía con la naturaleza.
- Edificar una convivencia solidaria, fraterna y cooperativa.
- Consolidar relaciones de trabajo y de ocio liberadores.
- Reconstruir lo público.
- Profundizar la construcción de una democracia representativa, participativa y deliberativa.
- Consolidar un Estado democrático, pluralista y laico.

La idea del Buen Vivir aparece en la constitución ecuatoriana más reciente y tiene fundamentos profundamente éticos. En UNIANDES, especialmente en la carrera de derecho, se incorpora en la vida estudiantil a través de la impartición de la asignatura de filosofía, concretamente a través de una de sus ramas que es la ética. Este modo de vida tiene mucha relación con la carrera, el trabajador del derecho es el encargado de impartir justicia independientemente de sobre quién se aplica, por tanto la ética forma parte de su comportamiento diario. Una sociedad justa garantizará la armonía entre los seres humanos y con la naturaleza y donde el buen vivir será parte de la cotidianeidad. Sin embargo, las formas académicas de educar a la juventud en base a estos principios constituyen solo una aproximación formal. Se ha demostrado que es necesario abordar estos temas de una manera diferente, más personalizada. Es por ello que se realiza este estudio.

El estudio de la situación de la formación humanística se realizó mediante una encuesta a estudiantes de la sección nocturna de la carrera de Derecho en UNIANDES, extensión de Santo Domingo, a partir de seis preguntas. Lo que arrojó deficiencias en este aspecto.

Para seleccionar las mejores estrategias que permitan perfeccionar la formación humanística, se utilizó la técnica llamada TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) por sus siglas en inglés. Esta técnica se caracteriza por su eficacia y la simplicidad de su principio en la solución de problemas de decisión multicriterio.

Un problema de decisión multicriterio parte de la evaluación dada por un grupo de expertos en el tema, alrededor de un conjunto de alternativas sobre ciertos criterios. El problema consiste en encontrar la alternativa mejor evaluada. En el caso de TOPSIS, la selección se basa en encontrar la alternativa que se acerca más a la solución ideal y a su vez se aleja más a la peor solución.

Para enriquecer esta técnica se aplica el TOPSIS neutrosófico, véase [7]. La neutrosofía es la rama de la filosofía que estudia el origen, naturaleza y alcance de las neutralidades. La lógica y los conjuntos neutrosóficos, constituyen generalizaciones de la lógica y los conjuntos difusos de Zadeh, de la lógica intuicionista de Atanassov, entre otros. La incorporación de los conjuntos neutrosóficos en TOPSIS garantiza que se tenga en cuenta la incertidumbre propia de la toma de decisiones, incluyéndose las indeterminaciones. En este caso el TOPSIS Neutrosófico se utilizará para determinar las alternativas que son más fuertes y las más débiles medidas cuantitativamente, en cuanto a la formación humanística de los estudiantes de la Facultad de Derecho en la Universidad Regional Autónoma de los Andes, extensión Santo Domingo. Los expertos evaluarán en términos lingüísticos y no numéricos, lo que constituye la forma más natural de medición en los seres humanos.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

En esta sección se detallan los conceptos y técnicas principales que se utilizarán en el presente estudio.

Definición 1. Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN) está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^{+}$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^{+}[$. Véase [7].

Definición 2. Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU) A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU) será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$.

Los CNVU surgieron con la idea de aplicar los conjuntos neutrosóficos con fines prácticos.

Algunas operaciones entre NNVU se expresan a continuación:

1. Dados $A_1 = (a_1, b_1, c_1)$ y $A_2 = (a_2, b_2, c_2)$ dos NNVU se tiene que la suma entre A_1 y A_2 se define como:

$$A_1 \oplus A_2 = (a_1 + a_2 - a_1 a_2, b_1 + b_2 - b_1 b_2, c_1 + c_2 - c_1 c_2) \quad (2)$$

2. Dados $A_1 = (a_1, b_1, c_1)$ y $A_2 = (a_2, b_2, c_2)$ dos NNVU se tiene que la multiplicación entre A_1 y A_2 se define como:

$$A_1 \otimes A_2 = (a_1 a_2, b_1 + b_2 - b_1 b_2, c_1 + c_2 - c_1 c_2) \quad (3)$$

3. El producto por un escalar $\lambda \in [0, 1]$ positivo con un NNVU, $A = (a, b, c)$ se define por:

$$\square A = (1-(1-a)^{\square}, b^{\square}, c^{\square}) \quad (4)$$

4. Sea $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ un conjunto de n NNVU, donde $A_j = (a_j, b_j, c_j)$ ($j = 1, 2, \dots, n$), entonces el Operador de *Media Ponderada Neutrosófica de Valor Único* (MPNVU) sobre el conjunto se calcula por la Ecuación siguiente:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j A_j = \left(1 - \prod_{j=1}^n (1 - a_j)^{\lambda_j}, \prod_{j=1}^n b_j^{\lambda_j}, \prod_{j=1}^n c_j^{\lambda_j} \right) \quad (5)$$

Donde $\square_j$ es el peso de A_j , $\square_j \in [0, 1]$ y $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$.

Definición 3. Sea $A^* = (A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*)$ un vector de n NNVU tal que $A_j^* = (a_j^*, b_j^*, c_j^*)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) y $B_i = (B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{in})$ ($i = 1, 2, \dots, m$) son m vectores de n NNVU tales que $B_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$) ($j = 1, 2, \dots, n$). Entonces la *Medida de Separación entre los B_i y A^** se calcula por la Ecuación siguiente:

$$s_i = \left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \{ (a_{ij} - a_j^*)^2 + (b_{ij} - b_j^*)^2 + (c_{ij} - c_j^*)^2 \} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

($i = 1, 2, \dots, m$).

Definición 4. Sea $A = (a, b, c)$ un NNVU, la *función de puntuación* S de un NNVU, basada en el grado de pertenencia verdadero, el grado de pertenencia indeterminado y el grado de pertenencia falso se define por la Ecuación siguiente:

$$S(A) = \frac{1 + a - 2b - c}{2} \quad (7)$$

Donde $S(A) \in [-1, 1]$.

En este artículo se asociarán términos lingüísticos con NNVU, de tal manera que los expertos puedan llevar a cabo sus evaluaciones en términos lingüísticos, lo que resulta más natural. Por tanto se tendrán en cuenta las escalas que se muestran en las Tablas 1 y 2.

Término lingüístico	NNVU
Extremadamente buena (EB)	(1,0,0)
Muy muy buena (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy buena (MB)	(0.8,0.15,0.20)
Buena (B)	(0.70,0.25,0.30)
Medianamente buena (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Media (M)	(0.50,0.50,0.50)
Medianamente mala (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Mala (MA)	(0.30,0.75,0.70)
Muy mala (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy mala (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente mala (EM)	(0,1,1)

Tabla 1. Términos lingüísticos empleados

Término lingüístico	NNVU
Muy Importante (MI)	(0.9, 0.1, 0.1)
Importante (I)	(0.75,0.25,0.20)
Media (M)	(0.50,0.50,0.50)
No Importante (NI)	(0.35,0.75,0.80)
Muy No Importante (MNI)	(0.10,0.90,0.90)

Tabla 2. Términos lingüísticos que representan el peso de la importancia de las alternativas.

El método TOPSIS para NNVU consiste en lo siguiente, suponiendo que $A = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\}$ es un conjunto de alternativas y $G = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ es un conjunto de criterios, se llevarán a cabo los pasos siguientes:

Paso 1: Determinar el peso de los expertos.

Para ello los especialistas evalúan según la escala lingüística que aparece en la Tabla 1, y se realizan los cálculos con su NNVU asociado, llámese $A_t = (a_t, b_t, c_t)$ al NNVU correspondiente al t-ésimo decisor ($t = 1, 2, \dots, k$). El peso se calcula por la fórmula siguiente:

$$\lambda_t = \frac{a_t + b_t \left(\frac{a_t}{a_t + c_t} \right)}{\sum_{t=1}^k a_t + b_t \left(\frac{a_t}{a_t + c_t} \right)}$$

$$\lambda_t \geq 0 \text{ y } \sum_{t=1}^k \lambda_t = 1.$$
(8)

Paso 2: Construcción de la matriz de decisión neutrosófica de valores únicos agregados.

Esta matriz se define por $D = \sum_{t=1}^k \lambda_t D^t$, donde $d_{ij} = (u_{ij}, r_{ij}, v_{ij})$ y se utiliza para agregar todas las evaluaciones individuales.

d_{ij} se calcula como la agregación de las evaluaciones dadas por cada experto $(u_{ij}^t, r_{ij}^t, v_{ij}^t)$, utilizando los pesos λ_t de cada uno con ayuda de la Ecuación 5.

De esta manera se obtiene una matriz $D = (d_{ij})_{ij}$, donde cada d_{ij} es un NNVU ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$). *Paso 3: Determinación del Peso de los Criterios ([7]).*

Supóngase que el peso de cada criterio está dado por $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, donde w_j denota la importancia relativa al criterio $\square_j$. Si $w_j^t = (a_j^t, b_j^t, c_j^t)$ es la evaluación del criterio $\square_j$ por el t-ésimo experto.

Entonces se utiliza la Ecuación 5, para agregar los w_j^t con los pesos λ_t .

Paso 4: Construcción de la matriz de decisión neutrosófica de la media ponderada de valores únicos con respecto a los criterios.

$D^* = D \square W$, donde $d_{ij}^* = W_j \otimes d_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$

Paso 5: Cálculo de las soluciones ideales NNVU positiva y negativa.

Los criterios pueden ser clasificados como de tipo costo o tipo beneficio. Sea G_1 el conjunto de criterios tipo beneficios y G_2 los criterios tipo costo. Las alternativas ideales se definirán de la siguiente forma:

$$\rho^+ = (a_{\rho^+ w}(\beta_j), b_{\rho^+ w}(\beta_j), c_{\rho^+ w}(\beta_j)) \quad (9)$$

Denota la solución ideal positiva, correspondientes a G_1 .

$$\rho^- = (a_{\rho^- w}(\beta_j), b_{\rho^- w}(\beta_j), c_{\rho^- w}(\beta_j)) \quad (10)$$

Denota la solución ideal negativa, correspondientes a G_2 . Donde:

$$a_{\rho^+ w}(\beta_j) = \begin{cases} \max_i a_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_1 \\ \min_i a_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_2, \end{cases} \quad b_{\rho^+ w}(\beta_j) = \begin{cases} \max_i b_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_1 \\ \min_i b_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_2, \end{cases}$$

$$c_{\rho^+ w}(\beta_j) = \begin{cases} \max_i c_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_1 \\ \min_i c_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_2. \end{cases}$$

$$a_{\rho^- w}(\beta_j) = \begin{cases} \min_i a_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_1 \\ \max_i a_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_2, \end{cases} \quad b_{\rho^- w}(\beta_j) = \begin{cases} \min_i b_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_1 \\ \max_i b_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_2, \end{cases} \quad c_{\rho^- w}(\beta_j) = \begin{cases} \min_i c_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_1 \\ \max_i c_{\rho_i w}(\beta_j), & \text{si } j \in G_2. \end{cases}$$

Paso 6: Cálculo de las distancias a las soluciones ideales NNVU positiva y negativa.

Con ayuda de la Ecuación 6, se calculan las Ecuaciones siguientes:

$$s_i^+ = \left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \left\{ (a_{ij} - a_j^+)^2 + (b_{ij} - b_j^+)^2 + (c_{ij} - c_j^+)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$s_i^- = \left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \left\{ (a_{ij} - a_j^-)^2 + (b_{ij} - b_j^-)^2 + (c_{ij} - c_j^-)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

Paso 7: Cálculo del Coeficiente de Proximidad (CP).

Se calcula el CP de cada alternativa respecto a las soluciones ideales positiva y negativa.

$$\tilde{p}_j = \frac{s^-}{s^+ + s^-} \quad (13)$$

Donde $0 \leq \tilde{p}_j \leq 1$.

Paso 8: Determinación del orden de las alternativas.

Adicionalmente, para el procesamiento estadístico se utilizó la siguiente fórmula para calcular el tamaño de la muestra (12):

$$n = \frac{Z^2 Npq}{E^2(N-1) + Z^2pq} \quad (14)$$

Donde:

n: Tamaño de la muestra,

Z: Es el valor de la distribución normal con el nivel de confianza asignado,

E: Error muestral deseado, N:

Tamaño de la población, p, q:

Se toman como 50% o 0,05.

3. RESULTADOS

Para la recolección de información en el campo se utilizó la encuesta que permitió explorar la realidad. La selección de la muestra fue aleatoria. Se tiene una población de $N = 378$ estudiantes de la sección nocturna de la carrera de Derecho UNIANDES Santo Domingo, y el total de encuestados fue $n = 190,78 \approx 191$, con $Z = 1,96$ y $E = 0,05$, luego de aplicar la Ecuación 14, véase [1].

Las encuestas realizadas examinaron los componentes principales de la educación humanística: el entorno de enseñanza-aprendizaje, el papel del profesor y del alumno, la utilización de la formación humanística en el ejercicio de la profesión del derecho, los valores fundamentales que debe poseer un profesional del derecho.

Las preguntas a los encuestados fueron las siguientes:

Encuesta aplicada sobre la formación humanística en la carrera de Derecho UNIANDES Santo Domingo.

A continuación aparecerán ocho preguntas sobre la formación humanística en la carrera de Derecho UNIANDES. Le solicitamos que responda con sinceridad marcando con una cruz en solo una de las repuestas posibles. Le garantizamos el anonimato de sus respuestas.

1. ¿Conoce usted qué es una formación humanística?
 - ☐ Sí
 - ☐ No
2. ¿Considera usted necesaria la formación humanística dentro de la formación estudiantil universitaria?
 - ☐ Sí
 - ☐ No
3. ¿Considera usted importante la formación humanística para el ejercicio profesional del derecho?
 - ☐ Sí
 - ☐ No
4. ¿Cómo calificaría usted el aporte que realizan sus profesores de la carrera a favor de su formación humanística?
 - ☐ Es un aporte sistemático
 - ☐ Es un aporte esporádico
 - ☐ No es un aporte significativo

5.	¿Considera usted que sea necesario que se desarrollen e impartan charlas y otras actividades formativas que fomenten la formación humanística de los estudiantes universitarios?
	☐ Sí ☐ No
6.	¿Cómo se evalúa usted en cuanto a su nivel de formación humanística?
	☐ Nivel alto ☐ Nivel promedio ☐ Nivel bajo ☐ Nivel muy bajo
7.	¿Considera usted suficiente la formación humanística recibida durante los años de estudios en la educación superior?
	☐ Sí ☐ No
8.	¿Considera usted que la honestidad, la lealtad procesal y la responsabilidad se encuentran entre los valores fundamentales que debe tener un profesional de derecho?
	☐ Sí ☐ No

Los resultados muestran que los componentes de la educación humanística no se aplican adecuadamente, lo que demuestra que el enfoque humanístico de la educación está infrautilizado. Muestra de ello son los siguientes resultados:

- El 79 % de los estudiantes encuestados expresan no tener conocimiento sobre qué es la formación humanística.
- Del total de estudiantes encuestados solo el 21 % considera necesaria la formación humanística en su formación estudiantil.
- Solamente el 24 % de los estudiantes encuestados considera importante la utilización de la formación humanística en el ejercicio profesional del derecho.
- En cuanto al aporte que realizan los profesores a su formación humanística, de los estudiantes encuestados, solo el 8 % considera que los 5 profesores con los que reciben materia en el semestre trabajan en favor de mejorar este indicador, mientras que un 34% considera que solo uno de los profesores lo hace de forma sistemática.
- El 92 % de los encuestados considera necesario que se desarrollen e impartan charlas y otras actividades formativas que fomenten la formación humanística de los estudiantes universitarios de la carrera de derecho.
- La autoevaluación referente al nivel de formación humanística, arroja los siguientes datos ○ Nivel alto - (1,7%); ○ El nivel promedio - (45%); ○ Nivel bajo - (50%); ○ Nivel muy bajo - (3,3%)
- Para el 79 % de los encuestados resulta insuficiente la formación humanística recibida durante sus años de estudios en la educación superior.
- Los estudiantes encuestados reconocen la honestidad, lealtad procesal y la responsabilidad, entre los valores fundamentales que debe tener un profesional de derecho.

Se nombró un grupo de cinco especialistas, los cuales se dedicaron a estudiar a profundidad la situación humanística de los estudiantes, incluyendo los resultados de la encuesta anterior. Este estudio incluyó la revisión de programas de estudio, entrevista a profesores, visita a clases, entrevista a directivos de UNIANDES, entre otras actividades que les permitió determinar un conjunto de estrategias para revertir la situación.

Ellos decidieron que la formación humanística es un proceso complejo, que requiere de la integración de todos los estudiantes, docentes y no docentes involucrados que forman parte de la universidad. Por tanto propusieron los siguientes criterios para evaluar las estrategias:

β_1 : Poco costo económico,

β_2 : Efectividad, β_3 : Poco costo en recursos humanos.

Las estrategias a evaluar son las siguientes, aunque no son excluyentes: ρ_1 : Selección de los estudiantes, personal docente y no docente, teniendo en cuenta no solo las competencias en su trabajo, sino también sus valores éticos. ρ_2 : Impartición de seminarios, charlas, eventos científico-estudiantiles, donde se trate el tema, así como su incorporación como parte de las asignaturas que se imparten en la carrera.

Los resultados se muestran en las Tablas siguientes:

Criterio	Decisor 1	Decisor 2	Decisor 3	Decisor 4	Decisor 5
Poco costo económico	I	I	I	MI	MI
Factibilidad	I	I	M	I	MI
Poco costo en recursos humanos	M	MI	NI	I	I

Tabla 3. Importancia dada por cada decisor a cada uno de los criterios

Poco Costo Económico					
Estrategia	Decisor 1	Decisor 2	Decisor 3	Decisor 4	Decisor 5
ρ_1	NI	NI	NI	MNI	NI
ρ_2	MI	I	I	MI	M

Tabla 4. Evaluación de cada estrategia con respecto al criterio Poco Costo Económico. Se le da mayor importancia a la estrategia mientras cueste menos económicamente.

Efectividad					
Estrategia	Decisor 1	Decisor 2	Decisor 3	Decisor 4	Decisor 5
ρ_1	MI	MI	MI	I	MI
ρ_2	M	I	M	M	M

Tabla 5. Evaluación de la Efectividad de la estrategia.

Poco Costo en Recursos Humanos					
Estrategia	Decisor 1	Decisor 2	Decisor 3	Decisor 4	Decisor 5
ρ_1	NI	MNI	M	M	NI
ρ_2	MI	I	MI	MI	I

Tabla 6. Evaluación de cada estrategia con respecto a Poco Costo en Recursos Humanos. Se le da mayor importancia a la estrategia mientras cueste menos en recursos humanos.

Importancia	Decisor 1	Decisor 2	Decisor 3	Decisor 4	Decisor 5
Lingüística	MI	MI	MI	MI	MI
Númerica	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Tabla 7. Importancia relativa dada a cada uno de los Decisores.

Aplicando el algoritmo de TOPSIS Neutrosófico, se calculan las matrices dadas en las tablas siguientes (Tablas 8-12):

	β_1	β_2	β_3
ρ_1	(0,30629; 0,77785; 0,81907)	(0,87989; 0,12011; 0,11487)	(0,37540; 0,66140; 0,67869)
ρ_2	(0,80095; 0,19905; 0,18206)	(0,56472; 0,43528; 0,41628)	(0,85573; 0,14427; 0,13195)

Tabla 8. Tabla de decisión agregada por los expertos.

Criterio	Peso
β_1	(0,82671; 0,17329; 0,15157)
β_2	(0,76091; 0,23909; 0,20913)
β_3	(0,71056; 0,29784; 0,27595)

Tabla 9. Tabla de los pesos asignados por los expertos a cada criterio.

	β_1	β_2	β_3
ρ_1	(0,25321; 0,81635; 0,84649)	(0,66952; 0,33048; 0,29998)	(0,26674; 0,76225; 0,76736)
ρ_2	(0,66215; 0,33785; 0,30604)	(0,42970; 0,57030; 0,53835)	(0,60805; 0,39914; 0,37149)

Tabla 10. Tabla de decisión agregada ponderada por los expertos.

Criterio	Valor ideal positivo	Valor ideal negativo
β_1	(0,66215; 0,33785; 0,30604)	(0,25321; 0,81635; 0,84649)
β_2	(0,66952; 0,33048; 0,29998)	(0,42970; 0,57030; 0,53835)
β_3	(0,60805; 0,39914; 0,37149)	(0,26674; 0,76225; 0,76736)

Tabla 11. Valores ideales positivo y negativo por criterio.

Alternativa	d^-	d^+	CP	Orden
ρ_1	0,23934	0,60369	0,71610	1
ρ_2	0,60369	0,24014	0,28458	2

Tabla 12. Cálculo del CP por cada una de las alternativas y ordenamiento de estas.

De acuerdo a los resultados mostrados en la Tabla 12, se obtuvo que se prefiere ρ_1 antes que ρ_2 , aunque ambas pueden llevarse a cabo. Esta preferencia puede deberse a que es menos costosa y fácil de aplicar.

4. CONCLUSIONES

A pesar de que es difícil no estar de acuerdo con el principio del Buen Vivir que aparece en la constitución ecuatoriana más reciente, lograr que la juventud se acoja a este principio necesita de una educación refinada. Esto se debe a que esta filosofía ancestral de los indígenas ecuatorianos se contradice con la filosofía occidental que ha llegado hasta el siglo XXI. En particular, los estudiantes de la carrera de Derecho en UNIANDES se preparan para ser los futuros juristas, encargados de impartir justicia. No es posible desligar una sociedad basada en el buen vivir con que cuente con un alto grado de justicia. Es por ello que este artículo se propone contribuir con este empeño, en especial se estudió la situación de la formación humanística en los estudiantes de la sección nocturna de la carrera de Derecho en UNIANDES, extensión Santo Domingo. Para ello se aplicó una encuesta y se llegaron a resultados negativos en ese aspecto. Para revertir esta situación se aplicó la técnica de TOPSIS Neutrosófica, donde un grupo de especialistas determinó que la estrategia más importante para aplicar es: “seleccionar los estudiantes, el personal docente y no docente, teniendo en cuenta no solo las competencias en su trabajo, sino también sus valores éticos” y luego “Impartir seminarios, charlas, eventos científico-estudiantiles, donde se trate el tema, así como su incorporación como parte de las asignaturas que se imparten en la carrera”, en ese orden.

RECEIVED: NOVEMBER,
2019. REVISED:
MARCH, 2020.

REFERENCIAS

- [1] AGUAYZA, E., AGUILERA, A., MEJÍA, L., RIVAS, A. y VILLENA, S. (2018) **Caracterización de la formación con un enfoque humanístico de los estudiantes de derecho de la universidad UNIANDES.** Proyecto Integrador, Carrera de Derecho, Universidad Regional Autónoma de los Andes, Ecuador.
- [2] DIXON, W. J. y MASSEY, F. J. (1965) **Introducción al Análisis Estadístico.** Ediciones del Castillo S.A., Madrid.
- [3] LORET DE MOLA, E., PINO, D. y NORDELO, J. (2015) La formación humanística en las carreras universitarias cubanas. **Humanidades Médicas**, 15, 2-22.
- [4] RAMOS, G. (2006) La formación humanística como componente de la formación integral del profesional universitario. **Revista Educação em Questão**, 27, 7-27.
- [5] RAMOS, G. y LÓPEZ, A. (2018). **La formación humanística como parte de la integralidad y la calidad de la formación del profesional de nivel superior**, Disponible en <http://repositorio.pucesa.edu.ec/bitstream/123456789/2279/1/Formaci%C3%B3n.pdf>, Consultado el 16 de mayo de 2019.

- [6] RODRIGUEZ SALAZAR, A. (2016) **Teoría y práctica del buen vivir: Orígenes, debates conceptuales y conflictos sociales. El caso Ecuador.** Tesis Doctoral presentada en la Universidad del País Vasco, España.
- [7] ŞAHİN, R. y YİĞİDER, M. (2014) A Multi-criteria neutrosophic group decision making method based TOPSIS for supplier selection. **arXiv preprint arXiv:1412.5077.** Disponible en: <https://arxiv.org/abs/1412.5077>
- [8] SECRETARÍA NACIONAL DE PLANIFICACIÓN Y DESARROLLO (2009) **Plan Nacional para el Buen Vivir 2009-2013: Construyendo un Estado Plurinacional e Intercultural,** Disponible en <http://plan.senplades.gov.ec>, Consultado el 11 de julio de 2018.
- [9] TSAMAYEVA, A.A.(2014) Actual problems of future lawyer training (En Ruso), **Pedagogical sciences,** 2014(1), 1386-1389.
- [10] UNESCO (1998) **La educación Superior en el siglo XXI. Visión y Acción. Declaración mundial sobre la Educación Superior en el siglo XXI: Visión y Acción y Marco de acción prioritaria para el cambio y desarrollo de las Educación Superior.** Disponible en: http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm, Consultado el 19 de julio de 2017.
- [11] UNESCO(2014) **Estrategia de Educación 204-20121. París: Francia,** Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002278/227860s.pdf>, Consultado el 19 de julio de 2017.
- [12] UNESCO (2016) **La Educación al Servicio de los Pueblos y el Planeta: Creación de Futuros Sostenibles para Todos.** Resumen. París: Francia, Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002457/245745s.pdf>, Consultado el 3 de febrero de 2018
- [13] URIBE, M. (2015) **La Formación Humanística En La Educación Superior,** Disponible en: <http://repository.usergioarboleda.edu.co/bitstream/handle/11232/224/CienciasSocialesyHumanas364.pdf?s equence=1&isAllowed=y>, Consultado el 10 de julio de 2018.
- [14] ZAPATA, J. J. (2008) La educación universitaria y la formación humanística: un reto por construir. **Uni.Pluri/Versidad,** 8(3) Disponible en: <http://aprendeonlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/unip/article/viewFile/1810/14 78>.

DEMATEL NEUTROSÓFICO APLICADO AL ESTUDIO DE LOS FACTORES QUE INFLUYEN EN EL COMPROMISO EXTRA CONTRACTUAL DEL ESTADO ECUATORIANO

Luis Miranda Chávez³*, Oscar Fabian Silva Montoya*, Diego Vladimir Garcés Mayorga*

*Universidad Regional Autónoma de los Andes, Puyo, Pastaza, Ecuador.

ABSTRACT

The State's extra-contractual responsibility is the guarantee of the rights, either for lack or deficient provision of public services or for actions or omissions in the exercise of public powers, the public servant responds for breaking the laws, as well as for excess or defect in the performance of its activity. In this paper, the factors that influence the extra-contractual responsibility of the Ecuadorian State are studied aided by a mathematical method. The chosen method is neutrosophic DEMATEL, which consists in the study of the cause effect in complex situations, as it is the case. The incorporation of Neutrosophy, which is the branch of philosophy that studies all related to neutralities, allows us taking into account the indeterminacy, which is typical when there exists lack of information or contradictory, inconsistent or paradoxical information. This method permits us the evaluation by using linguistic terms, which is a natural way for human beings' assessment.

KEYWORDS: extra-contractual responsibility, public charges, neutrosophy, neutrosophic DEMATEL.

MSC: 03E75, 62C99

RESUMEN

La responsabilidad extracontractual del Estado es la garantía propia de los derechos, ya sea por falta o deficiente prestación de servicios públicos o por acciones u omisiones en el ejercicio de las potestades públicas, el servidor público responde por infringir las leyes, así como por exceso o defecto en el desempeño de su actividad. En el presente artículo se estudia mediante un método matemático los factores que influyen en la responsabilidad extracontractual del Estado Ecuatoriano. El método escogido es el DEMATEL neutrosófico, que consiste en el estudio de causa efecto en situaciones complejas, como es este caso. La incorporación de la Neutrosofía, que es la rama de la filosofía que estudia todo lo relacionado con las neutralidades, permite que se tenga en cuenta la indeterminación, propia de la falta de información, la información contradictoria, inconsistente o paradójica. Este método permite la evaluación mediante el uso de términos lingüísticos, que es una forma natural de evaluación para los seres humanos.

PALABRAS CLAVES: responsabilidad extracontractual, cargas públicas, neutrosofía, DEMATEL Neutrosófico.

1. INTRODUCCIÓN

La responsabilidad extracontractual del Estado es la garantía propia de los derechos, ya sea por falta o deficiente prestación de servicios públicos o por acciones u omisiones en el ejercicio de las potestades públicas, el servidor público responde por infringir las leyes, así como por exceso o defecto en el desempeño de su actividad. Lo cual significa que en sus decisiones no puede verse reflejado su capricho o su deseo sino la realización de los valores jurídicos. Por lo cual el Derecho a través de postulados y principios busca justicia y equidad de manera justa, haciendo referencia a los fines que son el objeto de esta ciencia, véase [2][3][4].

El Derecho Administrativo, es la rama del derecho que busca enmarcar la actividad del Estado dentro de un orden jurídico bajo la responsabilidad que el mismo garantiza y norma, este protege la convivencia de las personas y sus bienes, es decir brinda seguridad a sus asociados.

El Estado tiene sentido y una razón legítima de ser, ante la prestación deficiente de servicios públicos que, causando perjuicios, el Estado tiene que asumir la reparación del daño causado por sus funcionarios en el ejercicio de la actividad estatal. Por lo que se concluye que la responsabilidad extracontractual del Estado es el límite al ejercicio del poder estatal que garantiza los derechos de los ciudadanos ante acciones u omisiones por parte del Estado generando con ello, la obligación de reparar por parte del Estado al ciudadano perjudicado.

³ Email: up.luismiranda@uniandes.edu.ec

La responsabilidad extracontractual exige el cumplimiento de tres requisitos de los que resalta la configuración del daño calificado entendido como aquella carga publica desequilibrada sobre un administrado debido a la deficiente actuación estatal, lo que conlleva a una reparación patrimonial y de ser el caso moral.

En el presente artículo se estudia el tema de responsabilidad extracontractual del Estado Ecuatoriano mediante la evaluación de cuatro expertos en el tema. Para ello se determinó utilizar el método conocido por *DEMATEL* (*DEcision MAKing Trial and Evaluation Laboratory*); por sus siglas en inglés, véase [8][10][13], en especial el método de DEMATEL neutrosófico, véase [1]. El método clásico consiste en la formación de matrices donde se incluyen las evaluaciones de expertos sobre la relación causa-efecto de un grupo de criterios o factores seleccionados. El resultado es un gráfico donde se mide la importancia como causa y como efecto de cada uno de los factores.

El DEMATEL neutrosófico incluye el cálculo con conjuntos neutrosóficos. La neutrosofía es la rama de la filosofía que estudia todo lo relacionado con las neutralidades, véase [9][11][12]. En cuanto a la lógica neutrosófica y los conjuntos neutrosóficos, se incluyen por primera vez las funciones de pertenencia de indeterminación, la indeterminación es causada por falta de información, por información contradictoria, inconsistente, paradójica, entre otras. Los conjuntos neutrosóficos generalizan los conjuntos difusos, intuicionistas difusos, entre otros. La indeterminación forma parte de la vida diaria, es por ello que el DEMATEL neutrosófico permite estudiar relaciones complejas de causa-efecto, donde se incluirán la indeterminación y el uso de términos lingüísticos, que es la forma natural de comunicación de los seres humanos.

El presente artículo se divide en una sección de Materiales y Métodos donde se exponen las definiciones y propiedades de la neutrosofía y DEMATEL que se usarán más adelante. Se continúa con la sección de Resultados, donde se exponen los cálculos y la discusión de los resultados obtenidos de aplicar la teoría que se expone en la sección anterior. La última sección es la de las Conclusiones.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Definición 1. Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN): está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3+$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$

y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^{+}[$ (véase [9]). **Definición 2.** Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU): A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU): será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$ (véase [9]).

Definición 3. Un *Número Neutrosófico Triangular de Valor Único* (NNTVU); que se denota por: $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, es un CN sobre $\mathbb{R}$, cuyas funciones de pertenencia de veracidad, indeterminación y falsedad se definen a continuación (véase [9]):

$$T_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1} \right), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{a_3-x}{a_3-a_2} \right), & a_2 < x \leq a_3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

$$I_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \beta_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \beta_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \beta_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

$$F_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \gamma_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \gamma_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \gamma_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

Donde $\alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \in [0, 1]$, $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ y $a_1 \leq a_2 \leq a_3$.

Definición 4. Dados $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$ y $\tilde{b} = \langle (b_1, b_2, b_3); \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{b}} \rangle$ dos NNTVU y $\square$ es cualquier número real no nulo. Entonces se definen las siguientes operaciones:

Adición: $\tilde{a} + \tilde{b} = \langle (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Substracción: $\tilde{a} - \tilde{b} = \langle (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Inversión: $\tilde{a}^{-1} = \langle (a_3^{-1}, a_2^{-1}, a_1^{-1}); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, donde $a_1, a_2, a_3 \neq 0$.

Producto por un escalar:

$$\lambda \tilde{a} = \begin{cases} \langle (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda > 0 \\ \langle (\lambda a_3, \lambda a_2, \lambda a_1); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda < 0 \end{cases}$$

División de dos NNTVU:

$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \begin{cases} \langle (\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_3}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Multiplicación de dos NNTVU:

$$\tilde{a} \tilde{b} = \begin{cases} \langle (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_3 b_3, a_2 b_2, a_1 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Donde, $\wedge$ es una t-norma y $\vee$ es una t-conorma.

Una t-norma es un operador $T: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que cumple con los axiomas siguientes para todo a, b, c y d en $[0, 1]$:

1. $T(0,0) = 0$, $T(a,1) = a$, (Condiciones de frontera);
2. $T(a,b) \leq T(c,d)$: si $a \leq c$ y $b \leq d$ (Monotonía);
3. $T(a,b) = T(b,a)$: (Conmutatividad);
4. $T(a, T(b,c)) = T(T(a,b), c)$: (Asociatividad);

Una t-conorma es un operador $S: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que cumple con los axiomas siguientes para todo a, b, c y d en $[0, 1]$:

1. $S(1,1) = 1$, $S(a,0) = a$, (Condiciones de frontera);
2. $S(a,b) \leq S(c,d)$: si $a \leq c$ y $b \leq d$ (Monotonía);
3. $S(a,b) = S(b,a)$: (Conmutatividad);

4. $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$: (Asociatividad):

Para convertir NNTUV en valores numéricos reales se aplican las fórmulas siguientes, llamados Índice de Puntuación e Índice de Precisión, respectivamente:

$$S(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} - \gamma_{\tilde{a}}) \quad (5)$$

$$A(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} + \gamma_{\tilde{a}}) \quad (6)$$

Antes de detallar el método DEMATEL, se debe especificar la Tabla 1 que determina las escalas de evaluación que mide el grado de influencia entre los factores.

Término Lingüístico	Número Neutrosófico Triangular de Valor Único Correspondiente
No hay influencia	$\tilde{0} = \langle (0, 0, 0); 0,50; 0,50; 0,50 \rangle$
Baja influencia	$\tilde{1} = \langle (0, 1, 2); 0,30; 0,75; 0,70 \rangle$
Mediana influencia	$\tilde{2} = \langle (1, 2, 3); 0,80; 0,15; 0,20 \rangle$
Alta influencia	$\tilde{3} = \langle (2, 3, 4); 0,90; 0,10; 0,10 \rangle$
Muy alta influencia	$\tilde{4} = \langle (4, 4, 4); 1,00; 0,00; 0,00 \rangle$

Tabla 1. Términos lingüísticos que describen la relación entre dos factores o criterios y su equivalente en NNTVU.

El Método DEMATEL Neutrosófico, que se adaptará a números neutrosóficos triangulares y no trapezoidales se puede resumir en los siguientes pasos (véase [1][6]):

Paso 1. Identificar los objetivos de la decisión: recopilación de la información relevante presente en el problema ([7]): Consiste en lo siguiente:

1. Selección de expertos y decisores que tengan experiencia en el campo que se estudia. Denotemos a los expertos por $E = \{E_1, E_2, \dots, E_k\}$ ($k \geq 1$).
2. Se identifican los criterios relevantes que caracterizan el problema. Se denotarán por $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ ($m \geq 2$).

Paso 2. Se forman las matrices de comparación por pares de criterios relevantes. Los expertos emiten las k matrices de comparación por pares de criterios, con orden $m \times m$. Para esto cada experto debe dar un valor a cada criterio comparado con otro, en forma de NNTVU, evaluando según los valores que aparecen en la Tabla 1. El valor del elemento X_{ij} mide cuánto influye directamente el factor F_i sobre el factor F_j , donde $X_{ij} = \tilde{0}$ si $i = j$.

Paso 3. Se calcula la matriz de relaciones directas como la suma de las k matrices de comparación y luego se divide por k , o lo que es lo mismo, se calcula la matriz que es la media aritmética de las matrices anteriores, donde se utilizan las operaciones entre NNTVU de suma y producto por el escalar $1/k$. Esta matriz se llama $A = (A_{ij})_{m \times m}$.

Paso 4. A se lleva a valores numéricos usando la fórmula de una de las Ecuaciones 5 o 6.

Paso 5. Se normaliza A dividiéndola por $s = \max(\max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^m a_{ij}, \max_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^m a_{ij})$, se llamará A_N .

Paso 6. Se calcula la matriz total de relaciones mediante la fórmula siguiente:

$$T = A_N(I - A_N)^{-1} \quad (7)$$

Donde I es la matriz identidad de orden m y el superíndice -1 significa inversa.

Paso 7. Se calcula la suma por filas y por columnas de $T = (T_{ij})_{m \times m}$. La suma por filas se denota por D y la suma por columnas se denota por R . O sea, $D = [\sum_{i=1}^m T_{ij}]_{1 \times m}$ y $R = [\sum_{j=1}^m T_{ij}]'_{m \times 1}$. Donde el apóstrofe indica la trasposición matricial.

Paso 8. Se producen los mapas de influencia de relaciones. Para ello se calcula $(R+D)$: llamado “Prominencia” que mide el grado de rol central que juega el factor o criterio dentro del sistema. Mientras que $(R-D)$: se llama “Relación” y significa el efecto que produce el factor o criterio en el sistema.

1. Si $r_j - c_j > 0$ el factor o criterio C_j se ubica en el grupo de las causas, 2. Si $r_j - c_j < 0$ el factor o criterio C_j se ubica en el grupo de los efectos.

Los pares (R+D, R-D): se pueden representar gráficamente para dar a los decisores una idea gráfica sobre el sistema.

3. RESULTADOS

Esta sección se dedica a exponer los resultados del presente estudio, mediante la aplicación de los métodos expuestos en la sección anterior.

Se seleccionan cuatro expertos en el tema independientes, que emiten sus evaluaciones sobre los factores que influyen en el compromiso extracontractual del Estado Ecuatoriano. Los factores que se determinaron fueron los siguientes:

F₁: Existencia de provisión de los servicios públicos o cualquier otra prestación al que el particular tenga derecho.

F₂: No existencia de “Daño calificado”. Se llama “Daño calificado” aquel que la persona no tiene la obligación jurídica de soportar o que resulte de la violación del principio de igualdad en el reparto de las cargas públicas y se deriva específica e inmediatamente de la acción u omisión de las administraciones públicas.

F₃: No existencia de acción u omisión de las administraciones públicas o el hecho dañoso que violente el derecho.

F₄: La responsabilidad del Estado en el Ecuador está constitucionalizada.

F₅: Existe la necesidad de abordar el tema desde el reconocimiento constitucional, algunas normas dispersas consagradas en cuerpos normativos, resoluciones judiciales nacionales e internacionales, como también en el Código Orgánico Administrativo que está tramitándose en la Asamblea Nacional. Las Tablas 2, 3, 4 y 5 muestran las matrices de comparación por pares de criterios de acuerdo a las evaluaciones emitidas por los Expertos 1, 2, 3 y 4, respectivamente. La Tabla 6 contiene los resultados de la agregación mediante la media aritmética de los NNTVU mostrados en las Tablas 2, 3, 4 y 5. Se utilizó *min* como t-norma y *max* como t-conorma.

Todos los cálculos realizados en este artículo se realizaron con el uso de Octave 4.2.1, que es un software libre que utiliza el lenguaje m de MATLAB, por tanto, con este es fácil realizar cálculos matriciales, véase [5].

Factor	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F ₁	0	2	4	0	0
F ₂	4	0	4	0	0
F ₃	4	4	0	1	1
F ₄	3	3	2	0	4
F ₅	3	1	2	4	0

Tabla 2. Evaluación realizada por el Experto 1 por pares de factores sobre el grado de influencia directa del factor de la fila sobre el factor de la columna.

Factor	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F ₁	0	1	3	0	0
F ₂	4	0	4	0	0
F ₃	3	4	0	2	2
F ₄	3	3	2	0	3
F ₅	3	1	2	4	0

Tabla 3. Evaluación realizada por el Experto 2 por pares de factores sobre el grado de influencia directa del factor de la fila sobre el factor de la columna.

Factor	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F ₁	0	2	4	0	0
F ₂	3	0	4	0	0
F ₃	4	4	0	2	1
F ₄	3	3	3	0	4

F ₅	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$
----------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Tabla 4. Evaluación realizada por el Experto 3 por pares de factores sobre el grado de influencia directa del factor de la fila sobre el factor de la columna

Factor	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F ₁	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
F ₂	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
F ₃	$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$
F ₄	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$
F ₅	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$

Tabla 5. Evaluación realizada por el Experto 4 por pares de factores sobre el grado de influencia directa del factor de la fila sobre el factor de la columna.

Factor	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F ₁	$\bar{0}$	$\langle(1;2;3);0,3;0,75;0,7\rangle$	$\langle(3,5;3,75;4);0,9;0,1;0,1\rangle$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
F ₂	$\langle(3,5;3,75;4);0,9;0,1;0,1\rangle$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
F ₃	$\langle(3,5;3,75;4);0,9;0,1;0,1\rangle$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\langle(0,75;1,75;2,75);0,3;0,75;0,7\rangle$	$\langle(0,25;1;1,75);0,3;0,75;0,7\rangle$
F ₄	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\langle(1,5;2,5;3,5);0,8;0,15;0,2\rangle$	$\bar{0}$	$\langle(3,5;3,75;4);0,9;0,1;0,1\rangle$
F ₅	$\bar{3}$	$\langle(0,75;1,75;2,75);0,3;0,75;0,7\rangle$	$\langle(1;2;3);0,3;0,75;0,7\rangle$	$\bar{4}$	$\bar{0}$

Tabla 6. Media aritmética de las evaluaciones de los expertos por pares de factores sobre el grado de influencia directa del factor de la fila sobre el factor de la columna.

La Tabla 7 contiene la matriz total de relaciones T, calculada después de hallarle sucesivamente a los elementos de la matriz en la Tabla 6, el índice de precisión de los elementos con la Ecuación 6, luego se normaliza como se indica en el Paso 5 del algoritmo, y finalmente se aplica la fórmula de la Ecuación 7.

Factor	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
F ₁	0,00000	0,11494	0,27778	0,00000	0,00000
F ₂	0,27778	0,00000	0,30651	0,00000	0,00000
F ₃	0,27778	0,30651	0,00000	0,10057	0,05747
F ₄	0,22222	0,22222	0,18199	0,00000	0,27778
F ₅	0,22222	0,10057	0,11494	0,30651	0,00000

Tabla 7. Matriz de relaciones totales.

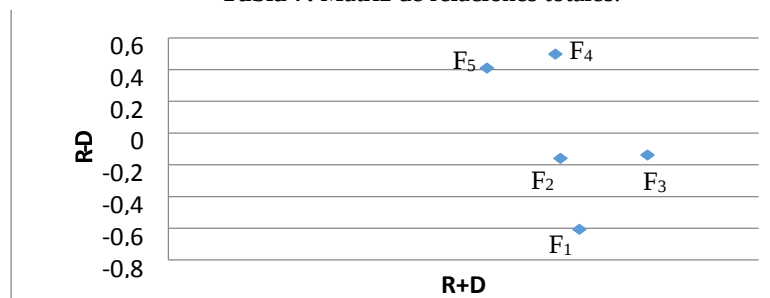


Figura 1. Representación gráfica de los pares (R+D, R-D):. Cada par tiene asociada una leyenda con el factor que representa.

De la Figura 1 se puede apreciar que los factores 4 y 5 son la causa principal de los demás factores. Por tanto, hacer constitucional los derechos es fundamental para evitar los problemas de compromiso extracontractual del Estado, así como la implementación de un cuerpo legal que respalde la constitución.

4. CONCLUSIONES

El presente artículo abordó el estudio de los factores que inciden en los compromisos extracontractuales del Estado Ecuatoriano. Para ello se aplicó el método conocido por DEMATEL neutrosófico, debido a que permite estudiar procesos de causa efecto complejos. El uso de conjuntos neutrosóficos permitió incluir la incertidumbre, la indeterminación y el uso de términos lingüísticos. Se contó con la evaluación de cuatro expertos y se llegó a la conclusión que los factores de mayor incidencia se configuran en el tratamiento constitucional la cual refleja débilmente esta figura y la materialización de la legislación complementaria que respalda y desarrolla este tema desde el ordenamiento jurídico.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: MARCH, 2020.

REFERENCIAS

- [1] ABDEL-BASSET, M., MANOGARAN, G., GAMAL, A. y SMARANDACHE, F. (2018): A hybrid approach of neutrosophic sets and DEMATEL method for developing supplier selection criteria, **Design Automation for Embedded Systems**, 22, 257-278.
- [2] ANDRADE, M. I. (2010): **Responsabilidad extracontractual del Estado ecuatoriano por la acción u omisión de sus funcionarios**. Disponible en <http://dspace.udla.edu.ec/handle/33000/543>, Consultado el 17 de enero de 2019.
- [3] BERMÚDEZ, M. (2015):. **La responsabilidad extracontractual del estado por daños ambientales en la obra pública y su relación con el desarrollo sustentable en el Ecuador**. Disponible en <http://dspace.utpl.edu.ec/handle/123456789/12845>, Consultado el 17 de enero de 2019.
- [4] CRESPO, J. (2010): **La responsabilidad extracontractual del estado ecuatoriano derivada de la expedición del mandato constituyente No.1 que viola el derecho a la tutela judicial efectiva**. Disponible en <http://repositorio.usfq.edu.ec/handle/23000/905>, Consultado el 17 de enero de 2019.
- [5] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017): **GNU Octave: A highlevel interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [6] ESTUPIÑAN RICARDO, J., LLUMIGUANO POMA, M. E., ARGÜELLO PAZMIÑO, A. M., ALBÁN NAVARRO, A. D., MARTÍN ESTÉVEZ, L. y BATISTA HERNANDEZ, N (2019): Neutrosophic model to determine the degree of comprehension of higher education students in Ecuador. **Neutrosophic Sets & Systems**, 26, 55-61.
- [7] HERNÁNDEZ, N.B., LUQUE, C. E. N., SEGURA, C. M. L., LÓPEZ, M. D. J. R., HUNGRIA, J. A. C. y RICARDO, J. E. (2019):. **La Toma De Decisiones En La Informática Jurídica Basado En El Uso De Los Sistemas Expertos**. **Investigación Operacional**, 40, 131-139.
- [8] LEE, H.-S., TZENG, G.-H., YEIH, W., WANG, Y.-J. y YANG, S.-C. (2013): Revised DEMATEL: Resolving the Infeasibility of DEMATEL, **Applied Mathematical Modelling**, 37, 6746-6757.
- [9] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018): **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [10] SI, S. L., YOU, X. Y., LIU, H. C. y ZHANG, P. (2018): DEMATEL Technique: A Systematic Review of the State-of-the-Art Literature on Methodologies and Applications, **Mathematical Problems in Engineering**, 2018, 1-33.
- [11] SMARANDACHE, F. (2002): Neutrosophy, a new Branch of Philosophy, **Multiple Valued Logic/An International Journal**, 8, 297-384.
- [12] SMARANDACHE, F. (2003): **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, American Research Press, Rehoboth.
- [13] WU, H.-H. y TSAI, Y.-N. (2011): A DEMATEL method to evaluate the causal relations among the criteria in auto spare parts industry, **Applied Mathematics and Computation**, 218, 2334-2342.

EXTRACCIÓN DE CONOCIMIENTO A PARTIR DEL ANÁLISIS DE LOS DATOS EN EL PERÍODO 2013-2017 DEL MINISTERIO DE SALUD PÚBLICA EN ECUADOR

Oscar J. Alejo Machado^{1*}, Tatiana Tapia Bastidas^{**}, Maikel Yelandi Leyva Vázquez^{***}

^{*}Instituto Superior Tecnológico Bolivariano de Tecnología, Guayaquil, Guayas, Ecuador.

^{**}Instituto Superior Tecnológico Bolivariano de Tecnología, Guayaquil, Guayas, Ecuador.

^{***}Universidad Politécnica Salesiana, Guayaquil, Guayas, Ecuador.

ABSTRACT

The databases of the Ministry of Public Health of Ecuador in the 2013-2017 period contain valuable information that can be used to determine the strengths, weaknesses, potential problems, among others, that affect the public health of the country. This knowledge can serve to draw better public health policies. This paper aims to propose a methodology that allows us to extract knowledge from these databases and at the same time to obtain association rules based on the combination of algorithms such as FP-growth and k-means. In summary, the methodology consists of the following steps: first, the dataset is stored in 5 files in the SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) format, and then the disease-related attributes are grouped and encoded, according to the code ICD-10, for this purpose it is proposed to apply the WEKA software. Finally, the FP-Growth algorithm is used to extract association rules from frequent items with the support of RAPIDMINER, which has the advantage of allowing us the use of WEKA algorithms. The methodology is illustrated with an example that shows how to use it and its usefulness to extract association rules in real-life situations from medical databases. With these representations of the information, morbidity and incidence behavior analysis of the registered groups and diseases can be made.

KEYWORDS: Data mining, Artificial Intelligence in medicine, unsupervised learning, associating rule, clustering.

MSC:68T05, 68T10, 68T30, 68T37, 97M60

RESUMEN

Las bases de datos del Ministerio de Salud Pública de Ecuador en el período 2013-2017 contienen una valiosa información que puede ser utilizada para determinar los puntos fuertes, lo débiles, los problemas potenciales, entre otros, que afectan la salud pública del país. Este conocimiento puede servir para trazar mejores políticas de salud pública. Este artículo tiene como objetivo proponer una metodología que permita extraer conocimientos de estas bases de datos y a la vez obtener reglas de asociación basadas en la combinación de algoritmos tales como *FP-growth* y *k-means*. De forma resumida la metodología consiste en lo siguiente: primero, los datos se almacenan en 5 grandes ficheros en formato SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*), luego, se agrupan y codifican los atributos relacionados con las enfermedades, según el código CIE-10, para ello se propone aplicar el software WEKA. Finalmente se utiliza el algoritmo *FP-Growth* para extraer reglas de asociación a partir de *itemsets* frecuentes con ayuda de RAPIDMINER, que tiene la ventaja de permitir utilizar los algoritmos de WEKA. La metodología se ilustra con un ejemplo que muestra la manera de utilizar la metodología y su utilidad para extraer reglas de asociación en situaciones de la vida real en bases de datos médicas. Con estas representaciones de la información se podrán hacer análisis de comportamiento de morbilidad e incidencia de los grupos y enfermedades registradas.

PALABRAS CLAVES: Minería de datos, Inteligencia Artificial en la medicina, aprendizaje no supervisado, regla de asociación, agrupamiento.

INTRODUCCIÓN

La minería de datos dentro de las ciencias de la computación, tiene como objetivo descubrir patrones en grandes volúmenes de datos, véase [7]. O sea, cuando se cuenta con una base de datos de gran volumen, para que esta sea útil es necesario descubrir las regularidades y los modelos que caracterizan estos datos, y esta es la razón de aplicar técnicas de la minería de datos. Algunas técnicas de la minería de datos provienen de la Inteligencia Artificial, [18]. En especial, esta investigación propone una metodología para extraer conocimientos almacenados en las bases de datos del Ministerio de Salud Pública de Ecuador durante el período de tiempo 2013-2017.

La Inteligencia Artificial por su parte es una disciplina multidisciplinaria, que depende de la Filosofía, las Ciencias de la Computación, la Lógica, entre otras, y tiene como objetivo la creación de software o entes artificiales que emulen el comportamiento de la inteligencia humana, [18].

¹ Email: oalejo@bolivariano.edu.ec

El uso de la inteligencia artificial no es nuevo dentro de la medicina y ha sido aprovechada por esta de múltiples maneras. Algunos ejemplos de esto son el uso de Sistemas Expertos, sobre todo basados en la Lógica Difusa que se aplican en el diagnóstico y en los sistemas biológicos. Esto se debe a que tales modelos permiten la modelación de la imprecisión y la incertidumbre que forman parte de estas ramas de la medicina. Otra aproximación es el uso de la computación evolutiva. Algunos algoritmos como el algoritmo genético, imitan el comportamiento evolutivo de los seres vivos. Específicamente, este ha sido aplicado para predecir la perspectiva en pacientes con estadios críticos de una enfermedad, la segmentación de imágenes de tejidos para determinar las áreas de tumor, para medir la eficacia de estrategias de tratamiento, entre otras, [5][20]. Es necesario destacar el célebre sistema experto MYCIN desarrollado por Edward Shortliffe a principios de la década de 1970, que fuera programado en el lenguaje Lisp y tal que realizaba diagnósticos de enfermedades de la sangre, [19].

Los centros de salud de todo el mundo almacenan grandes bases de datos que contienen los datos recogidos sobre cada paciente frecuentemente durante largos períodos de tiempo. Esta información se almacena en forma de datos numéricos, textos e imágenes. La importancia de aplicar las técnicas de minería de datos en estas bases de datos ayuda a la extracción de conocimiento imprescindible que es de una utilidad fundamental, teniendo en cuenta que se aplica en un campo tan sensible como es la salud humana. Algunas aproximaciones a la minería de datos aplicada a la medicina se pueden encontrar en [9][11][21].

El objetivo de este artículo es el diseño de una metodología que permita extraer conocimiento de las bases de datos del Ministerio de Salud Pública de Ecuador, lo que permitirá determinar las tendencias que sufre la salud pública en el país, y permitirá trazar políticas que optimicen los recursos humanos y financieros para mejorar la calidad de los servicios de salud. Además de obtener reglas de asociación a partir de las bases de datos guardadas en el período 2013-2017. Para ello se utilizan software que incluyen herramientas o paquetes que permiten el cálculo con minería de datos, como Weka ([3][4]), Rapidminer ([10]) entre otros.

El presente artículo continúa con una sección de materiales y métodos donde se hace un resumen de la teoría sobre los algoritmos que se tratan en el artículo. La sección 3 describe la metodología que se propone y la sección 4 se dedica a dar las conclusiones.

MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección contiene las bases teóricas para comprender los resultados que se proponen en este artículo. Sea $I = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ un conjunto de ítems, y una *base de datos transaccional* $BD = \langle T_1, T_2, \dots, T_n \rangle$, donde T_i ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$) es una transacción que contiene un conjunto de ítems en I . El *soporte* (o frecuencia de ocurrencia) de un *patrón* A , donde A es un conjunto de ítems, es el número de transacciones de BD que contienen A . Un patrón A es *frecuente* si el soporte de A no es menor que un *umbral de soporte mínimo* predefinido, denotado por $\square$, véase [2][14].

Una estructura de datos compacta se puede diseñar basada en las observaciones siguientes:

1. Se realiza un escaneo de las transacciones de BD para identificar el conjunto de ítems frecuentes (El *conteo de frecuencia* se obtiene como un subproducto).
2. Si el conjunto de ítems frecuentes de cada transacción se puede almacenar en alguna estructura compacta, se puede evitar el escaneo repetido de la BD original.
3. Si múltiples transacciones comparten un conjunto de ítems frecuentes, es posible fusionar los conjuntos compartidos mediante el número de ocurrencias registradas como *conteo*. Es fácil controlar si dos conjuntos son idénticos cuando los ítems frecuentes en todas las transacciones se listan siguiendo un orden fijo.
4. Si dos transacciones comparten el mismo prefijo, según cierto orden de ítems frecuentes, las partes compartidas se pueden fusionar usando una estructura de prefijo tan larga como es registrado el *conteo*.

De esta manera se obtienen estructuras de la forma $\langle (a_1:n_1), (a_2:n_2), \dots, (a_m:n_m) \rangle$ donde $(a_i:n_i)$ denota el ítem con su conteo de frecuencia.

Definición 1. Un *árbol de patrón-frecuente* (o árbol PF) es un árbol con la estructura definida a continuación:

- 1- Contiene una raíz etiquetada como *nula*, un conjunto de *subárboles ítem-prefijos* como hijos de la raíz y una *tabla de encabezamiento de ítems frecuentes*.
- 2- Cada nodo en el subárbol ítem-prefijo contiene tres campos: un *ítem-nombre*, *conteo* y *nodoconexión*, donde el *ítem-nombre* registra cual ítem se representa por este nodo, el *conteo* registra el número de transacciones representadas por la porción de pasos que alcanzan este nodo y el *nodoconexión* se conecta al próximo nodo que contiene el mismo ítem-nombre, o a *nulo* si este no existe.

- 3- Cada entrada en la tabla de encabezamiento de ítems frecuentes consiste en dos campos: de *ítemnombre* y *cabeza de nodo-conexión* que es un puntero que apunta al primer nodo en el árbol PF que lleva ese ítem-nombre.

Dos algoritmos que se utilizan para crear reglas de asociación en BD a partir de árboles PF son el *Algoritmo a priori* ([1][12]) y el *FP-growth*.

El *algoritmo a priori* comienza buscando los conjuntos frecuentes unitarios, a cada uno de ellos se les añade un ítem adicional y se seleccionan entre los secundarios los frecuentes, a continuación se les añade a estos los ítems formando los terciarios entre los cuales se seleccionan los frecuentes, se repite cada iteración hasta no obtener ningún conjunto frecuente. Este algoritmo asume un orden lexicográfico entre los ítems.

FP-growth pre-procesa la BD como sigue: un escaneo inicial determina la frecuencia de los ítems, con soporte de conjuntos con un solo ítem. Todos los ítems infrecuentes se eliminan de la transacción. Aparte se tiene que los ítems en cada transacción se organizan, tal que estén en orden descendente con respecto a su frecuencia en la base de datos.

El algoritmo k-medias o en inglés *k-means* parte de un conjunto de observaciones $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $x_i \in \mathbb{R}^d$. El objetivo es obtener una partición de las observaciones en k conjuntos disjuntos $C_1, C_2, \dots, C_M$, por similitud, véase [8][13][15]. Matemáticamente consiste en resolver el siguiente problema de optimización:

$$\min E(m_1, m_2, \dots, m_M) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M I_{ik} \|x_i - m_k\|^2$$
 donde $I_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{si } x_i \in C_k \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$ mientras que $m_1, m_2, \dots, m_M$ son los centroides y $\|\cdot\|$ es una norma para medir distancia entre vectores. Para más detalle de estos algoritmos y estas teorías en general véase [2][13][15].

RESULTADOS

Esta sección se dedica al diseño de la metodología que se propone para la aplicación de Minería de Datos a las BDs perteneciente al Ministerio de Salud Pública de Ecuador.

Procesamiento de los datos con ayuda de RAPIDMINER

Los Datos fueron entregados en 5 grandes ficheros en formato (SPSS, *Statistical Package for the Social Sciences*), véase [10]. Una vez cargados en este programa estadístico informático, se pudo determinar cantidad de variables y registros por año. Se realizó, por cada año de manera específica, un análisis de los valores asignados a cada etiqueta, su codificación, tipología, significado y relación general con el conjunto de datos, véase Tabla 1.

Año	Variables	Registros	Reg. Diarios Aprox.
2013	72	3.430.611	9.398,93
2014	53	3.390.454	9.288,92
2015	55	3.722.221	10.197,87
2016	92	3.428.706	9.393,72
2017	78	3.638.168	9.967,58
		17.610.160	9.649,40

Tabla 1. Resumen de los datos almacenados en los registros del Ministerio de Salud Pública del Ecuador. Para el procesamiento de los ficheros y la obtención de reglas de asociación con RAPIDMINER, los atributos relacionados con las enfermedades fueron agrupados y codificados según el CIE-10, acrónimo de la Clasificación Internacional de Enfermedades, 10.^a edición, véase [16]. A continuación se muestran algunos ejemplos de este código:

- ◆ (A00–B99) Ciertas enfermedades infecciosas y parasitarias
- ◆ (C00–D48) Tumores [neoplasias]
- ◆ (D50–D89) Enfermedades de la sangre y de los órganos hematopoyéticos, y ciertos trastornos que afectan el mecanismo de la inmunidad

Los conjuntos de datos originales para Weka (formato ARFF) fueron transformados y ajustados para su trabajo con RAPIDMINER, a partir de la siguiente estructura:
 Para el procesamiento de cada uno de los conjuntos de datos se diseñó un proceso como se muestra en la Figura 1, donde se utilizó el algoritmo *FP-Growth* para extraer reglas de asociación a partir de *itemsets* frecuentes.

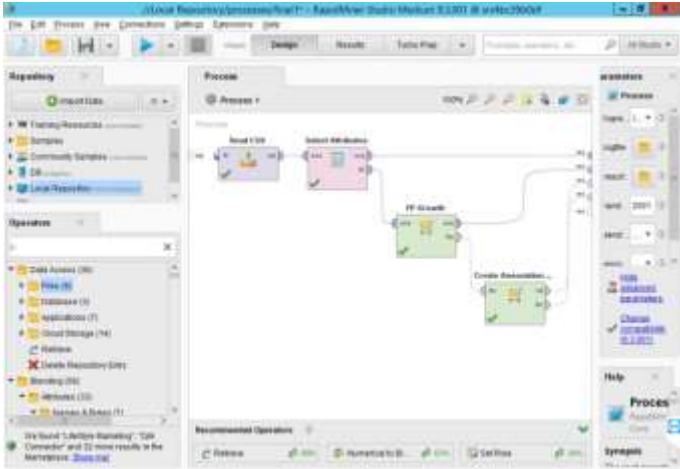


Figura 1. Extracción de reglas de asociación mediante *FP-Growth* con ayuda de RAPIDMINER. En términos generales, el algoritmo emplea una estructura de árbol (*Frequent Pattern Tree*), véase [6], donde almacena toda la información de las transacciones. Esta estructura permite comprimir la información de una base de datos de transacciones hasta 200 veces, haciendo posible que pueda ser cargada en memoria RAM. Una vez que la base de datos ha sido comprimida en una estructura *FP-Tree*, se divide en varias bases de datos condicionales, cada una asociada con un patrón frecuente. Finalmente, cada partición se analiza de forma separada y se concatenan los resultados obtenidos. En la mayoría de casos, *FP-Growth* es más rápido que el algoritmo clásico Apriori.
 La configuración de los parámetros de entrada del algoritmo se realizó de la forma que muestra la Figura 2.

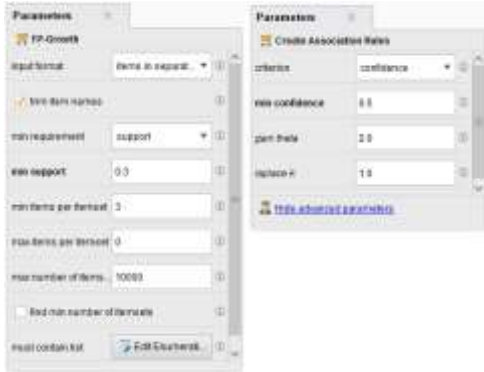


Figura 2. Configuración de los parámetros de entrada para el algoritmo *FP-Growth*. Finalmente, se obtuvieron reglas de asociación en formato tabular, gráfico y en descripción lógica, como se muestra a continuación, comenzando por la Figura 3.

No.	Antecedente	Consecuente
270.	april, april, april, april, april	april, april, april
271.	april, april, april, april, april	april, april, april
272.	april, april, april, april, april	april, april, april
273.	april, april, april, april, april	april, april, april
274.	april, april, april, april, april	april, april, april
275.	april, april, april, april, april	april, april, april
276.	april, april, april, april, april	april, april, april
277.	april, april, april, april, april	april, april, april
278.	april, april, april, april, april	april, april, april
279.	april, april, april, april, april	april, april, april
280.	april, april, april, april, april	april, april, april
281.	april, april, april, april, april	april, april, april
282.	april, april, april, april, april	april, april, april
283.	april, april, april, april, april	april, april, april
284.	april, april, april, april, april	april, april, april
285.	april, april, april, april, april	april, april, april
286.	april, april, april, april, april	april, april, april
287.	april, april, april, april, april	april, april, april
288.	april, april, april, april, april	april, april, april
289.	april, april, april, april, april	april, april, april
290.	april, april, april, april, april	april, april, april

Figura 3. Reglas de asociación obtenidas en formato de descripción lógica.

Considerando que una regla define una relación entre dos conjuntos de elementos (*itemsets*) X e Y que no tienen elementos en común, $X \rightarrow Y$ significa que si se tiene X en una transacción, entonces se puede tener Y en la misma transacción.

El formato de presentación de las reglas encontradas es:

Nro. | Premises | Conclusion | Support | Confidence | LaPlace | Gain | P-S | Lift | Conviction

Donde:

Nro.: orden numérico de la regla de asociación generada.

Premises: indica conjuntos de elementos considerados como premisa de la regla.

Conclusion: indica conjunto(s) de elemento(s) considerados como la conclusión de una regla.

Support: Probabilidad de encontrar elementos o conjuntos de elementos X e Y en una transacción. Se estima por el número de veces que ambos elementos o conjuntos de elementos se encuentran en todas las transacciones disponibles. Este valor se encuentra entre 0 y 1.

Confidence: Probabilidad de encontrar un elemento o conjunto de elementos Y en una transacción, sabiendo que el elemento o conjunto de elementos X está en la transacción. Se estima por la frecuencia correspondiente observada (número de veces que X e Y se encuentran en todas las transacciones, dividido por el número de veces que se encuentra X). Este valor se encuentra entre 0 y 1.

LaPlace: Cuando se selecciona esta opción, el Laplaciano se calcula utilizando el laplaciano de parámetro k.

Gain: Cuando se selecciona esta opción, se calcula la ganancia utilizando la ganancia de parámetro theta.

P-S: Cuando se selecciona esta opción los criterios ps se utilizan para la selección de reglas.

Lift: La importancia de una regla, que es simétrica (importancia ($X \rightarrow Y$) = importancia ($Y \rightarrow X$)), es el soporte (*support*) del conjunto de elementos que agrupa X e Y, dividido por el soporte de X y el soporte de Y. Este valor puede ser cualquier número real positivo. Una *lift* mayor que 1 indica un efecto positivo de X en Y (o Y en X) y por lo tanto la significación de la regla. Un valor de 1 significa que no hay efecto, y es como si los elementos o conjuntos de elementos fueran independientes. Una *lift* menor que 1, significa que hay un efecto negativo de X en Y o viceversa, como si fueran excluyentes entre sí.

Conviction: *Conviction* es dependiente de la dirección de la regla, o sea $\text{conv}(X \text{ implica } Y)$ no es lo mismo que $\text{conv}(Y \text{ implica } X)$. *Conviction* está más o menos inspirada en la definición lógica de implicación y se propone medir el grado de implicación de una regla. *Conviction* se define como $\text{conv}(X \text{ implica } Y) = (1 - \text{supp}(Y)) / (1 - \text{conf}(X \text{ implica } Y))$ **Ejemplo**

1. Ejemplo de Premisa y Conclusión:

Premises Conclusion p0, gp30, i0, am30, ap20, e6, c901, 90112 => n218, gp20, pr9, d30, cie3NA, U

A partir del procesamiento realizado con cada conjunto de datos se obtuvieron los siguientes resultados:

Total, de reglas encontradas en el año 2013: 678184.

Por el volumen de información, y para una mejor organización, tales reglas se almacenaron en formato Excel, en 7 hojas de cálculo o particiones (*FOLD*), con el siguiente tamaño:

	Hoja 1 FOLD 1	Hoja 2 FOLD 2	Hoja 3 FOLD 3	Hoja 4 FOLD 4	Hoja 5 FOLD 5	Hoja 6 FOLD 6	Hoja 7 FOLD 7
# Reglas	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	781849

Total de reglas encontradas en el año 2014: 5965591.

	Hoja 1 FOLD 1	Hoja 2 FOLD 2	Hoja 3 FOLD 3	Hoja 4 FOLD 4	Hoja 5 FOLD 5	Hoja 6 FOLD 6
# Reglas	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	965592

Total, de reglas encontradas en el año 2015: 2203039.

	Hoja 1 FOLD 1	Hoja 2 FOLD 2	Hoja 3 FOLD 3
# Reglas	1000000	1000000	203040

Total, de reglas encontradas en el año 2016: 2012061.

	Hoja 1 FOLD 1	Hoja 2 FOLD 2	Hoja 3 FOLD 3
# Reglas	1000000	1000000	12062

Total de reglas encontradas en el año 2017: 2349092.

	Hoja 1 FOLD 1	Hoja 2 FOLD 2	Hoja 3 FOLD 3
# Reglas	1000000	1000000	349093

Procesamiento de los datos con ayuda de WEKA

Para un procesamiento efectivo de DATA se utilizó Weka (*Waikato Environment for Knowledge Analysis*) como plataforma de software para el aprendizaje automático y la minería de datos. Weka es software libre distribuido bajo la licencia GNU-GPL, escrito en Java y desarrollado en la Universidad de Waikato en Nueva Zelanda, véase Figura 4.



Figura 4. Vista inicial de Weka.

Se trabajó en el módulo "Associate" dentro de *Explorer*, cargando y haciendo uso del método *HotSpot*, el cual aprende un conjunto de reglas (que se muestran en una estructura similar a un árbol) que maximizan / minimizan una variable / valor objetivo de interés.

La configuración de parámetros se realizó de la manera mostrada en la Figura 5.

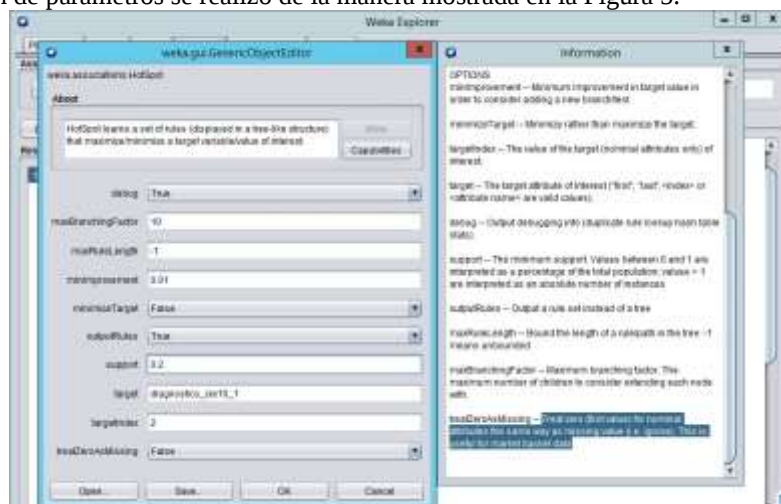


Figura 5. Configuración de parámetros en WEKA.

Agrupamiento

El agrupamiento o *clustering* juega un papel muy importante en aplicaciones de minería de datos, tales como exploración de datos científicos, recuperación de la información y minería de texto, aplicaciones

sobre bases de datos espaciales (tales como GIS o datos procedentes de astronomía), aplicaciones Web, marketing, diagnóstico médico, análisis de ADN en biología computacional y muchas otras.

En el contexto de este proyecto, se ha utilizado el *Clustering*, como técnica de minería de datos, para dividir los vectores de datos (instancias generadas por el Software del *registro diario automatizado de atenciones y consultas* o RDACAA, [17]) en grupos de objetos similares, con lo cual se logra una representación más simple e interpretable del volumen de información bajo estudio.

Por la estructura y semántica de los datos, no existe en esta investigación una clase o atributo objetivo en específico, lo cual justifica el uso de estos tipos de procedimientos de aprendizaje automático no supervisado para extraer conocimiento de los datos.

Para el procesamiento de los ficheros y la obtención de agrupamientos (*clustering*) de casos representativos se utilizaron los archivos que aparecen en la Tabla 2.

Año	# Atributos Originales	# Atributos Seleccionados	# Instancias Originales	# Instancias Seleccionadas	Estructura del Fichero (.arff)
2013	72	30	3.430.611	1.866.773	Anexo 1.
2014	53	30	3.390.454	3.390.453	Anexo 2.
2015	55	35	3.722.221	3.722.221	Anexo 3.
2016	92	37	3.428.706	3.421.433	Anexo 4.
2017	78	44	3.638.168	3.636.305	Anexo 5.

Tabla 2. Resumen del agrupamiento de datos obtenidos.

En la transformación y estructuración de los datos, los atributos relacionados con las enfermedades fueron agrupados y codificados según el CIE-10.

Se trabajó en el módulo "*Cluster*", cargando y haciendo uso del método *Simple K-Means*.

Este algoritmo define el número de *clusters* que se desean obtener, así se convierte en un algoritmo voraz para particionar. Los pasos básicos para aplicar el algoritmo son muy simples. Primeramente se determina la cantidad de *clusters* en los que se quiere agrupar la información. Luego se asume de forma aleatoria los centros por cada *cluster*. Una vez encontrados los primeros centroides el algoritmo hará los tres pasos siguientes:

1. Determina las coordenadas del centroide.
2. Determina la distancia de cada objeto a los centroides.
3. Agrupa los objetos basados en la menor distancia.

En el procesamiento del archivo "seleccion2013.arff" se obtuvieron *clusters* con diferentes tamaños: $K=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,20,50,100\}$. En la Figura 6 se presentan los centroides obtenidos para $K=100$. A esta memoria documental se adjuntan los ficheros de 2013 resultantes de cada procesamiento, donde se pueden visualizar y analizar los indicadores en relación a comportamiento de atributo versus *cluster*.

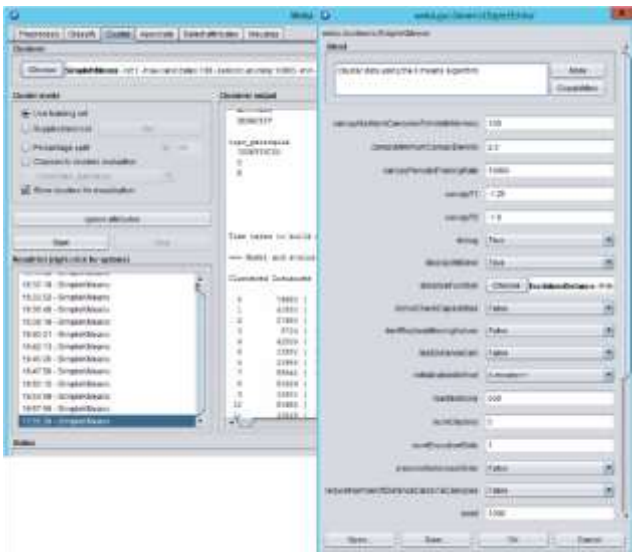


Figura 6. Imagen de la obtención de agrupamientos de diferentes tamaños en WEKA.

CONCLUSIONES

Este artículo se dedicó al diseño de una metodología que permite la obtención de reglas de asociación para extraer conocimiento útil de las bases de datos del Ministerio de Salud Pública de Ecuador en el período 2013-2017. Para ello se incluyeron algoritmos muy populares como *FP-growth* y *k-means* que se combinan mediante software de probada eficacia como RAPIDMINER y Weka. Se obtuvo un número considerable de reglas de asociación mediante esta metodología. Esta es una contribución para el trazado de políticas de salud públicas más eficaces y eficientes, tanto desde el punto de vista financiero, como humano.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: FEBRUARY, 2020.

REFERENCIAS

- [1] BODON, F. (2005): A Trie-based APRIORI Implementation for Mining Frequent Item sequences. in: B. Goethals, S. Nijssen y M.J. Zaki, (Eds.), **First International Workshop on Open Source Data Mining Frequent Pattern Mining Implementations**, 56-65.
- [2] BORGELT, C. (2005): An Implementation of the FP-growth Algorithm. in: B. Goethals, S. Nijssen, and M.J. Zaki, (Eds.), **First International Workshop on Open Source Data Mining Frequent Pattern Mining Implementations**, 1-5.
- [3] BOUCKAERT, R.R., FRANK, E., HALL, M., KIRBY, R., REUTERMANN, P., SEEWALD, A. y SCUSE, D. (2014): **WEKA Manual for Version 3-6-11**, 2014.10
- [4] HALL, M., FRANK, E. y WITTEN, I.H. (2011): Practical Data Mining. Tutorial 1: Introduction to the WEKA Explorer, Disponible en: <http://www.cs.waikato.ac.nz/~ml/weka/book.html>. Consultado: 13-12-2018.
- [5] HAMET, P. y TREMBLAY, J.(2017): Artificial intelligence in medicine. **Metabolism**, 69, S36-S40.
- [6] HAN, J., PEI, J., YIN, Y. y MAO, R. (2004): Mining Frequent Patterns without Candidate Generation: A Frequent-Pattern Tree Approach. **Data Mining and Knowledge Discovery**, 8, 53-87.
- [7] HAND, D., MANNILA, H. y SMYTH, P. (2001): **Principles of Data Mining**, The MIT Press, Cambridge.
- [8] JAIN, A.K. y DUBES, R.S. (1988): **Algorithms for Clustering Data**, Prentice Hall, Englewood, New Jersey.
- [9] JOTHI, N. , RASHID, N.A.A. y HUSAIN, W.(2015): Data Mining in Healthcare – A Review. **Procedia Computer Science**, 72, 306 – 313.
- [10] JUNGEMANN, F. (2009): Information Extraction with RapidMiner, GSCL Symposium'Sprachtechnologie und Humanities, 50-61.
- [11] KOH, H.C. y TAN, G.(2011): Data Mining Applications in Healthcare. **Journal of Healthcare Information Management** , 19, 64-72.
- [12] LA ROSA SEGURA, J.M. (2012): **M2-Apriori. Software para la generalización de reglas de asociación**, Facultad de Ciencias Técnicas Departamento de Informática, Universidad de Las Tunas, Las Tunas, Cuba.
- [13] LANG, J.-S.R., SUN, C.-T. y MIZUTANI, E. (1997): **Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A computational Approach to Learning and Machine Intelligence**, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- [14] LI, H., WANG, Y., ZHANG, D., ZHANG, M. y CHANG, E. (2008): PFP: Parallel FP-Growth for Query Recommendation, **ACM Conference on Recommender Systems**, 107-114.
- [15] LIKAS, A., VLASSIS, N.y VERBEEK, J.J. (2003): The global k-means clustering algorithm. **Pattern Recognition**,36, 451-461.
- [16] OMS (2010): CIE-10 en español, descarga o consulta, Disponible en: <http://www.cie10.org/>. Consultado el 12-12-2018.
- [17] PÁEZ MEDINA, G.A. (2017): **Estrategias para el mejoramiento de la calidad del Registro Diario Automatizado de Atenciones y Consultas Ambulatorias (RDACAA) en la unidad operativa de salud Augusto Egas, Provincia de Santo Domingo de los Tsáchilas**, Facultad de Ciencias Médicas, Universidad Regional Autónoma de Los Andes, Ambato, Ecuador.
- [18] PANNU, A.(2015): Artificial Intelligence and its Application in Different Areas. **International Journal of Engineering and Innovative Technology**, 4, 79-84.
- [19] SHORTLIFFE, E.H. (1976): **Computer-Based Medical Consultations: MYCIN**, Elsevier, New York.
- [20] TOPOL, E.J. (2019): High-performance medicine: the convergence of human and artificial intelligence. **Nature medicine**, 25, 44-56.
- [21] YOO, I., ALAFAIRET, P., MARINOV, M., PENA-HERNANDEZ, K., GOPIDI, R., CHANG, J.F.y HUA, L. (2012): Data mining in healthcare and biomedicine: a survey of the literature. **Journal of Medical Systems**, 36, 2431-2448.

DISCERNIMIENTO E INFERENCIA DE LA REINSERCIÓN SOCIAL EN ECUADOR, BASADA EN CONJUNTOS DE NÚMEROS DE 2-TUPLAS

Germánico Cacuangue Almeida¹*, Jaime Cadena Morillo*, Martha Carrillo Palacios* *Universidad Regional Autónoma de los Andes, Tulcán, Carchi, Ecuador.

ABSTRACT

The social reinsertion of ex inmates is a complex process, of which the whole society is part. Many actors intervene in this process; among them we can enumerate the legal workers, the employers and the citizens. In this paper, an assessment is carried out about the social insertion of ex inmates in the Canton Santo Domingo, Ecuador. For this end, we decided to use 2-tuples neutrosophic numbers sets, which consist in an evaluation based on a linguistic scale as a kind of Computing with Words. This approach is the most adequate, because it permits to evaluate and to output results in form of linguistic terms, which is a natural and easy way to understand ideas by both decision makers and users. Neutrosophic sets allow us to include the indeterminacy that is consequence of the lack of information, or due to contradictory and inconsistent information, which usually can be found in the problems of every-day life.

KEYWORDS: social reinsertion, labor opportunity, Computing with Words, 2-tuple linguistic neutrosophic numbers set.

MSC: 62C86, 68T27, 68T30, 68T50.

RESUMEN

La reinserción social de los ex reclusos constituye un proceso complejo, del cual forma parte toda la sociedad. En este proceso intervienen disímiles actores, entre los que se cuentan los trabajadores legales, los empleadores y los ciudadanos. En este artículo se realiza una evaluación de la reinserción social en el Cantón de Santo Domingo, Ecuador. Para ello se decidió utilizar los conjuntos de números neutrosóficos de 2-tuplas, que consiste en una evaluación basada en una escala lingüística como forma de Computación con Palabras. Esta aproximación es más adecuada porque permite evaluar y dar resultados en forma de términos lingüísticos que es una forma natural y fácil de entender por parte de los decisores y los usuarios. El uso de los conjuntos neutrosóficos permite incluir la indeterminación provocada por la falta de información o por información contradictoria e inconsistente que usualmente se encuentra en los problemas de la vida diaria.

PALABRAS CLAVES: reinserción social, oportunidad laboral, Computación con Palabras, conjunto de números neutrosóficos de 2-tuplas.

1. INTRODUCCIÓN

Para todos los ciudadanos que habitan Ecuador es evidente que el Estado aún no ha logrado que la rehabilitación de los ex reclusos que se incorporan a la sociedad sea una conquista social, por lo que no se puede hablar de una rehabilitación del individuo en el país, pese a que la constitución indique que las personas privadas de libertad son consideradas como un grupo vulnerable y de atención prioritaria.

Para entender mejor qué es una rehabilitación, se debe especificar el contexto general de esta palabra: Rehabilitación es la acción y efecto de rehabilitar, que a su vez se refiere a la restitución de alguien o algo a su antiguo estado, habilitándolo de nuevo. Dentro del campo del Derecho, también se recurre a la utilización de este término, en este caso se emplea para dejar constancia de que se ha llevado a cabo la acción de volver a darle a una persona algo que le pertenecía y que se le había retirado, esto se conoce como rehabilitación legal, véase [12][13].

La persona privada de libertad, una vez que cumple su sentencia, recupera su libertad, recupera este principio básico, o sea, rehabilita su libre albedrío. La libertad hace a la persona capaz de tomar sus propias decisiones, sean estas negativas o positivas. Para un ex recluso sería la libertad de decidir entre volver a infringir la Ley y someterse nuevamente a una sanción de medida cautelar personal que restrinja su libertad, o en caso contrario, la de reinsertarse a la sociedad como un individuo rehabilitado y productivo.

Existe una dualidad en la forma de visualizar la pena de prisión: a) desde la perspectiva de la sociedad de que existe mayor seguridad y que solamente en la imposición de penas privativas de la libertad se ven satisfechas

¹ Email: ut.germanicocacuangue@uniandes.edu.ec

sus demandas de justicia y paz social; b) desde el punto de vista de las personas privadas de la libertad, quien a mayor tiempo en reclusión se le disminuyen las posibilidades de retornar a la sociedad como miembro que no volverá a delinquir toda vez que la mera privación de libertad no solo ha demostrado ser ineficaz en la lucha contra el aumento de la delincuencia sino que, atendiendo a las cifras oficiales de reincidencia, parece ser que la estimula, véase [5].

En cuanto a la formación integral, consiste en preparar a la persona en todos sus aspectos corporales, cognitivos, estéticos, espirituales, biológicos, individuales-comunitarios ([10]); por lo tanto, el Estado al proponer una formación integral, no solamente debe comprender ámbitos educativos sino también psicológicos, de higiene e incluso ayudar a la persona a encontrarse espiritualmente, de manera laica y libre, y una vez alcanzadas de manera plena se puede llegar a insertar a una persona en la sociedad.

Antes de realizar el estudio que se propone en este artículo, desde el conocimiento de los autores, no existe un estudio científico cuantitativo sobre la aceptación de los ex reclusos en cuanto a su reinserción social en el Ecuador. No obstante, un intercambio de opiniones de manera informal con ex reclusos, autoridades y la sociedad en general, evidencian que existe rechazo por parte de este tipo de personas. De manera general la sociedad siente desconfianza sobre sus conductas y los empleadores ven en ellos un riesgo para sus empleos si los contrataran.

Esta es una situación compleja, porque los ex reclusos son personas que se merecen una oportunidad una vez que se reincorporan a su vida cotidiana. En la realidad, los ex reclusos son atendidos por las autoridades legales y policiales, de manera no suficientemente coordinada con la ciudadanía y los empleadores, los cuales muchas veces limitan sus relaciones con los ex reclusos, quienes por una parte se pueden ver presionados por parte de su familia y las autoridades a buscar un empleo, mientras que por otro lado no consiguen un empleo que les sea afín debido a la desconfianza de algunos empleadores. Es por ello que la presente investigación puede tener connotaciones humanitarias y sociales, más allá del contenido científico.

Para el estudio de este tema se utilizará la Neutrosofía, véase [8][15][16]. La Neutrosofía es la rama de la filosofía que estudia el origen, naturaleza y alcance de las neutralidades. Al igual que en la lógica difusa, existe el concepto de conjunto neutrosófico, a partir del cual se define la lógica neutrosófica. Ambos generalizan los conceptos de conjuntos difusos, conjuntos difusos intuicionistas, conjuntos difusos en forma de intervalos, entre otros conjuntos y lógicas que modelan la incertidumbre. Los conjuntos neutrosóficos incluyen por primera vez la noción de función de pertenencia que representa la indeterminación, además de las funciones de pertenencia de veracidad y falsedad, todas ellas definidas de forma independiente. Esta indeterminación puede tener como causas la ignorancia sobre algún aspecto de lo que se estudia, las contradicciones o las inconsistencias dentro de la información, entre otras.

La computación con palabras (CWW por sus siglas en inglés), es una metodología que permite realizar procesos de cálculo y razonamiento utilizando términos lingüísticos en lugar de números exclusivamente, véase [6]. Dicha metodología permite crear y enriquecer modelos de decisión en los cuales la información vaga e imprecisa es representada a través de variables lingüísticas utilizando términos lingüísticos, que es la manera más natural de comunicación por parte de las personas.

Estos procesos se han llevado a cabo en la toma de decisión difusa utilizando distintos modelos, estos son los siguientes:

Modelo Semántico: las operaciones se realizan utilizando la aritmética borrosa o difusa.

Modelo Simbólico: las operaciones se realizan sobre los índices de las etiquetas lingüísticas.

Modelo basado en la 2-tupla lingüística: opera en un dominio de expresión lingüístico, pero tratándolo como un universo continuo, ganándose precisión en los resultados. El uso del modelo basado en 2-tuplas ha permitido abordar problemas de toma de decisiones definidos en contextos complejos que los modelos clásicos no pueden tratar, debido a sus limitaciones.

El modelo de representación lingüística de 2-tuplas permite realizar procesos de computación con palabras sin pérdida de información, basándose en el concepto de traslación simbólica. En el presente artículo se utiliza este método dentro del marco de los conjuntos neutrosóficos. Esta combinación enriquece el resultado de la toma de decisiones, este concepto se conoce por Conjunto de Números Neutrosóficos Lingüísticos de 2-tuplas. La ventaja de tal combinación está en que se pueden incluir de manera independiente los criterios de falsedad e indeterminación.

El objetivo del artículo es realizar una evaluación basada en términos lingüísticos, sobre la situación de la reinserción social de ex reclusos en el Cantón de Santo Domingo, Ecuador. Para ello se utilizan los conjuntos de números neutrosóficos lingüísticos de 2-tuplas. Esta es una forma de Computación con Palabras, que permite una comunicación y evaluación basada en términos lingüísticos, debido a que esta es la forma usual de comunicar ideas por parte de los seres humanos.

Para la evaluación se cuenta con un número de tres expertos, que realizan una investigación minuciosa entre la ciudadanía, los trabajadores penales, los empleadores, las autoridades policíacas y los ex reclusos mismos. Adicionalmente a la connotación humanitaria de esta investigación, científicamente se propone una metodología para estudiar este tipo de problemas, donde los evaluadores pueden emitir sus criterios con ayuda de términos lingüísticos, que es una manera más simple que si se usara una escala numérica, además de la exactitud de los resultados que se obtiene midiendo no solo mediante un valor, sino tres por cada evaluación. Este artículo constituye una muestra de cómo utilizar la neutrosfía para solucionar problemas de las ciencias sociales.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección contiene los conceptos principales que servirán para llevar a cabo el estudio que se realiza en el artículo. Específicamente se tratarán los conceptos de la neutrosfía y la Computación con Palabras (CCP).

Definición 1. Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN) está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^+[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^+$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^+[$, véase [8].

Definición 2. Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU) A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow]0, 1]$ satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU) será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$, véase [8].

El método neutrosófico de las 2-tuplas al que se hará referencia en este artículo, proviene originalmente del marco de la lógica difusa, es por ello que primeramente se abordará el método original difuso ([6][7][11]).

Definición 3. Sea $S = \{s_0, s_1, \dots, s_t\}$ un conjunto de términos lingüísticos y $\beta \in [0, t]$ un valor en el intervalo de granularidad de S . La *Traducción Simbólica* de un término lingüístico, s_i , es un número valorado en el intervalo $[-0,5; 0,5]$ que expresa la diferencia de información entre una cantidad de información expresada por el valor $\beta \in [0, t]$, obtenido en una operación simbólica y el valor entero más próximo, $i \in \{0, \dots, t\}$ que indica el índice de la etiqueta lingüística s_i más cercana en S .

Definición 4. Sea $S = \{s_0, s_1, \dots, s_t\}$ un conjunto de términos lingüísticos y $\beta \in [0, t]$ un valor que representa el resultado de una operación simbólica, entonces la *2-tupla lingüística* (2TL) que expresa la información equivalente a β , se obtiene usando la siguiente función:

$$\Delta: [0, t] \rightarrow S \times [-0,5; 0,5] \\ \Delta(\beta) = (s_i, \alpha), \text{ con } \begin{cases} \alpha = \beta - i, & \alpha \in [-0,5; 0,5] \end{cases} \quad (2) \quad s_i, \quad i = \text{round}(\beta)$$

Donde *round* es el operador usual de redondeo, s_i es la etiqueta con índice más cercano a β y α es el valor de la traslación simbólica.

Cabe señalar que $\Delta^{-1}: \{S\} \rightarrow [0, t]$ se define como $\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha$. De este modo, una 2-tupla lingüística $\langle S \rangle$ queda identificada con su valor numérico en $[0, t]$.

Definición 5. Supóngase que $S = \{s_0, \dots, s_t\}$ es una 2TL con cardinalidad impar $t + 1$. Se definen $(s_T, a), (s_I, b), (s_F, c) \in L$ y $a, b, c \in [0, t]$, donde $(s_T, a), (s_I, b), (s_F, c) \in L$ expresan independientemente el grado de verdad, grado de indeterminación y el grado de falsedad por 2TL, respectivamente, entonces un *Conjunto de Números Neutrosóficos Lingüísticos de 2-tuplas* (CNNL2T) se define de la siguiente manera ([18]):

$$l_i = \{(s_{T_i}, a), (s_{I_i}, b), (s_{F_i}, c)\} \quad (3)$$

Donde $0 \leq \Delta^{-1}(s_{T_i}, a) \leq t$, $0 \leq \Delta^{-1}(s_{I_i}, b) \leq t$, $0 \leq \Delta^{-1}(s_{F_i}, c) \leq t$ y $0 \leq \Delta^{-1}(s_{T_i}, a) + \Delta^{-1}(s_{I_i}, b) + \Delta^{-1}(s_{F_i}, c) \leq 3t$.

La función de puntuación y precisión permiten clasificar los CNNL2T como se muestra a continuación:

Sea $l_1 = \{(s_{T_1}, a), (s_{I_1}, b), (s_{F_1}, c)\}$ un CNNL2T en L , la función de puntuación y precisión en l_1 se define de la siguiente manera:

$$S(l_1) = \Delta \left\{ \frac{2t + \Delta^{-1}(s_{T_1}, a) - \Delta^{-1}(s_{I_1}, b) - \Delta^{-1}(s_{F_1}, c)}{3} \right\}, \Delta^{-1}(S(l_1)) \in [0, t] \quad (4)$$

$$H(l_1) = \Delta \left\{ \frac{t + \Delta^{-1}(s_{T_1}, a) - \Delta^{-1}(s_{F_1}, c)}{2} \right\}, \Delta^{-1}(H(l_1)) \in [0, t] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} MAP(l_1, l_2, \dots, l_n) &= \sum_{j=1}^n w_j l_j \\ &= \left\{ \begin{aligned} &\Delta \left(t \left(1 - \prod_{j=1}^n \left(1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{T_j}, a_j)}{t} \right)^{w_j} \right) \right), \\ &\Delta \left(t \prod_{j=1}^n \left(\frac{\Delta^{-1}(s_{I_j}, b_j)}{t} \right)^{w_j} \right), \Delta \left(t \prod_{j=1}^n \left(\frac{\Delta^{-1}(s_{F_j}, c_j)}{t} \right)^{w_j} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MGP(l_1, l_2, \dots, l_n) &= \sum_{j=1}^n l_j^{w_j} \\ &= \left\{ \begin{aligned} &\Delta \left(t \prod_{j=1}^n \left(\frac{\Delta^{-1}(s_{T_j}, a_j)}{t} \right)^{w_j} \right), \Delta \left(t \left(1 - \prod_{j=1}^n \left(1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{I_j}, b_j)}{t} \right)^{w_j} \right) \right), \\ &\Delta \left(t \left(1 - \prod_{j=1}^n \left(1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{F_j}, c_j)}{t} \right)^{w_j} \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

Definición 6. Dado un conjunto de CNNL2T, $l_j = \langle (s_{T_j}, a_j), (s_{I_j}, b_j), (s_{F_j}, c_j) \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) con vector de pesos $w_i = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ que satisface las condiciones $w_i \in [0, 1]$ y $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, entonces se tienen los dos siguientes operadores de agregación, que son la *Media Aritmética Ponderada de Números Neutrosóficos Lingüísticos de 2-tuplas* (MAPNNL2T) y la *Media Geométrica Ponderada de Números Neutrosóficos Lingüísticos de 2-tuplas* (MGPNNL2T), respectivamente, [18]:

La toma de decisiones es una disciplina que ha sido abordada desde diferentes perspectivas, desde las más clásicas como la filosofía, las estadísticas, las matemáticas y la economía, hasta las más recientes como la inteligencia artificial, [1][2][4][9][14][17]. La solución de un problema de toma de decisiones consta de los siguientes pasos:

- Definir el problema de toma de decisiones.
- Analizar el problema e identificar las alternativas de solución: $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ($n \geq 2$).
- Establecer los criterios de evaluación.
- Seleccionar los expertos.
- Evaluar las alternativas.
- Ordenar y seleccionar la mejor alternativa.
- Implementar y dar seguimiento.

Cuando el número de criterios satisface $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ ($m \geq 2$), se considera un problema de toma de decisiones multicriterio. Cuando el número de expertos es tal que $K = \{k_1, k_1, \dots, k_n\}$ ($n \geq 2$) se considera un problema de decisión grupal.

Específicamente en este artículo se seguirán los siguientes pasos:

1. Se seleccionarán los expertos necesarios que realizarán la evaluación de la situación en el Cantón Santo Domingo sobre la reinserción social de los ex reclusos. $K = \{k_1, k_1, \dots, k_n\}$ ($n \geq 2$), a cada uno se le asigna un peso $w_i \in [0, 1]$ y $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.
2. Se seleccionarán los criterios que permitirán realizar la evaluación, $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ ($m \geq 2$).
3. Se especificará la escala lingüística que se utilizará para evaluar.
4. Se agregará el resultado por cada criterio para todos los expertos, usando la Ecuación 6 con los pesos asignados a cada experto. Esto da la evaluación por criterio.
Además, se tendrá la agregación total de todos los criterios y expertos para dar una evaluación total, utilizándose otra vez la Ecuación 6 con pesos iguales a $1/m$ sobre los resultados agregados de cada criterio.
5. Se aplica la función de puntuación o la de precisión para valorar los resultados a partir de un valor numérico.

Estos pasos permiten solo evaluar la situación, que es el objetivo de esta investigación, no evaluar alternativas. Es necesario especificar que se seleccionó este método por sobre uno estadístico, debido a que muchas de las opiniones directas que se pudieran recoger no son confiables, porque dependen de la opinión subjetiva de la ciudadanía, los ex reclusos, los trabajadores del orden, entre otros, en relación a este tema que genera polémica. Es por ello que la ayuda de los expertos es fundamental porque son especialistas en el tema y tienen un acceso amplio a las opiniones, lo que les permite dilucidar con más exactitud cuál es el verdadero estado de opinión de los encuestados.

3. RESULTADOS

Se seleccionaron tres expertos conocedores del tema y de gran prestigio dentro del ramo y con una actitud independiente. Se les permitió realizar entrevistas a la ciudadanía, los empleadores a los que suelen acudir los ex reclusos, las autoridades policiales que están relacionadas con esta tarea y a los propios ex reclusos. Estos expertos se denotan con las variables del conjunto $K = \{k_1, k_2, k_3\}$. A cada uno se le asignó igual peso, por tanto, se tiene que $w_i = 1/3$, para $i = 1, 2, 3$.

Por otra parte, se seleccionaron los siguientes criterios de evaluación:

- C₁: Componente educativa existente en la reinserción de los ex reclusos.
- C₂: Aceptación de los ex reclusos que se reinserían, según la opinión de los ciudadanos.
- C₃: Aceptación de los ex reclusos en la sociedad, según la opinión de las autoridades del orden que tratan con estos.
- C₄: Aceptación de los ex reclusos por parte de los empleadores.
- C₅: Aceptación de los ex reclusos por parte de los empleadores, los ciudadanos y las autoridades, según la opinión de los mismos ex reclusos.

Se seleccionó una escala lingüística consistente en lo siguiente: $S = \{s_0 = \text{“Muy mal”}, s_1 = \text{“Mal”}, s_2 =$

$\text{“Regular”}, s_3 = \text{“Bien”}, s_4 = \text{“Muy bien”}\}$. Véase que el número de elementos es impar.

Para todos los cálculos que se llevaron a cabo en este artículo se utilizó Octave 4.2.1, [3]. Este software es una versión libre, similar a Matlab que contiene paquetes para realizar cálculos numéricos y simbólicos. Contiene

también un lenguaje de programación llamado m, que es el que se utiliza en Matlab, salvo unas pocas diferencias. Al final del artículo en el Anexo, se adjuntan los programas en lenguaje m que se utilizaron para llevar a cabo los cálculos.

En la Tabla 1 aparecen las evaluaciones de cada experto por cada criterio, siguiendo la escala lingüística S. Se puede apreciar que el uso de términos lingüísticos que significan la indeterminación y la falsedad de manera independiente, brindan mayor fidelidad a los resultados finales.

Criterio/Experto	Experto 1	Experto 2	Experto 3
Criterio 1	$\langle (s_2, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_3, 0), (s_2, 0), (s_1, 0) \rangle$	$\langle (s_2, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$
Criterio 2	$\langle (s_1, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_0, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_1, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$
Criterio 3	$\langle (s_2, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_1, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_0, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$
Criterio 4	$\langle (s_1, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_0, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_1, 0), (s_1, 0), (s_2, 0) \rangle$
Criterio 5	$\langle (s_0, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_0, 0), (s_1, 0), (s_3, 0) \rangle$	$\langle (s_0, 0), (s_0, 0), (s_3, 0) \rangle$

Tabla 1. Evaluación según la escala lingüística S y Números Neutrosóficos Lingüísticos de 2-tuplas, sobre los criterios anteriores por parte de cada uno de los tres expertos (Fuente: los autores).

En la Tabla 2 se muestran los resultados de la agregación de las evaluaciones por los expertos, fijando cada criterio.

Criterio	Resultado de la agregación de las evaluaciones de los tres expertos
Criterio 1	$\langle (s_2; 0,4126), (s_1; 0,2599), (s_3; 0,0801) \rangle$
Criterio 2	$\langle (s_1; -0,3019), (s_1; 0), (s_3; 0) \rangle$
Criterio 3	$\langle (s_1; 0,1155), (s_1; 0), (s_3; 0) \rangle$
Criterio 4	$\langle (s_1; -0,3019), (s_1; 0), (s_3; -0,37930) \rangle$
Criterio 5	$\langle (s_0, 0), (s_0, 0), (s_3, 0) \rangle$

Tabla 2. Evaluación según la escala lingüística S y Números Neutrosóficos Lingüísticos de 2-tuplas, sobre los criterios anteriores agregados con respecto a las evaluaciones de los expertos (Fuente: los autores).

De la Tabla 2 se puede concluir lo siguiente:

1. La componente educativa se califica de “Regular”. Aunque existe cierta contradicción entre la evaluación de los expertos.
2. La ciudadanía acepta “Mal”, incluso algo peor que “Mal” a los ex reclusos y de ninguna manera “Bien”.
3. La opinión de las autoridades del orden confirma que la aceptación también se califica de “Mal”.
4. Los empleadores aceptan “Mal” a los ex reclusos y de ninguna manera “Bien”.
5. La opinión de los ex reclusos es que la aceptación de los demás entes sociales se puede calificar de “Mal”.

El resultado final de agregar todos los elementos obtenidos en la Tabla 2 fue de $\langle (s_1; 0,11551), (s_1; 0,30464), (s_3; -0,28623) \rangle$, lo que se puede interpretar como “Mal” en total.

Esto muestra que el uso de la Computación con Palabras mediante los CNL2T, permite llegar a resultados fácilmente comprensibles por parte de los decisores, expertos y usuarios, en escalas lingüísticas de evaluación. Para tener un resultado más exacto, se aplica la función de puntuación, véase Ecuación 4, para ordenar los criterios, esto aparece en la Tabla 3.

Criterio	Función de puntuación
Criterio 1	$(s_2; 0,35753)$
Criterio 2	$(s_2; -0,43397)$
Criterio 3	$(s_2; -0,29483)$
Criterio 4	$(s_2; -0,30753)$
Criterio 5	$(s_1; -0,33333)$

Tabla 3. Evaluación de la función de puntuación, sobre los criterios (Fuente: los autores).

Según los resultados de la Tabla 3, se pueden ordenar los criterios desde el que tiene mejores resultados al que tiene el peor de la siguiente manera:

$C_1 > C_3 > C_4 > C_2 > C_5$, por tanto a pesar de que se debe mejorar en todos los criterios, el criterio sobre la opinión de los ex reclusos con respecto al trato de la sociedad es el que peor resultado dio. Es por eso que se recomienda tomar todas las medidas necesarias para revertir esta situación.

4. CONCLUSIONES

En el presente artículo se demostró, mediante una evaluación de tres expertos sobre 5 criterios relacionados con la aceptación de los ex reclusos por la sociedad, que existe un rechazo general de la ciudadanía y de los empleadores sobre el hecho de que los ex reclusos se incorporen a la sociedad y al trabajo, incluso sobre la sensación de rechazo que perciben los ex reclusos sobre los demás entes de la sociedad. Es sobre este último criterio sobre el que se debe trabajar para revertir esta situación. Esto contribuirá a mejorar esta situación social que tiene una importancia humanitaria, porque se trata de contribuir al bienestar de todos los ciudadanos, incluidos los que se reinseran a la sociedad, después de pasar por un proceso penal.

Además del resultado particular antes expuesto, el estudio propone una metodología que puede seguirse en caso de que se desee resolver problemas del tipo que se propone, que es además universal, lo que permitirá optimizar las decisiones que se tomen sobre este tema.

RECEIVED: DECEMBER, 2019.

REVISED: FEBRUARY, 2020.

REFERENCIAS

- [1] BATISTA HERNÁNDEZ, N., NAVARRETE LUQUE, C. E., LEÓN SEGURA, C. M., REAL LÓPEZ, M. DE J., CHIRIBOGA HUNGRÍA, J. A. y ESTUPIÑÁN RICARDO, J. (2019) La toma de decisiones en la informática jurídica basado en el uso de los sistemas expertos, **Investigación Operacional**, 40, 131139.
- [2] BOUZA, C. (2017) **Teoría de Decisión y Modelos Estadísticos**, Reporte Técnico 2017-62.02, DOI: 10.13140/RG.2.2.34637.44005.
- [3] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017) **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [4] ESCOBAR, J. W. (2015) Metodología para la toma de decisiones de inversión en portafolio de acciones utilizando la técnica multicriterio AHP, **Contaduría y administración**, 60, 346-366.
- [5] FERNÁNDEZ, D. (1986). La rehabilitación en las prisiones: ¿éxito o fracaso? **Boletín Mexicano de Derecho Comparado**, 1, 907-920.
- [6] HERRERA, F. y MARTÍNEZ, L. (2000) A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words, **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 8, 746-752.
- [7] HERRERA, F. y MARTÍNEZ, L. (2000) An approach for combining linguistic and numerical information based on the 2-tuple fuzzy linguistic representation model in decision-making. **International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems**, 8, 539-562.
- [8] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018) **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [9] LEYVA VÁZQUEZ, M., BATISTA HERNANDEZ, N. y SMARANDACHE, F. (2019) **Métodos Multicriterios para Determinación de la Efectividad de la Gestión Pública y el Análisis de la Transparencia**, Infinite Study.
- [10] MALDONADO, M. (2001). **Las competencias, una opción de vida. Metodologías para el diseño curricular**. Ecoe Ediciones, Bogotá, Colombia.
- [11] MATA, F. (2006) **Modelos para Sistemas de Apoyo al Consenso en Problemas de Toma de Decisión en Grupo definidos en Contextos Lingüísticos Multigranulares**. Tesis Doctoral, Universidad de Jaén, España.
- [12] MÉNDEZ PAZ, L. (2008) **Derecho Penitenciario**. Oxford University, México.

- [13] MINISTERIO DE JUSTICIA (2016) **Reglamento del Sistema Nacional de Rehabilitación Social**. Disponible en <https://www.justicia.gob.ec/wp-content/uploads/2017/12/4-Reglamento-del-SistemaNacional-de-Rehabilitacion-Social.pdf>, Consultado el 4 de febrero de 2018.
- [14] PÉREZ TERUEL, K., LEYVA VÁZQUEZ, M., ESPINILLA, M. y ESTRADA SENTI, V. (2014) Computación con palabras en la toma de decisiones mediante mapas cognitivos difusos, **Revista Cubana de Ciencias Informáticas**, 8, 19-34.
- [15] SMARANDACHE, F. (2002) **Neutrosophy, a new Branch of Philosophy**. Infinite Study.
- [16] SMARANDACHE, F. (2005) **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, Infinite Study.
- [17] VALIENTE, S. M. (2000) **Uso de análisis multicriterio en la toma de decisiones grupales en el ámbito universitario**, Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Mar del Plata.
- [18] WANG, J., WEI, G. y WEI, Y. (2018) Models for Green Supplier Selection with Some 2-Tuple Linguistic Neutrosophic Number Bonferroni Mean Operators, **Symmetry**, 10, 131-166.

ANEXO

En este anexo se incluye el código de los principales programas realizados en Octave 4.2.1 para realizar los cálculos propuestos. Este código puede utilizarse dentro de cualquier versión reciente de Matlab. Cada función programada comienza con una explicación entre comentarios (con signo %) de qué calcula.

```
function DELTA = DELTA(beta, escala)
```

```
%Función Delta que convierte un beta real en [0, t], según la fórmula 2.  
%La escala = t un número par, que representa una escala de 0 a t.  
%Devuelve un número entero i entre 0 y t, y un número real alfa entre [-.5, .5)
```

```
DELTA = [round(beta) beta-round(beta)];
```

```
function INVDELTA = INVDELTA(indice, alfa)
```

```
%Es la función inversa de DELTA.  
%indice es un valor entero entre 0 y t.  
%alfa es un valor real en [-.5, .5).
```

```
INVDELTA = indice+alfa;
```

```
function Punt = Punt(ind, alfa, t)
```

```
%Calcula la función de Puntuación, según la fórmula 4.  
%ind es el vector de tres índices enteros entre 0 y t, para True, Indeterminacy %y  
False, respectivamente.
```

```
indT = ind(1); indI =  
ind(2); indF = ind(3);  
alfaT = alfa(1); alfaI =  
alfa(2);  
alfaF = alfa(3);  
compT = INVDELTA(indT, alfaT); compI =  
INVDELTA(indI, alfaI);  
compF = INVDELTA(indF, alfaF);
```

```
Punt = DELTA((2*t+compT-compI)/3);
```

```
function Prec = Prec(ind, alfa, t)
```

```
%Calcula la función de Precisión, según la fórmula 5.  
%ind es el vector de tres índices enteros entre 0 y t, para True y False  
%respectivamente.
```

```
indT = ind(1);  
indF = ind(2);  
alfaT = alfa(1);  
alfaF = alfa(2);  
compT = INVDELTA(indT, alfaT);  
compF = INVDELTA(indF, alfaF);
```

```
Prec = DELTA((t+compT-compF)/2);
```

```
function MAP = MAP(ind, alfa, W, escala)
```

```
%Esta función calcula la agregación de n CNL2T con pesos W y escala de 0 a t. %ind es una  
matriz de nx3, donde cada columna representa a True, Indeterminacy o %False, respectivamente.  
%Cada fila es el valor de un CNL2T.  
%alfa es la matriz nx3 de alfas correspondientes a uno de los elementos de ind. %W es el vector  
de pesos.  
%La escala = t.  
%Devuelve tres vectores que cada uno contiene un índice de 0 a t en la primera %columna  
y un alfa en [-.5, .5) en la segunda. %Se sigue la fórmula 6.
```

```
s = size(ind);  
nfil = s(1);
```

```
for i = 1:nfil for j = 1:3  
    invdelta(i,j) = INVDELTA(ind(i,j), alfa(i,j)); end  
end
```

```
R = invdelta/escala; R(:,1) = 1-  
R(:,1); for i = 1:nfil  
    R(:,i) = R(:,i).^W(i);  
end
```

```
R = prod(R);  
R(1) = 1-R(1);  
R = escala*R;
```

```
MAP = [DELTA(R(1)); DELTA(R(2)); DELTA(R(3))];
```

```
function MGP = MGP(ind,alfa,W,escala)
```

```
%Esta función calcula la agregación de n CNNL2T con pesos W y escala de 0 a t.  
%ind es una matriz de nx3, donde cada columna representa a True, Indeterminacy o  
%False, respectivamente.
```

```
%Cada fila es el valor de un CNNL2T.
```

```
%alfa es la matriz nx3 de alfas correspondientes a uno de los elementos de ind. %W  
es el vector de pesos.
```

```
%La escala = t.
```

```
%Devuelve tres vectores que cada uno contiene un índice de 0 a t en la  
primera %columna y un alfa en [-.5, .5) en la segunda. %Se sigue la fórmula  
7.
```

```
s = size(ind);
```

```
nfil = s(1);
```

```
for i = 1:nfil
```

```
for j = 1:3
```

```
    invdelta(i,j) =
```

```
    INVDELTA(ind(i,j),alfa(i,j)); end end
```

```
R = invdelta/escala;
```

```
R(:,2:3) = 1-R(:,2:3);
```

```
for i = 1:nfil
```

```
    R(:,i) = R(:,i).^W(i);
```

```
end
```

```
R = prod(R);
```

```
R(2:3) = 1-R(2:3);
```

```
R = escala*R;
```

```
MGP = [DELTA(R(1)); DELTA(R(2)); DELTA(R(3))];
```

JUEGOS NEUTROSÓFICOS COMO HERRAMIENTA PARA LA MODELACIÓN DE SOLUCION A CONFLICTOS INTERNACIONALES CONCERNIENTES A INVERSIONES (CIADI)

Segundo Rosero Portilla ^{1*}, Milena Álvarez Tapia ^{*}, Diego Coka Flores ^{**}

Universidad Regional Autónoma de los Andes, Tulcán, Carchi, Ecuador.

ABSTRACT

The International Center for Settlement of Investment Disputes (ICSID) is an organization based in Washington, United States belonging to the World Bank, whose objective is the support to resolve conflicts between States. Three South American countries, Bolivia, Ecuador and Venezuela, at certain times have decided to leave this organism. This paper aims to determine the best strategy to follow for these countries to make the most convenient decision about to leave or not this organization. The solution of this problem is done by applying neutrosophic games. Game Theory is used to solve conflict situations among different parties. In this paper, neutrosophic games are non-cooperative, in normal form, two players and zero sum games. In addition, evaluations are carried out with linguistic terms associated with neutrosophic sets, where indeterminacy is part of the calculations and this is the reason for including neutrosophic sets in modeling this problem. Obviously, in a dispute there is uncertainty and also lack of information, contradictions among the parties, inconsistencies, and other phenomena which justify the use of neutrosophy.

KEYWORDS: neutrosophic game, neutrosophic set, noncooperative game, zero-sum game, game in normal form.

MSC: 62C99, 91A80

RESUMEN

El Centro Internacional de Arreglo de Diferencias relativas a Inversiones (CIADI) es un organismo radicado en Washington, Estados Unidos perteneciente al Banco Mundial, cuyo objetivo es el apoyo para dirimir conflictos entre Estados. Tres países sudamericanos: Bolivia, Ecuador y Venezuela, en ciertos momentos han decidido salir de este centro. El objetivo de este artículo es determinar la mejor estrategia a seguir por estos países para tomar la decisión más conveniente sobre su salida o no de este organismo. La solución de este problema se realiza mediante la utilización de juegos neutrosóficos. La Teoría de Juegos se utiliza para solucionar situaciones de conflicto entre diferentes partes. Los juegos neutrosóficos que se utilizan en este artículo son no cooperativos, en forma normal, con dos jugadores y de suma cero. Además, las evaluaciones se realizan mediante términos lingüísticos asociados a conjuntos neutrosóficos, donde la indeterminación forma parte de los cálculos. Esta es la razón de incluir conjuntos neutrosóficos en la modelación del problema. Evidentemente, en un litigio existe incertidumbre y también falta de información, contradicciones entre las partes, inconsistencias entre otros fenómenos que justifican el uso de la neutrosofía.

PALABRAS CLAVES: juego neutrosófico, conjunto neutrosófico, juego no cooperativo, juego de suma cero, juego en forma normal.

1. INTRODUCCIÓN

El Centro Internacional de Arreglo de Diferencias relativas a Inversiones (CIADI) es un centro internacional de arbitraje privado del Banco Mundial y financiado por este último con sede en Washington que dirige controversias, bien sea mediante procedimientos de arbitraje o conciliación en materia de inversiones, entre gobiernos y nacionales de otros Estados partes en el Convenio de 1966.

Así, el objeto del Centro se establece en el Art. 1 de la Convención donde se indica “(...) El Centro tendrá por objeto facilitar la sumisión de las diferencias relativas a inversores entre Estados contratantes y nacionales de otros Estados Contratantes a un procedimiento de conciliación y arbitraje de acuerdo con las disposiciones de este Convenio”, véase [3].

El arbitraje constituye para Díez de Velasco ([6]) uno de los medios jurídicos de solución pacífica de diferencias, junto con el arreglo judicial, por el que una controversia surgida entre sujetos internacionales puede ser sometida

¹ Email: ut.segundorosero@uniandes.edu.ec

por estos a un tercero independiente para que adopte, después de un procedimiento contradictorio, una decisión fundada en derecho que es obligatoria para las partes por la que se ponga fin a la misma.[1]

El primer Estado en denunciar el Convenio de Washington fue Bolivia. El gobierno boliviano envió al CIADI la notificación por escrito de la denuncia de Bolivia del Convenio, de conformidad con el artículo 71 del Convenio, que establece que: “Todo Estado Contratante podrá denunciar este Convenio mediante notificación escrita dirigida al depositario del mismo. La denuncia producirá efecto seis meses después del recibo de dicha notificación”.

El segundo fue el Ecuador, mediante la firma de un decreto que “denuncia y, por tanto, declara terminado” el convenio con el CIADI, del Grupo del Banco Mundial. En este sentido, se alegó que existía un conflicto con relación a la nueva Constitución Política del país, aprobada por plebiscito popular el 28 de septiembre de 2008. La misma, de conformidad con el *International Centre for Trade and Sustainable Development* [ICTSD](2009), véase [7], en su Artículo 422, declara inconstitucional que la nación andina se someta a arbitraje a menos que sea con un ciudadano latinoamericano y en un foro latinoamericano.

El tercer Estado, de conformidad con Díaz Valbuena, fue el de la República Bolivariana de Venezuela. El gobierno envió la notificación oficial escrita expresando la denuncia de la República Bolivariana de Venezuela del Convenio.

Los tres estados denunciaron el tratado alegando varias razones, como, por ejemplo, conductas arbitrarias o interpretación parcial de los árbitros del CIADI, por razones de una aplicación evidentemente errónea del derecho. En efecto, entre los mayores obstáculos a su utilización se encuentran: (i) la exacerbada autonomía del sistema CIADI, que no permite la revisión de sus laudos respecto de cuestiones de fondo; (ii) la aplicabilidad de estándares mínimos de derecho internacional con independencia de la voluntad de las partes, que puede prestarse para la vulneración de esta última y (iii) la concesión de demasiadas garantías a los inversores, sin que ellas se encuentren suficientemente delimitadas ([13]).

El objetivo de este artículo es establecer una solución sobre el problema de la salida de tres países sudamericanos, Bolivia, Ecuador y Venezuela contra el CIADI. Este problema se modelará con ayuda de la Teoría de Juegos Neutrosóficos, véase [1][4][9].

La Neutrosofía es la rama de la filosofía que estudia todo lo relacionado con la neutralidad, véase [8][11][12]. Los conjuntos neutrosóficos generalizan otros como los conjuntos difusos, los conjuntos intuicionistas difusos, los conjuntos difusos en forma de intervalo, entre otros. La principal diferencia de los conjuntos neutrosóficos con los anteriores es que por primera vez se incluye una función de pertenencia de indeterminación, que modela algunos estados de la información y el conocimiento como lo desconocido, lo contradictorio, lo inconsistente, entre otros.[2]

En cuanto a los juegos neutrosóficos, se aplican en la modelación de situaciones de conflicto entre dos o más partes, como parte de la teoría de juegos. Básicamente, parte de las ganancias potenciales de un grupo de jugadores, para obtener un resultado final donde se especifica cómo deben repartirse estas ganancias entre cada uno de los jugadores.

En este artículo se aplicarán los juegos en forma normal, con dos jugadores y de suma cero. Este tipo de juego se representa por una matriz, donde cada fila representa una estrategia del Jugador I, mientras que cada columna representa una estrategia del Jugador II. La intersección de una fila con una columna de la matriz expresa cuantitativamente la ganancia obtenida por el Jugador I cuando aplica la estrategia correspondiente a esa fila y tal que el Jugador II responde con la estrategia correspondiente a tal columna. La suma cero significa que en la misma medida que el Jugador I tiene una ganancia con una cierta magnitud, el Jugador II tiene su pérdida y viceversa. Este es un tipo de juego no cooperativo porque ninguno de los jugadores forma una coalición con el otro.

La particularidad de los juegos neutrosóficos está en que cada elemento de la matriz es un conjunto neutrosófico, donde se tiene en cuenta no solamente las ganancias del Jugador I cuando selecciona una estrategia determinada y el Jugador II otra, sino que se representa un valor que es $t\%$ verdadero, $i\%$ indeterminado y $f\%$ falso, lo incluye la incertidumbre de la medición. Otra ventaja está en que se pueden realizar evaluaciones con ayuda del lenguaje natural, lo que se incluye en el modelo que se propone. Los términos lingüísticos son una manera más comprensible de evaluar y de comunicación entre las personas, si se compara con mediciones mediante valores numéricos.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección se dedicará a exponer las teorías y métodos que se utilizarán como base de este artículo.

Definición 1. ([8]) Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN) está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3+$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^{+}[$.

Definición 2. ([8]) Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU) A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow]0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU) será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$. Algunas operaciones entre NNVU se expresan a continuación:

1. Dados $A_1 = (a_1, b_1, c_1)$ y $A_2 = (a_2, b_2, c_2)$ dos NNVU se tiene que la suma entre A_1 y A_2 se define como:

$$A_1 \oplus A_2 = (a_1 + a_2 - a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2) \quad (2)$$

2. Dados $A_1 = (a_1, b_1, c_1)$ y $A_2 = (a_2, b_2, c_2)$ dos NNVU se tiene que la multiplicación entre A_1 y A_2 se define como:

$$A_1 \otimes A_2 = (a_1 a_2, b_1 + b_2 - b_1 b_2, c_1 + c_2 - c_1 c_2) \quad (3)$$

3. El producto por un escalar $\alpha \in [0, 1]$ positivo con un NNVU, $A = (a, b, c)$ se define por:

$$\alpha A = (1 - (1 - a)^\alpha, b^\alpha, c^\alpha) \quad (4)$$

4. Sea $\alpha \in [0, 1]$ positivo con un NNVU, $A = (a, b, c)$ se define por:

$$A^\alpha = (a^\alpha, 1 - (1 - b)^\alpha, 1 - (1 - c)^\alpha) \quad (5)$$

Se dice que $A(x) = (T_A(x), I_A(x), F_A(x))$ es un subconjunto neutrosófico de $B = (T_B(x), I_B(x), F_B(x))$ y se denota por $A \sqsubseteq B$ si para todo $x \in X$ se cumple $T_A(x) \sqsubseteq T_B(x)$, $I_B(x) \sqsubseteq I_A(x)$ y $F_B(x) \sqsubseteq F_A(x)$.

En particular se dice que A es neutrosóficamente igual a B , y se denota por $A = B$, si $T_A(x) = T_B(x)$, $I_B(x) = I_A(x)$ y $F_B(x) = F_A(x)$.

Por lo tanto se dice que A es mayor o igual a B si y solo si $A \sqsubseteq B$, y entonces $\max(A, B) = A$ y $\min(A, B) = B$. Existen algunas aproximaciones a los juegos neutrosóficos como en [1][9]. En este artículo se usará la teoría que aparece en [4], que se basa en algunas teorías anteriores definidas sobre conjuntos difusos o intuicionistas difusos como en [2] y [5], respectivamente, las que además toman algunas ideas de [10].

Definición 3. Un *juego en forma normal* es un juego entre dos jugadores, denotado por la cuarteta $G = (\text{Jugador I, Jugador II, } S_1, S_2)$, tal que:

1. El Jugador I cuenta con un conjunto finito de estrategias S_1 con m elementos.
2. El Jugador II cuenta con un conjunto finito de estrategias S_2 con n elementos.
3. Las ganancias o pagos de los jugadores son funciones $u_1(s_1, s_2)$ y $u_2(s_1, s_2)$ de los resultados para $(s_1, s_2) \in S_1 \times S_2$.

Definición 4. Sea E un conjunto de estrategias $A, B \in E$. Una forma estratégica o normal de *juegos neutrosóficos simplificados de dos personas* (Juegos NSDP) se define por una tripleta $(A, B, \tilde{G})$, donde:

1. A es un conjunto no vacío de estrategias del Jugador I.
2. B es un conjunto no vacío de estrategias del Jugador II.
3. $\tilde{G}$ es un NNVU sobre $A \sqsubseteq B$ que se define como a continuación:

$$\tilde{G} = \{((x, y), (T_G(x, y), I_G(x, y), F_G(x, y))) : (x, y) \in A \times B\} \quad (6)$$

Lo anterior se interpreta como: el Jugador I selecciona $x \in A$ y el Jugador II selecciona $y \in B$ simultáneamente, cada uno sin conocer la selección del otro. Entonces las ganancias del Jugador I se expresa por $(T_A(x, y), I_A(x, y),$

$F_A(x,y)$) en la situación (x,y) . Los resultados del Jugador II sobre la situación (x,y) es la negación de los resultados del Jugador I.

Definición 5. Sea $\tilde{G} = \{((x,y), (T_G(x,y), I_G(x,y), F_G(x,y))): (x,y) \in A \times B\}$ un Juego NSDP. Si se cumplen las siguientes condiciones simultáneamente:

1. $\max_{x_i \in A} T_G(x_i, y_j), I_G(x_i, y_j), F_G(x_i, y_j) = (T_G(x,y), I_G(x,y), F_G(x,y)) \{ (\quad) (\quad) \}$
2. $\min_{y_j \in B} \{ (T_G(x_i, y_j), I_G(x_i, y_j), F_G(x_i, y_j)) \} = (T_G(x,y), I_G(x,y), F_G(x,y))$

Entonces se dice que (x,y) es un *punto de ensilladura* de los jugadores del Juego NSDP.

Si (x,y) es un punto de ensilladura neutrosófico, entonces el Jugador I puede ganar si al menos selecciona la estrategia $x \sqsubseteq A$ y el Jugador II no aumenta sus pérdidas si cuando más selecciona la estrategia $y \sqsubseteq B$. Por tanto, el punto de ensilladura es una solución del juego NSDP.

Definición 6. Sea $\tilde{G} = \{((x,y), (T_G(x,y), I_G(x,y), F_G(x,y))): (x,y) \in A \times B\}$ un Juego NSDP, entonces:

1. Un *valor neutrosófico superior* del Juego NSDP, que se denota por $\bar{n}$, se define por:

$$\bar{n} = \min_{y_j \in B} \max_{x_i \in A} \{ (T_G(x_i, y_j), I_G(x_i, y_j), F_G(x_i, y_j)) \} \quad (7)$$

2. Un *valor neutrosófico inferior* del Juego NSDP, que se denota por $\underline{n}$, se define por:

$$\underline{n} = \max_{x_i \in A} \min_{y_j \in B} \{ (T_G(x_i, y_j), I_G(x_i, y_j), F_G(x_i, y_j)) \} \quad (8)$$

3. Si los valores superior e inferior del Juego NSDP son iguales, ellos se denotan por n y se consideran el *valor* del Juego NSDP.

El concepto de estrategia tratado hasta ahora ha sido el de estrategias puras. En Teoría de Juegos, las estrategias mixtas se obtienen de la combinación de estrategias puras con cierta probabilidad asociada a cada una de ellas.

Definición 7. Sean A y B los espacios de estrategias mixtas en un Juego NSDP de los Jugadores I y II, respectivamente. Entonces, la ganancia esperada de los jugadores se define por:

$$E(x,y) = x^t \tilde{G} y$$

Por tanto

$$E(x,y) = \left(1 - \prod_{y_j \in B} \prod_{x_i \in A} (1 - T_G(x_i, y_j)) \right), \prod_{y_j \in B} \prod_{x_i \in A} I_G(x_i, y_j), \prod_{y_j \in B} \prod_{x_i \in A} F_G(x_i, y_j) \quad (9)$$

Donde $E(x,y)$ es un conjunto neutrosófico.

Definición 8. Sean A y B los espacios de estrategias mixtas en un Juego NSDP de los Jugadores I y II, respectivamente. Entonces, el Jugador I selecciona x para maximizar su valor esperado y el Jugador II selecciona y para minimizar el valor esperado del Jugador I. Este hecho se expresa matemáticamente de la forma siguiente:

$$\min_{y \in B} \max_{x \in A} E(x,y) = E(x^*, y^*) = \max_{x \in A} \min_{y \in B} E(x,y) \quad (10)$$

Donde (x^*, y^*) se llama *estrategia mixta razonable de punto de ensilladura* del juego, donde $E(x^*, y^*)$ es el valor del juego.

Definición 9. Sean A y B los espacios de estrategias mixtas en un juego NSDP de los Jugadores I y II, respectivamente. Si para todo $x \sqsubseteq A$ y para todo $y \sqsubseteq B$ se cumple que $E(x^*, y) \sqsubseteq_{v_1}$ y $E(x, y^*) \sqsubseteq_{v_2}$ entonces

(x^*, y^*) se llama *punto de ensilladura del juego para estrategias mixtas* y

Una ventaja de utilizar los conjuntos neutrosóficos está en que se pueden incluir términos lingüísticos. En la Tabla 1 se muestra la asociación entre términos lingüísticos para medir las ganancias del Jugador I con respecto la estrategia x cuando el Jugador II selecciona la estrategia y . $E(x^*, y^*)$ es el valor del juego.

Término lingüístico	NNVU
Extremadamente buena (EB)	(1;0;0)

Muy muy buena (MMB)	(0,9; 0,1; 0,1)
Muy buena (MB)	(0,8;0,15;0,20)
Buena (B)	(0,70;0,25;0,30)
Medianamente buena (MDB)	(0,60;0,35;0,40)
Media (M)	(0,50;0,50;0,50)
Medianamente mala (MDM)	(0,40;0,65;0,60)
Mala (MA)	(0,30;0,75;0,70)
Muy mala (MM)	(0,20;0,85;0,80)
Muy muy mala (MMM)	(0,10;0,90;0,90)
Extremadamente mala (EM)	(0;1;1)

Tabla 1. Términos lingüísticos empleados para medir las ganancias por cada par de estrategias, una por cada jugador ([8]).

Para finalizar, si se contara con varias matrices de pago, cada una según la evaluación de un experto, entonces, se puede obtener una matriz calculada como la mediana elemento a elemento por cada una de las matrices de pago de los k expertos. Para ello se utiliza la fórmula siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{mediana}_k\{(T_G^k(x_i, y_j), I_G^k(x_i, y_j), F_G^k(x_i, y_j))\} \\ &= (\text{mediana}_k\{T_G^k(x_i, y_j)\}, \text{mediana}_k\{I_G^k(x_i, y_j)\}, \text{mediana}_k\{F_G^k(x_i, y_j)\}) \end{aligned}$$

(11)

3. RESULTADOS

Aparentemente el abandono del CIADI por parte de Bolivia, Ecuador y Venezuela es una decisión sencilla, sin embargo, este hecho puede traer resultados negativos para estos tres países. Ello puede tener un efecto contraproducente o no minimizar la pretendida vulneración a los derechos de los Estados soberanos al abandonar uno de los foros de arbitraje, y esto tiene una connotación importante ya que tendrían tales Estados que denunciar todos los tratados que tienen en vigor y todos los tratados multilaterales, sustrayéndose de los mecanismos internacionales de solución de controversias.

En cierta forma, tales países no estarían mejorando su nivel de protección contra demandas, sino que únicamente estaría eliminado uno de los posibles foros de adjudicación. Es más, hasta se podría decir que pudieron haber desmejorado su nivel de protección. En efecto, estos países podrían presentar su demanda ante otro tribunal arbitral del mundo, con procedimientos y árbitros definidos *ad hoc*. Si no denuncia o renegocia los tratados y alguno de ellos remite expresamente al CIADI, Bolivia podría ser demandada por incumplimiento de una obligación internacional, ya no por un inversionista, si no por otro Estado contratante. Por otra parte, al momento de la decisión estos tres países tenían posiciones políticas muy afines, además de ser miembros importantes del ALBA. Es por ello, que en esta investigación se podrán considerar como un bloque negociador único.

En este artículo se denotará como Jugador I al bloque formado por los países Bolivia, Ecuador y Venezuela, mientras el Jugador II se referirá al CIADI como organismo. Es necesario destacar que el CIADI no es indiferente ante la salida de un Estado de su institución, aunque no puede evitarlo. Es por ello que se indican las posibles estrategias puras siguientes:

Para el Jugador I:

S₁: Los tres países se retiran en bloque.

S₂: Cada país se retira individualmente.

S₃: Los tres países se mantienen en el CIADI y presionan en bloque a que este centro acceda a sus demandas.

S₄: Los tres países se mantienen en el CIADI y presionan individualmente a que se este centro acceda a sus demandas.

Para el Jugador II

S₁: Permitir la retirada de los tres países sin tratar de retenerlos.

S₂: Permitir la retirada de alguno(s) de los tres países sin tratar de retenerlo(s), mientras que negocia con el (los) otro(s).

S₃: Acceder a las demandas de los tres países, sin más.

Se convocó a un grupo de 5 expertos en el tema, que evaluaron cada par de estrategias posibles del Jugador I con el Jugador II con los términos lingüísticos indicados en la Tabla 1. A estas evaluaciones se les halló la mediana de los cinco expertos de los NNVU correspondientes, véase Ecuación 11, lo que se resume en la Tabla 2.

		Jugador II		
Jugador I	Estrategia	S ₁	S ₂	S ₃
	S ₁	(0,40;0,65;0,60)	(0,50;0,50;0,50)	(0,50;0,50;0,50)
	S ₂	(0,60;0,35;0,40)	(0,50;0,50;0,50)	(0,50;0,50;0,50)
	S ₃	(0,20;0,85;0,80)	(0,40;0,65;0,60)	(0,8;0,15;0,20)
	S ₄	(0,10;0,90;0,90)	(0,30;0,75;0,70)	(0,9; 0,1; 0,1)

Tabla 2. Matriz de estrategias para representar el juego neutrosófico que se estudia y la mediana de las evaluaciones de cinco expertos.

Véase que el juego representado en la Tabla 2 utiliza NNVU, lo que significa que existe incertidumbre en la evaluación de las estrategias, incluyéndose la indeterminación. Estas evaluaciones representan estrategias mixtas porque cada valor de utilidad dentro de la matriz se calculó como la mediana de las probabilidades subjetivas que asoció cada experto a cada par de estrategias, una por cada jugador.

La solución de este juego neutrosófico se dará con respecto al Jugador I, puesto que la correspondiente al Jugador II se obtiene como la negación del otro.

En la Tabla 3 aparecen los resultados de esta solución:

		Jugador II			
Jugador I	Estrategia	S ₁	S ₂	S ₃	Mínimos
	S ₁	(0,40;0,65;0,60)	(0,50;0,50;0,50)	(0,50;0,50;0,50)	(0,40;0,65;0,60)
	S ₂	(0,60;0,35;0,40)	(0,50;0,50;0,50)	(0,50;0,50;0,50)	(0,50;0,50;0,50)*
	S ₃	(0,20;0,85;0,80)	(0,40;0,65;0,60)	(0,8;0,15;0,20)	(0,20;0,85;0,80)
	S ₄	(0,10;0,90;0,90)	(0,30;0,75;0,70)	(0,9; 0,1; 0,1)	(0,10;0,90;0,90)
	Máximos	(0,60;0,35;0,40)	(0,50;0,50;0,50)*	(0,9; 0,1; 0,1)	(0,50;0,50;0,50)

Tabla 3. Matriz de estrategias para representar el juego neutrosófico que se estudia y la solución.

En la Tabla 3 se aprecia un punto de ensilladura resaltado en negritas, correspondiente a la estrategia S₂ del Jugador I y la estrategia S₂ del Jugador II, véanse los asteriscos. Es decir, la solución consiste en que cada país se retira individualmente, mientras que el CIADI permite la retirada de alguno(s) de los tres países sin tratar de retenerlo(s), mientras que negocia con el (los) otro(s). Adicionalmente el valor en forma NNVU es (0,50;0,50;0,50) que según la Tabla 1 corresponde a un término lingüístico que significa que la estrategia se valora como Media, o sea, no es ni Buena ni Mala. Por tanto se recomendó al bloque de los tres países que la mínima ganancia la obtendrían con la estrategia S₂, que es la más segura de lograrse.

4. CONCLUSIONES

Este artículo se dedicó al estudio del conflicto consistente en la petición de retirada que llevaron a cabo Bolivia, Ecuador y Venezuela del Centro Internacional de Arreglo de Diferencias relativas a Inversiones. Se utilizó un juego neutrosófico para modelar esta situación y recomendarles una solución a estos tres países en cuanto a la conveniencia o no de permanecer en este organismo, además de cómo deben hacerlo, en bloque o individualmente. Se llegó a la conclusión, según la evaluación de cinco expertos, que la solución más estable

es la de retirarse individualmente de este organismo, aunque podrían existir otras estrategias más favorables, aunque menos estables.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: FEBRUARY, 2020.

REFERENCIAS

- [1] BHATTACHARYA, S., SMARANDACHE, F. y KHOSHNEVISAN, M. (2006) The Israel-Palestine Question. A Case for Application of Neutrosophic Game Theory. En: **Computational Modeling in Applied Problems: collected papers on econometrics, operations research, game theory and simulation**, Hexis, Phoenix, 51-61.
- [2] BURNS, T. R. y ROWZKOWSKA, E. (2002) Fuzzy Games and Equilibria: The perspective of the General Theory of Games and Nash and Normative Equilibria, En: **Rough-Neuro Computing: Techniques for Computing with Words**, Springer-Verlag, Berlin, 433-468.
- [3] CENTRO INTERNACIONAL DE ARREGLO DE DIFERENCIAS RELATIVAS A LAS INVERSIONES (CIADI). (1966) **Convenio CIADI, Reglamento y Reglas**. Estados Unidos.
- [4] DELI, I. (2019) Matrix Games with Simplified Neutrosophic Payoffs. En: **Fuzzy Multi-Criteria Decision-Making Using Neutrosophic Sets**, Springer Nature, New Mexico 233-246.
- [5] DENG-FENG, L. (2014) **Decision and Game Theory in Management with Intuitionistic Fuzzy Sets**, Springer-Verlag, Berlin.
- [6] DIEZ DE VELASCO, M. (2016) **Instituciones de derecho internacional público**. Decimoctava Edición. Editorial Tecnos. Madrid.
- [7] HERNANDEZ, N.B., M.B.R. CUEVA, and B.N.M. ROCA, Prospective analysis of public management scenarios modeled by the Fuzzy Delphi method. *Neutrosophic Sets & Systems*, 2019. 26, 57-65
- [8] INTERNATIONAL CENTRE FOR TRADE AND SUSTAINABLE DEVELOPMENT ICTSD (2009) **Ecuador finiquita convenio con el CIADI**. Disponible en: <https://www.ictsd.org/bridgesnews/puentes/news/ecuador-finiquita-convenio-con-el-ciadi>, Consultado el 20 de febrero de 2018.
- [9] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018) **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [10] PRAMANIK, S. y ROY, T. K.. (2014) Neutrosophic game theoretic approach to indo-pak conflict over jammu-kashmir, **Neutrosophic Sets and Systems**, 2, 82–101.
- [11] REITER, R. (1980) A Logic for Default Reasoning, **Artificial Intelligence**, 13, 81-132.
- [12] RICARDO, J.E., et al., *Neutrosophic model to determine the degree of comprehension of higher education students in Ecuador*. *Neutrosophic Sets and Systems*, 2019, 54.
- [13] SMARANDACHE, F. (2002) **Neutrosophy, a new Branch of Philosophy**. Infinite Study, Pons, Bruselas
- [14] SMARANDACHE, F. (2005) **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, Infinite Study, New Mexico.
- [15] VÁZQUEZ, M. (2006) **Arbitraje ante el CIADI: Aspectos relevantes y reflexiones sobre su operatividad**. Disponible en: http://www.arbitrajecomercial.com/BancoConocimiento/A/arbitraje_ante_el_ciadi/arbitraje_ante_el_ciadi.asp, Consultado el 20 de febrero de 2018.

ANÁLISIS DE LA FIGURA, DESPIDO INTEMPESTIVO EN EL ORDENAMIENTO JURÍDICO DE ECUADOR, CON EL USO DE MAPAS COGNITIVOS DIFUSOS

Marco Sandoval Ortiz^{1*}, Carlos Grimaldo Lorente*, Marlon Escobar Jácome* *Universidad Regional Autónoma de los Andes, Tulcán, Carchi, Ecuador.

ABSTRACT

In the workplace, the worker is considered the weakest part of the employment relationship. Untimely dismissal is a social problem in Ecuador. This paper aims to evaluate the situation of untimely dismissal in this country, through the opinion of experts on this topic. For this study, the method known as Fuzzy Cognitive Map has been used, which are directed graphs to represent relationships between concepts. Each vertex of the graph represents a concept and each edge the causal relationship between them. Each edge is associated with a value in $[-1, 1]$ that represents the degree of causality between the concepts. When the value is negative it means that while one variable increases the other decreases and vice versa, when the value is positive then either, both variables increase or both decrease simultaneously. This first phase classifies each studied variable according to its influence on the others in terms of transmitter (it does not depend on another one and others depend on it), receiver (it depends on others and none depends on it), ordinary (it is both dependent on others as others depend on it). In the second phase, the Neutrosophic AHP technique is applied to assess the situation in Ecuador in this regard. Neutrosophic AHP consists of assigning a score to alternatives through expert evaluation of criteria and subcriteria, where a pair-wise comparison is made of the importance of one criterion over another. The use of neutrosophic sets has the advantage of including indeterminacy and calculation with linguistic terms. Neutrosophic AHP provides weights to each criterion to evaluate the total situation of untimely dismissal, which are used to obtain a final value once the evaluations are carried out by the experts. The results confirm that the situation is punctuated as 4.7 in a scale of 1-10.

KEYWORDS: untimely dismissal, labor conflict, Neutrosophic AHP, Fuzzy Cognitive Map.

MSC: 03E99, 62C99.

RESUMEN

En el ámbito laboral el trabajador es considerado la parte más débil de la relación. El despido intempestivo es un problema social en el Ecuador. El objetivo del presente artículo es evaluar la situación del despido intempestivo en este país, mediante la opinión de expertos sobre este tema. Para este estudio se ha utilizado el método conocido por Mapas Cognitivos Difusos, que son grafos dirigidos para representar relaciones entre conceptos. Cada vértice del grafo representa un concepto y cada arista la relación causal entre estos. Cada arista se asocia a un valor en $[-1, 1]$ que representa el grado de causalidad entre los conceptos. Cuando el valor es negativo significa que mientras aumenta una variable la otra disminuye y viceversa, cuando el valor es positivo o las dos variables aumentan o las dos disminuyen simultáneamente. Esta primera fase clasifica a cada variable estudiada según su influencia sobre las demás en cuanto a transmisora (no depende de otra y las otras dependen de ella), receptora (depende de otras y ninguna depende de ella), ordinaria (es tanto dependiente de otras como otras dependen de ella). En la segunda fase, se aplica el AHP Neutrosófico para evaluar la situación del Ecuador en este aspecto. El AHP neutrosófico consiste en la asignación de una puntuación a alternativas mediante la evaluación por expertos en criterios y subcriterios, donde se realiza la comparación por pares sobre la importancia de un criterio sobre otro. El uso de conjuntos neutrosóficos tiene como ventaja que se incluye la indeterminación y el cálculo con términos lingüísticos. El AHP neutrosófico provee de pesos a cada criterio para evaluar la situación general del despido intempestivo, los cuales se utilizan para obtener un valor final una vez que los expertos realizan las evaluaciones. Los resultados confirman que la situación se puntúa con un valor de 4,7 en una escala de 1 a 10.

PALABRAS CLAVES: despido intempestivo, conflicto laboral, AHP Neutrosófico, Mapa Cognitivo Difuso.

1. INTRODUCCIÓN

En el ámbito laboral se considera al trabajador como la parte más débil de la relación laboral y de acuerdo a una publicación del diario El Comercio del día 13 de noviembre del 2016 titulada “El despido intempestivo es la queja más común en Juzgados” se determina que el índice de despidos en el Ecuador es muy alto, véase [7][8][15][16]. Sin embargo, aquello no es el problema, lo realmente preocupante es la dificultad que posee el trabajador para poder probar dicha terminación ilegal de la relación laboral tal como lo señala Contreras Gallo, véase [9].

De acuerdo a la normativa actual de Ecuador (véase [3]) es el trabajador(a) a quién le corresponde probar la existencia del despido intempestivo en un juicio laboral. Sin embargo, este (a) sufre usualmente de

¹ Email: ut.marcosandoval@uniandes.edu.ec

limitaciones en la obtención de pruebas que permitan justificar el hecho, dada las particularidades en las que ocurre. Generalmente las pruebas debe encontrarlas en las instalaciones de la empresa, de forma reservada y si existen testigos son los mismos trabajadores del empleador, los que se rehúsan a dar su testimonio, al estar en juego su estabilidad laboral.

En el Código del Trabajo de Ecuador se determina el pago de una indemnización al trabajador por el empleador en caso de despido, pero esto muchas veces se anula cuando se trata de un despido intempestivo ([4]). Para la tratadista Irene Rojas Miño, dicha indemnización tiene la finalidad de resarcir en algo el perjuicio causado y permitirle al trabajador cesante contar con ciertos recursos mientras se procura una nueva fuente de ingresos para su sustento y el de su familia, véase [18]. Sin embargo, para acceder a dicha indemnización primero el empleador debe reconocer la existencia del despido intempestivo o el trabajador debe probarlo, lo cual como se refirió anteriormente es muy complejo.

En este artículo se aplican métodos matemáticos de decisión multi-criterio. Estos son el AHP Neutrosófico y los Mapas Cognitivos Difusos. Ambos se utilizan para evaluar la situación del despido intempestivo en Ecuador.

El AHP Neutrosófico es una técnica que se utiliza para evaluar cuantitativamente varias alternativas a través de criterios y sub-criterios. Estas evaluaciones son emitidas por uno o más expertos, mediante la comparación por pares de la importancia de cada criterio, sub-criterio, entre otros. Este método fue creado por Saaty, véase [19] donde se utiliza una escala numérica real. Una de las generalizaciones de esta técnica fue mediante el uso de la Neutrosofía, véase [1][2][6].

La Neutrosofía es la rama de la filosofía que trata todo lo concerniente a las neutralidades, véase [14][20][21]. En especial la lógica neutrosófica y los conjuntos neutrosóficos generalizan a los conjuntos difusos, los conjuntos intuicionistas difusos, los conjuntos difusos en forma de intervalo, los conjuntos intuicionistas difusos en forma de intervalo, entre otros. La particularidad de esta nueva aproximación es que se define por primera vez una función de pertenencia de indeterminación independiente, donde se tiene en cuenta lo desconocido, lo contradictorio, lo inconsistente, dentro de la información y el conocimiento.

Por otro lado, se aplican los Mapas Cognitivos Difusos ([13]). Esta es una manera de representar el conocimiento mediante un grafo dirigido. Cada vértice del grafo representa un concepto y cada arista la relación causal entre los conceptos representados por los vértices que esta conecta. Adicionalmente, cada arista se asocia a un valor real en el intervalo $[-1, 1]$, donde un valor negativo significa que existe relación inversa entre los conceptos y un valor positivo significa que la relación es directa. El valor en módulo del valor mide la fuerza entre la relación. Este método se ha usado exitosamente en estudios de tipo social, véase [11][14].

En el presente artículo se aplican los Mapas Cognitivos Difusos para representar las relaciones causales entre las variables en relación al despido intempestivo en Ecuador, además de clasificar cada una de ellas en transmisora que es una componente de impulso, receptora que es la impactada, y ordinaria que es una componente intermedia. La técnica AHP Neutrosófica se aplica para evaluar la situación del Ecuador en este tema.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección se dedica a exponer conceptos como Conjunto Neutrosóficos, Mapas Cognitivos Difusos, el Método AHP Neutrosófico, entre otros temas necesarios para poder solucionar el problema que se trata. A continuación se especifican las definiciones relacionadas con la Neutrosofía.

Definición 1. ([14]) Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN) está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^+[$, que satisfacen la condición $0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^+$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^+[$.

Definición 2. ([14]) Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU) A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{ \langle x, u_A(x), r_A(x), v_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU) será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y que satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$.

Definición 3. ([1]) Un Número Neutrosófico Triangular de Valor Único (NNTVU), que se denota por: $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, es un CN sobre $\mathbb{R}$, cuyas funciones de pertenencia de veracidad, indeterminación y falsedad se definen a continuación:

$$T_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1} \right), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{a_3-x}{a_3-a_2} \right), & a_2 < x \leq a_3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

$$I_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \beta_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \beta_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \beta_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

$$F_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \gamma_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \gamma_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \gamma_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

Donde $\alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \in [0, 1]$, $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ y $a_1 \leq a_2 \leq a_3$.

Definición 4. ([1]) Dados $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$ y $\tilde{b} = \langle (b_1, b_2, b_3); \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{b}} \rangle$ dos NNTVU y $\square$ es cualquier número real no nulo. Entonces se definen las siguientes operaciones:

Adición: $\tilde{a} + \tilde{b} = \langle (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Substracción: $\tilde{a} - \tilde{b} = \langle (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Inversión: $\tilde{a}^{-1} = \langle (a_3^{-1}, a_2^{-1}, a_1^{-1}); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, donde $a_1, a_2, a_3 \neq 0$.

Producto por un escalar:

$$\lambda \tilde{a} = \begin{cases} \langle (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda > 0 \\ \langle (\lambda a_3, \lambda a_2, \lambda a_1); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda < 0 \end{cases}$$

División de dos NNTVU: $\left(\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1} \right)$

$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \begin{cases} \langle (\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_3}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Multiplicación de dos NNTVU:

$$\tilde{a} \tilde{b} = \begin{cases} \langle (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_3 b_3, a_2 b_2, a_1 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Donde, $\wedge$ es una t-norma y $\vee$ es una t-conorma.

Una t-norma es un operador $T: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que cumple con los axiomas siguientes para todo a, b, c y d en $[0, 1]$:

$T(0,0) = 0$, $T(a,1) = a$, (Condiciones de frontera),
 $T(a,b) \leq T(c,d)$ si $a \leq c$ y $b \leq d$ (Monotonía)
 $T(a,b) = T(b,a)$ (Conmutatividad)
 $T(a,T(b,c)) = T(T(a,b),c)$ (Asociatividad)

Una t-conorma es un operador $S: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que cumple con los axiomas siguientes para todo a, b, c y d en $[0, 1]$:

$S(1,1) = 1$, $S(a,0) = a$, (Condiciones de frontera),
 $S(a,b) \leq S(c,d)$ si $a \leq c$ y $b \leq d$ (Monotonía)
 $S(a,b) = S(b,a)$ (Conmutatividad)
 $S(a,S(b,c)) = S(S(a,b),c)$ (Asociatividad)

El método AHP se inicia con la identificación del objetivo que se desea alcanzar, véase [1][19]. Luego se seleccionan los criterios de evaluación sobre el objetivo, estos criterios pueden descomponerse a su vez en sub-criterios de evaluación y así sucesivamente. Finalmente se determinan las alternativas que se evaluarán. Esto se representa en un árbol como se muestra en la Figura 1, donde el primer nodo en el nivel superior representa el objetivo de evaluación, en un nivel más bajo se representan los criterios, aún más bajo están los sub-criterios y así sucesivamente. Mientras que el nivel inferior representa el de las alternativas.

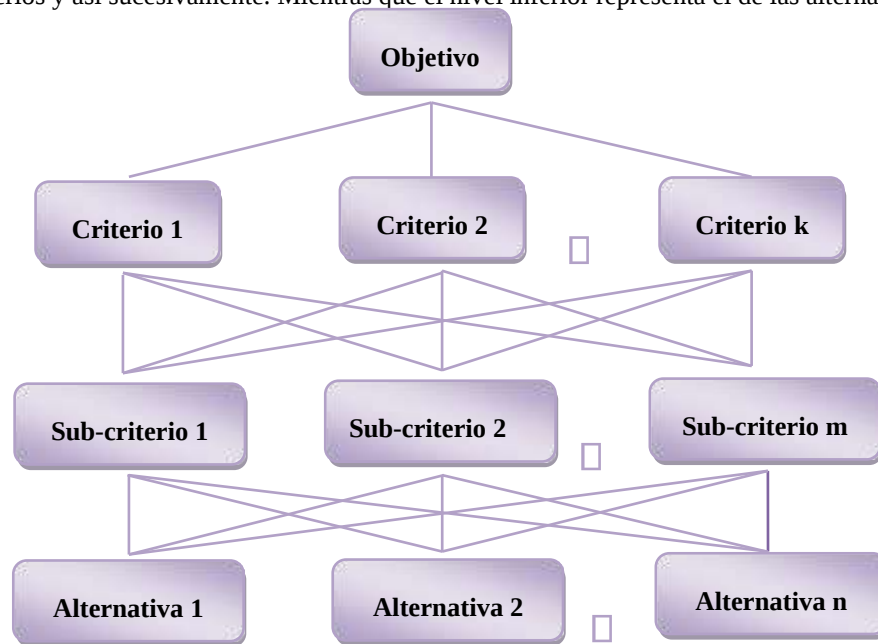


Figura 1. Árbol que es el punto de partida para aplicar la técnica AHP. (Fuente: [19])

La técnica AHP se basa en una escala de medición de la importancia relativa de los elementos de un mismo nivel dentro del árbol de la Figura 1. En este artículo se calcula aplicando una escala equivalente en NNTVU, véase Tabla 1 de [1].

Escala de Saaty	Definición	Escala Neutrosófica Triangular
1		$\tilde{1} = \langle (1, 1, 1); 0,50; 0,50 \rangle$
3Igualmente influyente		$\tilde{3} = \langle (2, 3, 4); 0,30; 0,75; 0,70 \rangle$
5Fuertemente influyente		$\tilde{5} = \langle (4, 5, 6); 0,80; 0,15; 0,20 \rangle$
7Muy fuertemente influyente		$\tilde{7} = \langle (6, 7, 8); 0,90; 0,10; 0,10 \rangle$
9Absolutamente influyente		$\tilde{9} = \langle (9, 9, 9); 1,00; 0,00; 0,00 \rangle$
2, 4, 6, 8 Valores esporádicos entre dos escalas cercanas entre las anteriores		$\tilde{2} = \langle (1, 2, 3); 0,40; 0,65; 0,60 \rangle$
		$\tilde{4} = \langle (3, 4, 5); 0,60; 0,35; 0,40 \rangle$
		$\tilde{6} = \langle (5, 6, 7); 0,70; 0,25; 0,30 \rangle$
		$\tilde{8} = \langle (7, 8, 9); 0,85; 0,10; 0,15 \rangle$

Tabla 1. Escala de Saaty llevada a una Escala de NNTVU (Fuente: [1][2][19]).

Esta tabla contiene las escalas que permiten comparar la importancia relativa entre dos variables. La definición contiene el significado lingüístico de cuán importante es una variable sobre otra, la escala neutrosófica da un valor equivalente en forma de NNTVU. Esto se ubica en una matriz como se explica más adelante.

A continuación aparecen otros conceptos necesarios para aplicar el método AHP Neutrosófico: Una matriz neutrosófica de comparación de pares se define en la Ecuación 5.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \bar{1} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{n1} & \bar{1} & \dots & \tilde{a}_{nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & \bar{1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tal que $\tilde{A}$ satisface la condición $\tilde{a}_{ji} = \tilde{a}_{ij}^{-1}$, según el operador de inversión que aparece en la Definición 4.

Adicionalmente, se definen dos índices para convertir un NNTVU en un valor numérico real. Estos índices son los de Puntuación en la Ecuación 6 y de Precisión en la Ecuación 7:

$$S(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} - \gamma_{\tilde{a}}) \quad (6)$$

$$A(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} + \gamma_{\tilde{a}}) \quad (7)$$

El AHP Neutrosófico consiste en aplicar los pasos siguientes:

1. Seleccionar un grupo de expertos que sean capaces de realizar el análisis.
2. Los expertos deben diseñar un árbol AHP, como el que se muestra en la Figura 1. Esto implica que debe especificarse los criterios, sub-criterios y las alternativas para realizar la evaluación.
3. Crear las matrices por cada nivel del árbol AHP para los criterios, sub-criterios y alternativas, según las evaluaciones de los expertos expresados en forma de escalas de NNTVU, como se especifica en la Ecuación 5.

Estas matrices se forman comparando la importancia de cada par de criterios, sub-criterios y alternativas, siguiendo las escalas que aparecen en la Tabla 1.

4. Verificar la consistencia de las evaluaciones por cada matriz. Para ello es suficiente convertir $\tilde{A}$ en una matriz numérica $M = (a_{ij})_{n \times n}$, tal que $a_{ij} = A(\tilde{a}_{ij})$ o $a_{ij} = S(\tilde{a}_{ij})$, definidas en una de las Ecuaciones 6 y 7, para luego aplicar los métodos usados en el AHP original. Que consiste en lo siguiente:

- Calcular el *Índice de Consistencia* (IC) que depende de $\lambda_{\max}$, el máximo valor propio de la matriz M y que se define por:

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (8)$$

Donde n es el orden de la matriz.

Calcular la *Proporción de Consistencia* (PC) con ecuación $PC = IC/IR$, donde IR se toma de la Tabla 2.

Orden (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IR	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Tabla 2. IR asociado al orden de la matriz (Fuente: [19])

La Tabla 2 contiene un conjunto de valores que se utilizan como parte del cálculo de la PC, los cuáles se obtuvieron experimentalmente para matrices de orden n de la forma que se aprecia en la Ecuación 5 y forman parte de la técnica AHP original. Esto garantiza que la consistencia entre las comparaciones dadas por el experto si no es total, al menos es aceptable, como se explica a continuación.

- Si $PC \geq 10\%$ se considera que es suficiente la consistencia de la evaluación por los expertos y se puede aplicar el método AHP. En caso contrario se recomienda que los expertos reconsideren sus evaluaciones.
5. De aquí en adelante las matrices $\tilde{A}$ se sustituyen por sus matrices numéricas equivalentes M , calculadas en el paso anterior. Entonces se procede como sigue:
 - Normalizar las entradas por columna, dividiendo los elementos de la columna por la suma total.
 - Calcular el total de los promedios por filas, cada uno de estos vectores se conoce como *vector de prioridad*.

6. Se procede a calcular las puntuaciones finales comenzando desde el nivel superior (Objetivo), hasta el nivel más bajo (Alternativas), donde se tienen en cuenta los pesos obtenidos para el vector de prioridad correspondiente al nivel inmediatamente superior. Este cálculo se realiza multiplicando cada fila de la matriz de vectores de prioridad del nivel inferior por el peso obtenido por cada uno de estos respecto a los del nivel superior, luego se suma por fila y este es el peso final del elemento de esta matriz.

Los Mapas Cognitivos fueron usados por primera vez por Axelrod en [5]. Estos son grafos dirigidos que usan vértices para representar conceptos o variables en un dominio. Mientras que las aristas indican relaciones causales negativas, positivas o nula, entre los conceptos representados por los vértices. Los Mapas Cognitivos Difusos (MCD) extienden los Mapas Cognitivos al dominio difuso en el intervalo $[-1,1]$ para indicar la fuerza de las relaciones causales, véase [12][13][17].

Un MCD consta de tres tipos de relaciones causales entre los vértices: negativa, positiva o no relacionados. La matriz de adyacencia que representa un MCD permite que se realicen inferencias causales.

En este artículo se propone un algoritmo para la toma de decisiones basado en AHP Neutrosófico y Mapas Cognitivos Difusos. Este algoritmo consiste en lo siguiente:

1. Selección de los indicadores relevantes.
2. Una vez seleccionados los indicadores relevantes se modela la causalidad entre ellos con ayuda de un MCD.
3. Análisis estático ([14]). Las siguientes medidas se calculan para los valores absolutos de la matriz de adyacencia:

Outdegree, denotado por $od(v_i)$, que es la suma por cada fila de los valores absolutos de una variable de la matriz de adyacencia difusa. Es una medida de la fuerza acumulada de las conexiones existentes en la variable.

Indegree, denotado por $id(v_i)$, que es la suma por cada columna de los valores absolutos de una variable de la matriz de adyacencia difusa. Mide la fuerza acumulada de entrada de la variable.

La *centralidad* o *grado total*, de la variable es la suma de $od(v_i)$ con $id(v_i)$, como se indica a continuación:

$$td(v_i) = od(v_i) + id(v_i) \quad (9)$$

Finalmente las variables se clasifican según el criterio siguiente, véase [14]:

- a) Las *variables transmisoras* son aquellas con $od(v_i) > 0$ e $id(v_i) = 0$.
- b) Las *variables receptoras* son aquellas con $od(v_i) = 0$ y $id(v_i) > 0$.
- c) Las *variables ordinarias* satisfacen a la vez $od(v_i) \neq 0$ y $id(v_i) \neq 0$.
4. Se evalúan las variables de estudio en una escala de 1 (Mal) a 10 (Excelente), donde 5 es Regular. Para esta etapa se utilizan los pesos de cada variable obtenidos del AHP Neutrosófico y se halla la media aritmética ponderada de las evaluaciones con los pesos obtenidos.

A continuación se expone un pseudocódigo que permite tener una idea de cómo funciona el algoritmo propuesto.

Pseudocódigo para la evaluación de los MCD

Entrada: Expertos E_i , $i = 1, 2, \dots, l$

Variables de Evaluación V_j , $j = 1, 2, \dots, n$ Inicializar:

$i = j = k = 1$.

%Cada experto (índice i) evalúa la relación causal entre cada par variables (índice j con índice k)%

%Obteniéndose las matrices de adyacencia de los MCD por cada experto $MA_i(j,k)$ evaluado en $[-1, 1]$ %

Mientras $i \leq l$

 Mientras $j \leq n$

 Mientras $k \leq n$

 Si $j = k$

$MA_i(j,k) = 0$

 Si No

$MA_i(j,k)$ el experto i asigna un valor en $[-1, 1]$

 Fin Si

$k := k + 1$

```

    Finalizar Mientras k
j:=j+1
    Finalizar Mientras j
i:= i+1
Finalizar Mientras i

%Se obtiene una única matriz de adyacencia para todas las matrices de adyacencia de los expertos%
Inicializar: i = j = k = 1.
Mientras j ≤ n
    Mientras k ≤ n
         $MA_{total}(j,k) := \text{mediana}_i(MA_i(j,k))$  para todas las evaluaciones de los expertos.
         $AbsMA_{total}(j,k) := \text{Valor absoluto de } MA_{total}(j,k).$ 
        k:=k+1
    Finalizar Mientras k

```

```

j:=j+1
Finalizar Mientras j

%Cálculo de las medidas%
Calcular outdegree como los n valores obtenidos de sumar las columnas de  $AbsMA_{total}$ 
Calcular indegree como los n valores obtenidos de sumar las filas de  $AbsMA_{total}$ 
Calcular centralidad como las suma por componentes de los outdegree con los indegree
Si  $V_i$  es tal que:  $od(V_i) > 0$  y  $id(V_i) = 0$ 
     $V_i$  es Variable Transmisora
Si  $V_i$  es tal que:  $od(V_i) = 0$  y  $id(V_i) > 0$ 
     $V_i$  es Variable Receptora
Si No  $V_i$  es Variable Ordinaria

%Se evalúa la situación con respecto a las variables%
Entrada: Expertos  $E_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, l$ 
        Pesos obtenidos del AHP neutrosófico por cada variable ( $w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ), donde  $0 \leq w_j \leq 1$ 
        y  $\sum w_j = 1$ .
Mientras i ≤ l    Mientras
j ≤ n
    Eval(i,j): Evaluación de la situación por parte del Experto i-ésimo en la j-ésima variable
    con valores 1-10.
    j:= j+1
    Finalizar Mientras j i:=
i+1
Finalizar Mientras i

```

```

%Evaluación Final%

Mientras j ≤ n
     $Eval_{total}(j) := \text{mediana}_i(Eval(i,j))$ 
j:= j+1
Finalizar Mientras j

Evaluar la situación  $\sum w_j Eval_{total}(j)$  mediante en una escala 1-10.

```

Pseudocódigo para el cálculo de los pesos de las variables basado en AHP neutrosófico

Entrada: Expertos $E_i, i = 1, 2, \dots, l$

Variables de Evaluación $V_j, j = 1, 2, \dots, n$ Inicializar:

$i = j = k = 1$.

%Cada experto (índice i) evalúa la importancia relativa de cada Variable con respecto a las demás según los términos lingüísticos de la Tabla 1%

Mientras $i \leq l$

 Mientras $j \leq n$

 Mientras $k \leq n$

 Si $MAHP_i(j, k)$ está evaluado

$k := k + 1$

 Si $j = k$

$MAHP_i(j, k) = \bar{1}$

$DMAHP_i(j, k) = 1$

 Si No

$DMAHP_i(j, k) = A(\bar{a})$ $\bar{a}$ $MAHP_i(j, k)$ es un valor en la Tabla 1 o el inverso de uno de los valores de la tabla. donde A es el operador de

Precisión de la Ecuación 7.

$DMAHP_i(k, j) = 1/A(\bar{a})$

$MAHP_i(k, j) = 1/\bar{a}$

$k := k + 1$

 Finalizar Si

 Finalizar Mientras k

$j := j + 1$

 Finalizar Mientras j $i :=$

$i + 1$

Finalizar Mientras i

%Se obtiene la matriz de agregar las matrices de adyacencia de los expertos% Inicializar:

$j = k = 1$

Mientras $j \leq n$

$DMAHP_{total}(j, k) = \text{mediana}_i(DMAHP_i(j, k))$

 Mientras $k \leq n$

$k := k + 1$

 Finalizar Mientras k $j := j + 1$

Finalizar Mientras j

Si PC de $DMAHP_{total} > 10\%$

 Los expertos deben reevaluar y se comienza desde el principio.

Si No

 Se normaliza cada columna de $DMAHP_{total}$

Se calculan los pesos de los criterios como la media aritmética de los valores por fila de $DMAHP_{total}$ normalizada. Finalizar Si

3. RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados del estudio realizado. Todos los cálculos se realizan con ayuda de Octave 4.2.1, que es un software libre émulo de MATLAB, por tanto contiene paquetes con métodos matemáticos numéricos y el cálculo con matrices, véase [10].

Los conceptos que se tendrán en cuenta para medir el despido intempestivo son los siguientes:

1. Claridad sobre la legislación laboral en cuanto a los derechos de los trabajadores,
2. Condiciones económicas del país,

3. Calificación profesional de los trabajadores,
4. Número de la población laboralmente activa,
5. Peso de los sindicatos,
6. Conocimiento de los trabajadores sobre sus derechos, 7. Competencia del personal legal sobre el tema,
8. Imparcialidad del personal legal.

Se contó con cinco expertos, de los que se tomó la mediana de sus calificaciones y se obtuvo la siguiente matriz de adyacencia que representa al MCD:

Concepto	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0,6	0,7	0,2	0,2
2	0	0	0,6	0,8	0,2	0,2	0	0
3	0,2	0	0	0	0,9	0,9	0,9	0,9
4	0,1	0	0	0	0,3	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0,7	0,2	0,2
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0,3	0	0,3
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 3. Matriz de adyacencia que representa el MCD. Cada concepto se denota por el número en que aparece antes (Fuente: Los autores).

Nótese que la Tabla 3 significa la causalidad del Concepto i -ésimo por filas sobre el Concepto j -ésimo por columna. Por ejemplo, 0,2 es el elemento que aparece en la tercera fila, primera columna de la tabla, esto se interpreta como que ambos conceptos son directamente proporcionales, porque $0,2 > 0$, sin embargo es más cercano a 0 que a 1, por tanto la relación tiende a ser más independiente que dependiente entre ellas.

La Tabla 4 contiene los cálculos de los índices $od(v_i)$, $id(v_i)$ y $td(v_i)$, más la clasificación de cada variable.

Variable	Outdegree	Indegree	Total degree	Clasificación
v_1	1,7	0,3	2,0	Ordinaria
v_2	1,8	0	1,8	Transmisora
v_3	3,8	0,6	4,4	Ordinaria
v_4	0,4	0,8	1,2	Ordinaria
v_5	1,1	2	3,1	Ordinaria
v_6	0	2,8	2,8	Receptora
v_7	0,6	1,3	1,9	Ordinaria
v_8	0	1,6	1,6	Receptora

Tabla 4. Outdegree, indegree, total degree y clasificación de cada variable (Fuente: Los autores). En la Tabla 4 aparecen las medidas Outdegree, Indegree y Total Degree de los valores de la Tabla 3, véase Ecuación 9. Esto permite evaluar cada variable en cuanto a su tipo.

De la Tabla 4 se puede apreciar que la condición económica del país es la única variable transmisora, o sea, es la única de la cual se infieren las demás. Por otro lado, el “Conocimiento de los trabajadores sobre sus derechos” y la “Imparcialidad del personal legal” se infieren de las demás.

En la Tabla 5 se resumen las evaluaciones de los expertos sobre el peso que tiene cada una de las variables en el despido intempestivo. Se utiliza la escala de medición neutrosófica de la Tabla 1.

Variable	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
v_1	$\bar{1}$	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$
v_2	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$
v_3	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$
v_4	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$
v_5	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$
v_6	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}^{-1}$	$\bar{2}^{-1}$
v_7	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$
v_8	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$

Tabla 5

. Matriz de comparación por pares de variables o criterios (Fuente: Los autores).

Esta tabla significa la importancia relativa de cada variable con respecto a las demás, según los valores de la Tabla 1.

Más adelante se convierten los elementos de la Tabla 5 en valores numéricos aplicando la fórmula de la Ecuación 7. A partir de la matriz numérica obtenida se tiene $\square_{\max} = 8,06654$; $IC = 0,0095057$ y $PC = 0,0067898$; $PC \square 100 = 0,67898\% < 10\%$, por tanto no hay inconsistencia considerable en las evaluaciones. Una vez que se obtuvo la matriz numérica correspondiente a la matriz neutrosófica dada en la Tabla 5 con ayuda de la Ecuación 7, esta se normaliza por columnas y se halla la media aritmética por fila, dando lugar a los pesos de cada variable, como aparece en la Tabla 6.

En la Tabla 6 se especifica el resultado del cálculo del vector de prioridad, estos son los pesos de cada variable en importancia.

Variable	Vector de prioridad
v1	0,064862
v2	0,137958
v3	0,071796
v4	0,050895
v5	0,138800
v6	0,156536
v7	0,189576
v8	0,189576

Tabla 6. Vector de prioridad por cada variable (Fuente: Los autores).

La Tabla 7 contiene la mediana de las evaluaciones de los expertos por cada variable en una escala de 110, donde 1 significa “Mal”, 10 “Excelente” y 5 “Regular”.

Variable	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7	v8
Valor en una escala de 1-10	8	6	5	6	4	4	4	4

Tabla 7. Evaluación de la situación respecto a las variables (Fuente: Los autores).

La evaluación total se realiza como la media aritmética ponderada de los valores de la Tabla 7, con los pesos de la Tabla 6, lo que da un valor igual a 4,7090 en una escala de 1 a 10. Esto demuestra que la situación del despido intempestivo en Ecuador es deficiente, ligeramente debajo de la media. Se nota que existen valores bajo la media en “Fuerza de los sindicatos”, “Conocimiento de los trabajadores sobre sus derechos”, “Competencia del personal legal sobre el tema” e “Imparcialidad del personal legal”, que son además los de mayor peso.

4. CONCLUSIONES.

En este artículo se realizó un estudio sobre el despido intempestivo en Ecuador, lo que constituye un problema social considerable. Se aplicaron los métodos de Mapas Cognitivos Difusos y el método AHP Neutrosófico utilizado para evaluar la situación. Se llegó a la conclusión de que las condiciones económicas del país influyen directamente en las demás variables, mientras que el “Conocimiento de los trabajadores sobre sus derechos” y la “Imparcialidad del personal legal” son impactadas por las demás. Por otro lado se realiza una evaluación de la situación mediante el uso de AHP Neutrosófico que permite evaluar el peso de cada variable, además se evalúan las variables en una escala de 1 a 10 y con todos estos valores se halla la media aritmética ponderada. De acuerdo a los resultados obtenidos se puede concluir que se está por debajo de una situación Regular, en especial existen deficiencias en “Fuerza de los sindicatos”, “Conocimiento de los trabajadores sobre sus derechos”, “Competencia del personal legal sobre el tema” e “Imparcialidad del personal legal”, que además son las variables de más peso en el tema.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: MARCH, 2020.

REFERENCIAS

- [1] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M., ZHOU, Y. y HEZAM, I. (2017) Multi-criteria group decision making based on neutrosophic analytic hierarchy process. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, 33, 4055-4066.
- [2] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M. y SMARANDACHE, F. (2018) An Extension of Neutrosophic AHP–SWOT Analysis for Strategic Planning and Decision-Making, **Symmetry**, 10, 116-134.

- [3] ASAMBLEA NACIONAL DE LA REPÚBLICA DEL ECUADOR (2015) **Código Orgánico General de Procesos**. Quito, Pichincha, Ecuador: Corporación de Estudios y Publicaciones. Disponible en: <http://www.funcionjudicial.gob.ec/pdf/CODIGO%20ORGANICO%20GENERAL%20DE%20PROCESOS.pdf>, Consultado el 30 de junio de 2018.
- [4] ASAMBLEA NACIONAL DE LA REPÚBLICA DEL ECUADOR (2018) **Código del Trabajo. Ecuador**, Corporación de Estudios y Publicaciones.
- [5] AXELROD, R. (2015) **Structure of decision: The cognitive maps of political elites**, Princeton University Press, Princeton.
- [6] BOLTURK, E. y KAHRAMAN, C. (2018) A novel interval-valued neutrosophic AHP with cosine similarity measure. **Soft Computing**, 22, 4941-4958.
- [7] CALDERÓN, J. y VÉLEZ, M. (2016). Despido Intempestivo en Ecuador¿Influye en la Inversión Extranjera?. **Compendium: Cuadernos de Economía y Administración**, 3, 20-34.
- [8] CHOLANGO TIPANLUISA, M. R. (2013) **El despido intempestivo constituye una flagrante violación de los Derechos Constitucionales de la clase obrera en la ciudad de Quito 2011**, Tesis de Grado, Universidad Central del Ecuador, Quito, Ecuador.
- [9] CONTRERAS GALLO, R. A. (2011) **Repositorio PUCE** Disponible en: <http://repositorio.puce.edu.ec/bitstream/handle/22000/5010/La%20inversion%20de%20la%20carga%20de%20la%20prueba%20en%20el%20procedimiento%20la.pdf?sequence=3>, Consultado el 30 de Junio de 2018.
- [10] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017) **GNU Octave: A highlevel interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [11] GRAY, S. A., GRAY, S., DE KOK, J. L., HELFGOTT, A. E. R., O'DWYER, B., JORDAN, R. y NYAKI, A. (2015) Using fuzzy cognitive mapping as a participatory approach to analyze change, preferred states, and perceived resilience of social-ecological systems, **Ecology and Society**, 20, 1124.
- [12] KONAR, A. y CHAKRABORTY, U. K. (2005) Reasoning and unsupervised learning in a fuzzy cognitive map. **Information Sciences**, 170, 419-441.
- [13] KOSKO, B. (1986) Fuzzy cognitive maps, **International journal of man-machine studies**, 24, 6575.
- [14] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018) **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [15] NARVÁEZ SALAZAR, M. (2015) **El despido intempestivo**, Tesis Doctoral, Universidad de los Hemisferios, Quito, Ecuador.
- [16] ORTEGA, J. (2016) El despido intempestivo es la queja más común en juzgados, **Diario El Comercio**. Disponible en: <http://www.elcomercio.com/actualidad/juzgados-despidointempestivodesempleo-ecuador-casos.html>, Consultado el 13 de noviembre de 2016.
- [17] PAPAGEORGIOU, E. I., HATWÁGNER, M. F., BURUZS, A. y KÓCZY, L. T. (2017) A concept reduction approach for fuzzy cognitive map models in decision making and management. **Neurocomputing**, 232, 16-33.
- [18] ROJAS MIÑO, I. (2014) **Biblioteca Científica - SciELO Chile**. Disponible en Biblioteca Científica SciELO Chile: https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0718-00122014000100005&script=sci_arttext&tlng=en, Consultado el 1 de agosto de 2018.
- [19] SAATY, T. L. (1990) How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process, **European Journal of Operational Research**, 48, 9-26.
- [20] SMARANDACHE, F. (2002) Neutrosophy, a new Branch of Philosophy, **Multiple Valued Logic/An International Journal**, 8, 297-384.
- [21] SMARANDACHE, F. (2003) **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, American Research Press, Rehoboth.

ESTUDIO DE REDES PARA IDENTIFICAR POSIBLES LÍDERES POLÍTICOS EN LA POBLACIÓN JOVEN DE SANTO DOMINGO DE LOS TSÁCHILAS, ECUADOR

Edwin Bolívar Prado Calderón^{1*}, Simón Bolívar Gallegos Gallegos*, Javier Alejandro Pinto Rodríguez*

*Universidad Regional Autónoma de los Andes, Santo Domingo, Santo Domingo de los Tsáchilas, Ecuador.

ABSTRACT

The Council of Citizen Participation and Social Control in Ecuador needs of young members to carry out the defense of the citizens' interests. Unfortunately, at the present day the youth is increasingly skeptical of joining these types of activities. This paper aims to study the social network of young people who are part of the province of Santo Domingo de Tsáchilas, and to identify young people who are natural leaders within the province. For this end, the social networks techniques based on Small World are applied, which are modeled by non-directed graphs, where each vertex represents a person within the social network and each edge the relationship between them. This article also includes the degree of the connection and the presence of indeterminacy in the information. That is why the graphs that model the network are replaced by neutrosophic graphs, where there may be indeterminacy of the connection between at least two vertices. The adjacency matrix of these graphs contains neutrosophic numbers. 17 possible community leaders were identified as a first step in determining whether they could become leaders of the Citizen Participation Council.

KEYWORDS: social network, leader, Small-World, neutrosophic number, neutrosophic graph.

MSC: 62C99, 62P25, 91D30, 97M70.

RESUMEN

El Consejo de Participación Ciudadana y Control Social en el Ecuador necesita de integrantes jóvenes que lleven adelante la defensa de los intereses de la ciudadanía. Desafortunadamente la juventud actual se muestra cada vez más escéptica para incorporarse a este tipo de institución. El presente artículo tiene como objetivo el estudio de la red social de jóvenes que forman parte de la provincia de Santo Domingo de Tsáchilas, para identificar los jóvenes que son líderes naturales dentro de la provincia. Para ello se aplican las técnicas de redes sociales basadas en Mundo Pequeño, que se modelan mediante grafos no dirigidos, donde cada vértice representa una persona dentro de la red social y cada arista la relación entre ellas. En este artículo se incluye también el grado de la conexión y la presencia de indeterminación en la información. Es por ello, que los grafos que modelan la red se sustituyen por grafos neutrosóficos, donde puede existir indeterminación de la conexión entre al menos dos vértices. La matriz de adyacencia de estos grafos contiene números neutrosóficos. Se identificaron 17 posibles líderes de la comunidad como un primer paso para determinar si pudieran convertirse en líderes del Consejo de Participación Ciudadana.

PALABRAS CLAVES: red social, líder, Mundo Pequeño, número neutrosófico, grafo neutrosófico.

INTRODUCCIÓN

En un estado democrático como el Ecuador la participación ciudadana es fundamental para el desenvolvimiento del aparato administrativo estatal, por cuanto la democracia que es la voluntad del pueblo debe ser respetada en todas las esferas del poder público; entendiéndose por participación ciudadana como “la incidencia de los individuos y grupos sociales en las diferentes etapas en las que se resuelven asuntos de interés público, es decir, en la consulta, discusiones, planteo de propuestas, y todo tipo de actividades que en las cuales interrelacionan el Estado y los ciudadanos para el progreso de la comunidad”, véase [10].

A pesar de que el Ecuador nació como una república democrática, el reconocimiento de la participación de la ciudadanía en la toma de decisiones de los poderes estatales de una forma más directa y participativa es de reciente conceptualización, tomó fuerza en las tres últimas décadas y en especial a partir de la vigencia de la Constitución de Montecristi del año 2008, véase [6], ante la necesidad de enfrentar la corrupción galopante en el sector público.

La solución en concreto a la problemática de la corrupción consistió en delegar al ciudadano la tarea de vigilar y estar atento a la actividad que realiza el funcionario público, para que de esta manera sea el primero en

¹ Email: us.edwinprado@uniandes.edu.ec

denunciar y llevar a la luz pública los actos de corrupción que podría presentarse; pero para que el ciudadano realice esta actividad de vigilante fiscalizador, fue necesario incorporar en la Constitución una nueva función del estado y es así como en la Constitución del año 2008 (Art. 204.Inc.2); véase [6], se incorpora la de “Transparencia y Control Social” teniendo como fin, el promover e impulsar a través de la ciudadanía el control de las entidades y organismos del sector público y de las personas naturales o jurídicas del sector privado que presten servicios o desarrollen actividades de interés público, para de esta forma proteger el ejercicio y cumplimiento de los derechos y prevenir y combatir la corrupción.

El interés de que sean los jóvenes quienes se empoderen del mecanismo de participación tiene dos razones: la primera se sustenta en que la población en la provincia de Santo Domingo de los Tsáchilas está conformada por jóvenes en las edades comprendidas de 16 a 29 años en aproximadamente un 28%, según datos del INEC (Instituto Nacional de Estadísticas y Censo); véase [12]; por lo que se vuelve urgente que sean los jóvenes quienes tomen conocimiento y conciencia de la importancia de su participación en la vida política del país, a fin de crear una cultura participativa que se heredaría a las nuevas generaciones.

De acuerdo a la definición utilizada en [13]: “El liderazgo es un proceso mediante el cual un individuo ejerce su influencia sobre un grupo de individuos para lograr un objetivo común”. En [5][13] se aborda el tema del liderazgo desde el punto de vista de los rasgos de personalidad del líder, Entre estos rasgos están el autconocimiento y la autosuperación de los líderes, su capacidad para tomar decisiones sensatas y oportunas, su conocimiento de sus seguidores y su preocupación por el bienestar de estos.

Una teoría que apoyará la investigación que se realiza es la Neutrosofía. La Neutrosofía es la rama de la filosofía que estudia lo referente a las neutralidades. Los conjuntos neutrosóficos generalizan los conjuntos difusos, los conjuntos intuicionistas difusos, los conjuntos difusos en forma de intervalo, entre otros, véase [14][19][20]. Los conjuntos neutrosóficos preservan la incertidumbre de los anteriores, con la peculiaridad de contener una función de pertenencia de indeterminación independiente, además de una función de pertenencia y de otra función de no pertenencia, ninguna de las tres obedece a ninguna restricción.

En este artículo se utilizarán los grafos neutrosóficos ([14]); que están formados por vértices y aristas como los grafos deterministas, y donde pueden existir aristas o conexiones indeterminadas entre los vértices. Estos grafos se representan por matrices de adyacencia formadas por números neutrosóficos que pueden contener el elemento I de indeterminación, [21][22].

La presente investigación tiene como objetivo estudiar el comportamiento de las redes de jóvenes entre 16 y 29 años en la Provincia de Santo Domingo de Tsáchilas, Ecuador, así como ayudar a la identificación de posibles líderes naturales que pudieran formar parte del Consejo de Participación Ciudadana y Control Social. Este es solo un paso inicial donde se tiene en cuenta la capacidad de liderazgo, para luego determinar otras características de los jóvenes identificados como líderes.

Para ello se aplicaron técnicas provenientes de la Teoría de Redes, las redes son grafos no dirigidos donde los vértices representarán los jóvenes de la provincia, mientras que las aristas representarán las relaciones entre estos. Existen índices para determinar las características de la red que se estudia. En particular se tratará con redes sociales que se caracterizan por ser Mundos Pequeños o *Small Worlds* en inglés, véase [4][9][15][16][23]. O sea, son redes con muchos elementos, pero con una relación muy estrecha entre los mismos.

En este artículo se sustituirán los grafos clásicos por grafos neutrosóficos y los índices para estudiar las redes, así como la identificación de los posibles líderes se adaptarán para calcularse con ayuda de números neutrosóficos, en lugar de las clásicas aristas. Esto permite considerar el grado de la conexión y la indeterminación entre las conexiones.

Un aporte de este artículo es la utilización de grafos neutrosóficos para también poder representar relaciones de cierto tipo, que sean indeterminadas o desconocidas, entre personas que forman parte de una red social, y a partir de esta representación calcular índices de la Teoría de Redes, que son primordialmente deterministas. Esta modelación puede ser aplicada en diferentes contextos de relaciones sociales, más allá de las que se tratan en este artículo. Incluso todo indica que podrían aplicarse en redes no sociales como redes de computadoras o redes de teléfonos móviles.

MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección se dedica a exponer las teorías y conceptos principales que servirán de base para resolver el problema que nos ocupa.

Definición 1. ([20]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN): está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x): X \rightarrow]^{-0}, 1^+[$, que satisfacen la condición $0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^+$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia, de indeterminación y no pertenencia de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^+[$.

Definición 2. ([20]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU): A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia, de indeterminación y de no pertenencia de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU): será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$.

La *Lógica Neutrosófica* (LN): es una generalización de la lógica difusa, en esta teoría una proposición P se caracteriza por tres componentes, véase [14]:

$$LN(P) = (T, I, F) \quad (2)$$

Donde T es el grado de veracidad, F el grado de falsedad e I el grado de indeterminación. Estas tres componentes no son necesariamente dependientes entre sí. Véase que una particularidad es que la indeterminación es parte de la lógica.

Por otro lado se tiene el concepto de *número neutrosófico*. Los *números neutrosóficos* tienen la estructura algebraica $a + bI$, donde I = indeterminación, véase la Definición 3.

Definición 3 ([21][22]): Sea R un anillo. El *anillo neutrosófico* $\langle R \cup I \rangle$ es también un anillo, generado por R e I bajo la operación de R , donde I es un elemento neutrosófico que satisface la propiedad $I^2 = I$. Dado un entero n , se tiene que $n+I$ y nI son elementos neutrosóficos $\langle R \cup I \rangle$ y además $0 \cdot I = 0$. Adicionalmente, I^{-1} , el inverso de I no está definido.

Por ejemplo, $\langle \mathbb{Z} \cup I \rangle$ es el anillo neutrosófico generado por el anillo de los enteros.

$En(R \cup I)$ se tiene $I + I + \dots + I = nI$.

Definición 4. ([21][22]): Un *número neutrosófico* N , se define como un número de la forma siguiente:

$$N = d + I \quad (3)$$

Donde d se llama *parte determinada* e I se llama la *parte indeterminada*.

Ejemplo 1. Sea $N = 1 + I$, donde 1 es la parte determinada e I es la parte indeterminada. Si $I = [0, 1; 0, 2]$ entonces, $N = [1, 1; 1, 2]$.

Dados $N_1 = a_1 + b_1I$ y $N_2 = a_2 + b_2I$ dos números neutrosóficos, algunas operaciones entre ellos se definen como a continuación:

$$\begin{aligned} N_1 + N_2 &= a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)I \text{ (Adición);} \\ N_1 - N_2 &= a_1 - a_2 + (b_1 - b_2)I \text{ (Resta);} \\ N_1 \times N_2 &= a_1a_2 + (a_1b_2 + b_1a_2 + b_1b_2)I \text{ (Producto);} \\ \frac{N_1}{N_2} &= \frac{a_1 + b_1I}{a_2 + b_2I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2(a_2 + b_2)}I \text{ (División);} \end{aligned}$$

La matriz que consta de elementos en $\langle R \cup I \rangle$ se llama *matriz neutrosófica*.

Un *grafo neutrosófico* es un grafo con al menos una arista neutrosófica que une dos vértices, es decir una arista donde existe indeterminación sobre la conexión de al menos dos de sus vértices.

Un proceso de *des-neutrosificación* puede aplicarse para dar un orden final. Este proceso provee de un rango de números para la centralidad utilizando como base los valores máximo y mínimo de $I = [a_1, a_2] \subseteq [0, 1]$, utilizando la siguiente ecuación:

$$\lambda([a_1, a_2]) = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad (4)$$

Un orden entre $A = [a_1, a_2]$ y $B = [b_1, b_2]$ basado en λ se define como a continuación:

$$A > B \Leftrightarrow \lambda(A) > \lambda(B) \quad (5)$$

Es decir, se prefiere A sobre B si y solo si $\lambda(A) > \lambda(B)$.

Una *Red* se considera un grafo $G = \langle V, E \rangle$ no dirigido de un conjunto $V = \{x_i\}$ de vértices, unido por un conjunto E de aristas., véase [4][16][23]. La Red se utiliza para modelar redes sociales, donde cada vértice representa una persona y cada arista la relación entre las personas representas por los vértices unidos por la arista.

La *densidad* de una red se refiere al número relativo de aristas conectadas con respecto al tamaño de la red. Este parámetro de la red se puede medir con ayuda de dos índices, la *densidad de la red* y el *grado medio*, expuestos en las Ecuaciones 6 y 7, respectivamente:

$$\rho = \frac{MN}{N(N-1)} \quad (6)$$

$$k = \frac{MN}{N} \quad (7)$$

Donde M es el número de aristas en la red y N es el número de vértices.

Dada una red $G = \langle V, E \rangle$, el *camino más corto* entre dos vértices x_i y x_j se calcula como el menor número de aristas que puede conectar a ambos vértices. A este número se le llama *distancia* entre x_i y x_j , que se denota por d_{ij} .

Definición 5. Dada una red $G = \langle V, E \rangle$. La *longitud de camino media* de G, denotada por L se calcula por la siguiente fórmula.

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} d_{ij} \quad (8)$$

Mientras que el *diámetro* de la red se calcula por la fórmula siguiente:

$$D = \max_{i,j} d_{ij} \quad (9)$$

El *coeficiente de agrupamiento* es una medida de la proporción en la que los vértices de la red tienden a agruparse entre sí. Este tipo de coeficiente consta de dos versiones: el *coeficiente de agrupamiento local* y el *coeficiente de agrupamiento global*. El *coeficiente de agrupamiento local* mide cuan cerca están de ser un clique los vecinos de un vértice, mientras que la versión global se calcula por la media de los coeficientes locales y mide de manera general el grado de agrupamiento en la red. Estos coeficientes se calculan por las dos ecuaciones siguientes:

$$C_i = \frac{2EN_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (10)$$

Donde EN_i es el número de vértices conectados realmente con v_i y k_i es el número de posibles conexiones con el vértice v_i .

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i \quad (11)$$

Un fenómeno de *Mundo Pequeño* (MP): o *Small-World* en inglés, es aquél que intuitivamente se expresa por la existencia de una red grande con un pequeño L. Intuitivamente esto significa que existe un alto grado de interconexión entre las personas que forman la red social, aunque el número de personas es grande.

Definición 6. Un vértice x de una red $G = \langle V, E \rangle$ se considera un *líder* dentro de un MP si se dan las siguientes condiciones:

1. Existe una gran congestión (número de aristas que llegan al vértice): alrededor de este vértice.
2. La mayoría de los vértices en el MP están conectados directamente con x .
3. Existe un alta “pasadura”, que es el número de caminos más cortos entre pares de nodos, que pasan por x .
4. El nodo x está conectado con la mayoría de los otros nodos que verifican las mismas condiciones 1, 2 y 3.

Para simplificar los cálculos, en este artículo se usará como definición de líder aquel vértice que solo satisfaga la condición 2.

RESULTADOS

En este artículo se trabajará la red social que consiste en los jóvenes de la provincia de Santo Domingo de los Tsáchilas. Teniendo en cuenta que ellos constituyen alrededor del 28% de la población de la provincia de habitantes entre 16 y 29 años de edad, y que el territorio consta de una población total estimada de 425.237 habitantes, se tiene que la población estimada de jóvenes en la provincia es $P = 119.066$ jóvenes.

Para modelar esta red social de jóvenes en Santo Domingo de los Tsáchilas se utiliza una red $G = \langle V, E \rangle$ de la siguiente forma:

1. Cada joven de los 119.066 de la provincia se representa mediante un vértice del grafo, por tanto $V = \{V_i\}$, donde $i = 1, 2, \dots, 119.066$.
2. Cada arista en E , se asocia a un número neutrosófico $\square\square_{ij}$, para cada par de $i, j \in \{1, 2, \dots, 119.066\}$. Estos números satisfacen las siguientes condiciones:
 - 2.1. $\square\square_{ij} = \square\square_{ji}$, que significa que las relaciones entre los habitantes son recíprocas.
 - 2.2. $\square\square_{ii} = 1$, lo que significa que la relación entre un habitante consigo mismo es total.
 - 2.3. $\square\square_{ij} \in [0, 1]$ denota el grado de la relación entre los vértices i e j . Donde $\square\square_{ij} = 1$ significa que la relación entre ellos es total, por ejemplo, entre dos jóvenes hermanos que viven juntos, mientras que $\square\square_{ij} = 0$ significa que no existe vínculo alguno entre ellos. $\square\square_{ij} \in (0, 1)$: representa el grado de vinculación entre los dos jóvenes.
 - 2.4. $\square\square_{ij} = I$, significa que no se tiene conocimiento de la existencia de alguna relación entre los dos jóvenes.
 - 2.5. $\square\square_{ij} = d + I$, donde $d \in [0, 1]$, es el grado de relación conocido al que se le aporta una grado I de incertidumbre.

Para estudiar la red social que ocupa a los autores de este artículo, se considera que la presencia de un joven en las redes sociales virtuales como facebook u otra, forma parte de la actividad política en la actualidad. No se concibe un líder social en la actualidad que no forme parte de las redes sociales, donde divulgue su imagen y su ideología. Esta característica se considera con el objetivo de hacer más viable el estudio que se lleva a cabo.

Por otro lado, debido a la gran cantidad de jóvenes que forman la población bajo estudio, se consideró tomar una muestra aleatoria de los jóvenes que forman parte de la población total. El tema del análisis estadístico aplicado al estudio de problemas de las ciencias sociales merece una atención especial, véase [18], como se aprecia en [1] para el caso de las ciencias jurídicas.

El principio que se sigue es que los jóvenes líderes que se identifiquen en la población total se podrán identificar también en las conexiones de los individuos escogidos por una muestra aleatoria. Para ello se utilizó la siguiente fórmula, véase [7]:

$$n = \frac{Z^2 P p q}{E^2 (P - 1) + Z^2 p q} \quad (12):$$

Donde:

n : Tamaño de la muestra,

Z : Es el valor de la distribución normal con el nivel de confianza asignado,

E: Error muestral deseado, P:
Tamaño de la población, p, q: Se
toman como 50% o 0,5.

Para $Z = 1,96$, que es el valor de Z para un nivel de confianza del 95%, con $E = 0,05$ se tiene que el tamaño de la muestra es de $n = 382,93 \approx 383$. Los valores para p y q se tomaron como 0,5 porque no se conoce a priori la proporción de líderes respecto a la población total.

El método de muestreo utilizado fue el simple aleatorio, donde dentro de la población de jóvenes se seleccionó la muestra de manera aleatoria sin reposición. Cada elemento de la población tuvo la misma posibilidad de ser elegido, independientemente de poder pertenecer a algún grupo de interés, como la clase social, barrio, tendencia política, género, entre otras características. El muestreo simple aleatorio tiene como limitación que si la población no es homogénea, puede que se tenga una mayor cantidad de individuos de un grupo específico minoritario por encima de otros con más miembros, véase [11][17]. Un tipo de muestreo que evita este inconveniente es el muestreo estratificado, donde la población heterogénea se divide en subpoblaciones homogéneas, y el muestreo se realiza en proporción a los tamaños de las subpoblaciones, de manera que todos los grupos estén representados en la misma proporción.

Los argumentos que llevaron a los autores de esta investigación a utilizar el muestreo simple aleatorio se enumeran a continuación:

1. Es el más simple de todos los métodos de muestreo, por tanto hizo menos compleja la selección de los elementos de la muestra.
2. No fue posible dividir la población en grupos homogéneos debido a la complejidad que significó al equipo investigador conseguir esta información. Téngase en cuenta que se recurrió solo a una muestra de jóvenes, porque fue imposible estudiar la población completa.
No obstante, se recomienda considerar otros tipos de muestreo, o incluso la realización de un censo para llevar a cabo el estudio de una manera más profunda. Un método de interés que pudiera utilizarse en futuros trabajos es el muestreo sobre grafos, véase [2].
3. Este es solo un estudio preliminar, que no pretende ser exhaustivo, solo identificar a los posibles líderes jóvenes en la provincia.

Cada uno de los jóvenes de la muestra se entrevistó por un especialista, que le realizó una encuesta ayudado por sus cuentas en las redes sociales, donde se recogió una lista de otros jóvenes de la provincia conectados con el entrevistado. Además, se le preguntó al entrevistado sobre su relación con cada uno de los nombres provistos por su lista, en una escala de 1 a 10, donde 1 significa que no existe casi relación y 10 que la relación es plena. Algunos visitados, aunque pocos, no mostraron interés en la encuesta, por tanto, se consideró que su relación con los demás es desconocida y se utilizó I para modelar este hecho, con $I = [0, 1]$. Los valores entre 1 y 10 se dividen por 10, y esta se considera la parte determinada del número neutrosófico o el valor de verdad determinado sin indeterminación. Véase en [3] un algoritmo de optimización sobre grafos neutrosóficos. Estos nombres se guardaron en ficheros Excel para su posterior estudio. Para ese estudio se tuvieron en cuenta la lista de los 393 encuestados a los que se les adicionó la lista de los jóvenes de la provincia que formaban parte de sus redes sociales, esto elevó a un número total de nombres de $M = 553$.

Debido a la complejidad de los cálculos necesarios, estos se realizaron con ayuda de Octave 4.2.1. Octave es un software libre que se basa en el lenguaje m de MATLAB, por tanto, un programa de extensión $.m$ se puede utilizar en ambos softwares, véase [8]. El principio de Octave, así como MATLAB es la representación matricial y el cálculo numérico, realizado principalmente con matrices, lo que permite una representación numérica de los elementos.

La principal dificultad que se encontró en los cálculos está en el orden de la matriz que es de 553, lo que significan 305.809 datos. El uso de Octave facilitó la realización de los cálculos, debido a que está diseñado para calcular con datos matriciales. Por otra parte, cada una de las fórmulas de cálculo utilizan casi exclusivamente las cuatro operaciones básicas, lo que significa que los programas no tienen gran dificultad desde el punto de vista de la programación, puesto que aunque Octave es un intérprete, estas operaciones están optimizadas. Es por ello que los autores crearon los programas utilizados en los cálculos.

No obstante, en el futuro no debería descartarse la creación de programas en otros lenguajes de perfil más amplio, como C o python, por ejemplo, que permitan realizar estas operaciones de menor costo computacional, con matrices de mayor orden, y que sea más amigable para los usuarios,

Por conveniencia, cada nombre de los ciudadanos que fueron objeto de estudio se asoció a un número de orden del 1 al 553, después de haberlos ordenado alfabéticamente. Se creó una matriz de adyacencia de 553×553 , donde el elemento $a_{ij} = 0$, si no hay relación entre el i -ésimo individuo de la lista con el j -ésimo individuo de la lista, en caso contrario se le asigna el valor dado por el entrevistado sobre su grado de relación.

Se calculó que el número de aristas con valores asociados no nulos y no indeterminados fue de $N = 42.839$, por tanto, se tiene que el grado medio de la red, véase Ecuación 7, es de $k = 23.689.967$.

En la investigación se adaptaron las fórmulas brindadas en las Ecuaciones 8, 9, 10 y 11, a cálculos con números neutrosóficos. Primero se les aplicó la des-neutrosoficación, según la Ecuación 4, para luego aplicárseles los índices clásicos. De manera que se obtuvieron los siguientes resultados:

$$L = 3,0006, \text{ mientras que } D = 6.$$

$$\text{Se estimó } \bar{C} = 1,9624 * 10^{-5}.$$

Dentro del conjunto de jóvenes estudiados se identificó un grupo de 17 de ellos que muestran la característica 2 de liderazgo dentro de la Definición 6. La cantidad fijada como criterio de selección de liderazgo fue de 267 o más jóvenes vinculados directamente al vértice representado por cada líder.

Como resultado de este trabajo se recomendó a los interesados a estudiar más profundamente a estos 17 jóvenes y sus intereses en convertirse formalmente en líderes políticos. Debido a la manera en que se realizó el estudio no es posible determinar a priori los rasgos de personalidad o sociológicos de los posibles líderes identificados. Tan solo se ha podido comprobar que estas personas poseen rasgos de como la facilidad de comunicación y el carisma. Los artículos en [5][13] pueden servir de guía para este objetivo.

CONCLUSIONES

La presente investigación se llevó a cabo en la provincia de Santo Domingo de Tsáchilas, Ecuador. El objetivo fue el estudio de la población de jóvenes de la provincia que pudieran ser líderes potenciales. Para ello se aplicó el estudio de redes sociales y se llegó a una lista de 17 jóvenes entre 16 y 29 años que pueden ser líderes dentro de la comunidad, de acuerdo a la conexión que tienen con otros jóvenes en las redes sociales. Se aplicaron números neutrosóficos y el proceso de des-neutrosoficación con la intención de modelar la información desconocida y el grado de relación entre los jóvenes. Adicionalmente se estudiaron las características de las redes de jóvenes en la provincia, y se llegó a la conclusión que existe una separación bastante pequeña de relaciones entre los jóvenes, de alrededor de 3 grados de separación.

El método de estudio utilizado puede servir de precedente para utilizarse en otras poblaciones y otros contextos, no obstante varias recomendaciones son válidas, como se expone a continuación.

Se recomienda repetir el estudio con toda la población juvenil, si es posible, y analizar la pertinencia de aplicar otro método de muestreo, que debería aplicarse en caso de que fuera posible. Otra recomendación es estudiar las características psicosociales de los jóvenes que se identifiquen como posibles líderes, como clase social, etnia, género, raza, nivel académico, rasgos de personalidad como el carisma, entre otros. Esto permitirá determinar qué tipo de personalidad debe tener un líder en la provincia de Santo Domingo de Tsáchilas. Este estudio tuvo como limitación que solo se considera como posibles líderes las personas más conectadas dentro de las redes sociales, se recomienda tener en cuenta otros factores, aunque esto podría hacer más complejos los cálculos.

Más allá del problema específico que ocupa esta investigación, el método propuesto puede utilizarse en otros contextos donde exista indeterminación o desconocimiento por parte del entrevistador sobre la relación entre dos o más miembros de la red. Se debe destacar que este método fue diseñado por los autores, los que planean como trabajo futuro la aplicación del método incluso en otros contextos, como en redes de computadoras o en redes de teléfonos móviles.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: FEBRUARY, 2020.

REFERENCIAS

- [1] BOUZA HERRERA, C. N. (2017): Some thoughts on the use of statistical sampling in legal research, *International Journal of Digital and Data Law*, 61-68, url: <http://ojs.imodev.org/index.php/RIDDN>.

- [2] BOUZA, C. N. y ALLENDE, S. M. (2002): Inferencias sobre grafos, **Economic Analysis Working Papers**, 1, Spain.
- [3] BROUMI, S., BAKALI, A., TALEA, M., SMARANDACHE, F. y VLADAREANU, L. (2016):. Computation of shortest path problem in a network with SV-trapezoidal neutrosophic numbers. En **2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)**., IEEE, 417-422.
- [4] CASASÚS ESTELLÉS, T. y YAGER, R. R. (2014): Fuzzy Concepts in Small Worlds and the Identification of Leaders in Social Networks, En: **Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge- Based Systems**, Parte 2, Springer, Cham.
- [5] COLBERT, A. E., JUDGE, T. A., CHOI, D. y WANG, G. (2012): Assessing the trait theory of leadership using self and observer ratings of personality: The mediating role of contributions to group success, **The Leadership Quarterly**, 23, 670–685.
- [6] CONSTITUCIÓN DE LA REPÚBLICA DEL ECUADOR (2008): Montecristi-Ecuador: Registro Oficial No. 449-20/10/2008.
- [7] DIXON, W. J. y MASSEY, F. J. (1965): **Introducción al Análisis Estadístico**. Ediciones del Castillo S.A., Madrid.
- [8] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017): **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations, versión 4.2.1**. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [9] GARRIDO, A. (2012): Measuring Complex Networks, **American Journal of Mathematics and Statistics**, 2, 20-24.
- [10] GUILLEN, A., SÁENZ, K., BADII, M., y JORGE, C. (2009): Origen, espacio y niveles de participación ciudadana. **Daena: International Journal of Good Conscience**, 4, 179-193.
- [11] GUTIÉRREZ, A. (2015): **Estrategias de Muestreo, Diseño de Encuestas y Estimación de Parámetros**, Lemoine Editores, Bogotá.
- [12] INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICAS Y CENSOS (s.f.): **Ecuador en Cifras**, Disponible en: <http://www.ecuadorencifras.gob.ec/estadisticas/>, consultado el 1 de agosto de 2018.
- [13] KUMAR SHARMA, M. y JAIN, S. (2013): Leadership Management: Principles, Models and Theories, **Global Journal of Management and Business Studies**, 3, 309-318.
- [14] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018): **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [15] LI, F., YANG, Y., XIE, J., LIU, A. y CHEN, Q. (2014): Selection Method of Customer Partners in Customer Collaborative Product Innovation, **Journal of Intelligent Systems**, 23, 423-435.
- [16] NARANG, R., SARIN, S., SINGH, P. y GOYAL, R. (2018): Impact of Reciprocity in Information Spreading Using Epidemic Model Variants, **Information**, 9, 136-159.
- [17] SAMPATH, S. (2001): **Sampling Theory and Methods**, Narosa Publishing House, New Delhi.
- [18] SIEGEL, S. y CASTELLAN, N. J. (1970): **Estadística No Paramétrica: Aplicada a las Ciencias de la Conducta**, Editorial Trillas, México D. F.
- [19] SMARANDACHE, F. (2002): Neutrosophy, a new Branch of Philosophy. **Multiple-Valued Logic / An International Journal**, 8, 297-384.
- [20] SMARANDACHE, F. (2005): **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, 6^{ta} Edición., InfoLearnQuest, Ann Arbor,
- [21] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2004): **Basic Neutrosophic Algebraic Structures and Their Application to Fuzzy and Neutrosophic Models**, Hexis, Church Rock.
- [22] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2018):. Algebraic Structure of Neutrosophic Duplets in Neutrosophic Rings $\langle Z \cup I \rangle$, $\langle Q \cup I \rangle$ and $\langle R \cup I \rangle$, **Neutrosophic Sets and Systems**, 23, 85-95.
- [23] WANG, J., ZHANG, K., SUN, X., TAN, Y., WU, Q. y WU, Q. (2018):. Package Network Model: A Way to Capture Holistic Structural Features of Open-Source Operating Systems, **Symmetry**, 11, 172191.

APRECIACIÓN DE LA SITUACIÓN DE LA POBLACIÓN INMIGRANTE EN ECUADOR, BASADA EN MAPAS COGNITIVOS NEUTROSÓFICOS

José Luis Robalino Villafuerte¹*, Leonardo Vinicio Rosillo Abarca*, Iván Xavier León Rodríguez*

Universidad Regional Autónoma de los Andes, Santo Domingo, Santo Domingo de los Tsáchilas, Ecuador.

ABSTRACT

Legal norms regulate the situation of migrants. However, at the international level they are primarily responsible for establishing fundamental human rights, but the normative development of both the United Nations and the ILO focuses primarily on analyzing the situation of migrant workers on a regular basis, leaving aside the situation of irregular migrant workers. This paper aims to determine the aspects that most influence to dignify the irregular migrants' lives in Ecuador. For this end, the Cognitive Neutrosophic Maps will be applied, which are fuzzy cognitive maps where indeterminacy is included. Cognitive maps are basically directed graphs where the vertices represent concepts and the edges represent connections between these concepts, in addition a weight that indicates if there exists a relationship among the concepts are included, and also if those relationships are direct or inverse. In the case of neutrosophic cognitive maps, the possibility of representing indeterminate relationships is also incorporated. This study is based on the interview and survey of 60 irregular migrants throughout the country, whose data were analyzed by three experts.

KEYWORDS: irregular migrant, neutrosophic cognitive map, neutrosophic number, dynamic system.

MSC: 05C90, 62C99, 91D10.

RESUMEN

Las normas jurídicas regulan la situación de los migrantes. Sin embargo, en el ámbito internacional se encargan primordialmente de establecer los derechos humanos fundamentales, pero el desarrollo normativo tanto de las Naciones Unidas como de la OIT se enfoca primordialmente por analizar la situación de los trabajadores migrantes en condición regular lo que deja de lado la situación de los trabajadores migrantes irregulares. Este artículo tiene como objetivo determinar los aspectos que más influyen en que sea digna la vida de los emigrantes irregulares en el Ecuador. Para ello se aplicarán los Mapas Cognitivos Neutrosóficos, que son mapas cognitivos difusos, donde se incluye la indeterminación. Los mapas cognitivos son básicamente grafos dirigidos donde los vértices representan conceptos y las aristas representan conexiones entre estos conceptos, además de que se incluye un peso que indica si hay relación entre los conceptos y en caso de existir si esta es directa o inversa. En el caso de los mapas cognitivos neutrosóficos también se tiene en cuenta la posibilidad de representar relaciones indeterminadas. Para el estudio se contó con la entrevista y encuesta a 60 inmigrantes irregulares en todo el país, cuyos datos fueron analizados por tres expertos.

PALABRAS CLAVE: inmigrante irregular, mapa cognitivo neutrosófico, número neutrosófico, sistema dinámico.

1. INTRODUCCIÓN

La Convención de la Naciones Unidas sobre la protección de los derechos de todos los trabajadores migrantes y sus familias, en sus epígrafes introductorios señala la necesidad de adoptar medidas para “prevenir y disuadir” la inmigración irregular mediante el reconocimiento de los derechos humanos fundamentales a los trabajadores migrantes. A su vez esta norma jurídica define lo que puede entenderse por trabajador migrante y al respecto establece que es “toda persona que vaya a realizar, realice o haya realizado una actividad remunerada en un Estado del que no sea nacional”, véase [8].

La convención establece que si bien todos los migrantes tienen una característica común (vivir y laborar en un país del que no son nacionales) enfrentan también otros problemas, entre los que destaca, el tener que formar parte de una sociedad que al no ser la suya, podría discriminarlos. En concordancia con esto “los migrantes son un grupo altamente vulnerable. Frecuentemente sufren de varias formas de explotación y de abusos serios de sus derechos humanos y de su dignidad”.

¹ Email: us.joseroalino@uniandes.edu.ec

Este artículo tiene como objetivo el estudio de los principales aspectos que afectan la vida de los inmigrantes irregulares en Ecuador. Para ello se aplican los Mapas Cognitivos Neutrosóficos. Los mapas cognitivos son básicamente grafos dirigidos, donde los vértices representan conceptos y las aristas representan relaciones causales entre estos conceptos, véase [2]. Adicionalmente, cada arista se asocia a un valor de peso que puede ser nulo, lo que significa que no hay relación alguna entre los conceptos; si es un valor positivo significa que si un concepto aumenta (disminuye) su valor el otro también tenderá a aumentar (disminuir); mientras que si es negativo significa que si un concepto tiende a aumentar (disminuir), el otro tenderá a disminuir (aumentar). Los mapas cognitivos difusos ([4][5]) y los mapas cognitivos neutrosóficos incorporan la incertidumbre en las relaciones causales, estos últimos se basan en la Neutrosofía, véase [9][11]. La Neutrosofía es la rama de la filosofía que aborda los fenómenos de la neutralidad, véase [6][12][13].

Los conjuntos neutrosóficos generalizan los conjuntos difusos de Zadeh ([18]), los conjuntos intuicionistas difusos de Atanassov ([1]), entre otros. Los conjuntos difusos definen la pertenencia de los elementos a un conjunto mediante una función de pertenencia con imagen en $[0, 1]$, donde 0 significa que el elemento no pertenece en absoluto al conjunto, 1 significa que el elemento pertenece totalmente al conjunto, mientras que un valor de verdad en $(0, 1)$ significa una pertenencia parcial. El conjunto complemento se define por la función de pertenencia obtenida de restarle a la unidad la función de pertenencia del conjunto original. Por tanto la función de pertenencia del conjunto y la de su complemento son dependientes entre sí. La lógica difusa generaliza la idea de conjunto difuso cuando se calculan valores de verdad sobre proposiciones lógicas. Más adelante Atanassov introdujo los conjuntos intuicionistas difusos, donde se definen explícitamente dos funciones, una de pertenencia al conjunto y otra de no pertenencia, ambas deben satisfacer la restricción que su suma es menor o igual a 1. Cuando la suma de ambas funciones es menor estricto que 1, dejan un margen de indeterminación. Estas funciones son dependientes entre sí, mientras que la indeterminación es también dependiente.

Los conjuntos neutrosóficos y por tanto la lógica neutrosófica incluyen explícitamente la función de pertenencia de indeterminación, para tener en cuenta los elementos indeterminados, debido a que la pertenencia de estos elementos al conjunto es desconocida, inconsistente, contradictoria, entre otros. A diferencia de los conjuntos anteriores, las tres funciones definidas en los conjuntos neutrosóficos son independientes entre sí. Estos incluyen también los valores de verdad en forma de intervalo. Es por ello que los conjuntos neutrosóficos contienen una semántica más precisa que los otros, porque los valores de verdad dependen de tres elementos independientes entre sí, y no de uno o dos.

Por tanto, los mapas cognitivos neutrosóficos incluyen a los posibles pesos de los mapas cognitivos difusos, más un valor simbólico I de indeterminación. Esta indeterminación puede deberse a falta de conocimiento sobre la naturaleza de las relaciones entre los conceptos, o por información contradictoria, entre otros. En especial tres artículos aparecen en la literatura donde se aplican los mapas cognitivos neutrosóficos para estudiar grupos de inmigrantes, véase [14], o grupos sociales minoritarios discriminados o vulnerables, véase [7][10].

La investigación que se lleva a cabo es de gran importancia porque aborda uno de los problemas humanitarios más preocupantes para la humanidad en la actualidad, que es el fenómeno migratorio. El emigrante es una persona que debe incorporarse a una sociedad nueva que le es ajena, por otra parte la población nativa debe aceptar a esta persona que llega con costumbres y tradiciones ajenas. El proceso de encuentro y adaptación entre ambas partes muchas veces no ocurre de manera pacífica y constituye un reto jurídico, social, político y económico. Este es además un proceso dinámico, es por ello que el análisis dinámico de los Mapas Cognitivos Neutrosóficos son una herramienta eficaz para resolver este tipo de problemas. La neutrosofía asimismo permite incorporar la indeterminación que puede existir por el desconocimiento sobre las relaciones entre algunas variables.

Este artículo se divide en una sección de Materiales y Métodos, donde se explican los conceptos básicos de Conjunto Neutrosófico, Conjunto Neutrosófico de Valor Único, Número Neutrosófico de Valor Único, Número Neutrosófico, Grafo Neutrosófico, Mapa Cognitivo Neutrosófico, entre otros conceptos y métodos esenciales para desarrollar este artículo. Luego se expone una sección de resultados donde se aplica la teoría precedente para solucionar el problema que ocupa este trabajo. Se finaliza con las conclusiones.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Para comenzar esta sección se tienen las siguientes definiciones básicas respecto a la neutrosofía:

Definición 1. ([6]) Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN) está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) +$

$\inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^+$ para todo $x \in X$. $u_A(x)$, $r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^+]$.

Definición 2. ([6]) Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU) A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x)$, $r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU) será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y que satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$.

Otras definiciones importantes tienen relación con los grafos. Véase [7][10][14].

Definición 3. Un *grafo neutrosófico* es un grafo que contiene al menos una arista indeterminada, la que se representa con líneas discontinuas.

Definición 4. Un *grafo neutrosófico dirigido* es un grafo dirigido que contiene al menos una arista indeterminada, la que se representa con líneas discontinuas.

Definición 5. Un *Mapa Cognitivo Neutrosófico* (MCN) es un grafo neutrosófico dirigido, cuyos vértices representan conceptos y cuyas aristas representan relaciones causales entre las aristas.

Si $C_1, C_2, \dots, C_k$ son k vértices, cada uno de los C_i ($i = 1, 2, \dots, k$) se puede representar por un vector $(x_1, x_2, \dots, x_k)$ donde $x_i \in \{0, 1, I\}$. $x_i = 0$ significa que el vértice C_i está en un estado activado, $x_i = 1$ significa que el vértice C_i está en un estado desactivado y $x_i = I$ significa que el vértice C_i está en un estado indeterminado, en un tiempo específico o en una situación específica.

Si C_m y C_n son dos vértices del MCN, una arista dirigida de C_m a C_n se llama *conexión* y representa la causalidad de C_m a C_n . Cada vértice en el MCN se asocia a un peso dentro del conjunto $\{-1, 0, 1, I\}$. Si $\square_{mn}$ denota el peso de la arista $C_m C_n$, $\square_{mn} \in \{-1, 0, 1, I\}$ entonces se tiene lo siguiente:

$\square_{mn} = 0$ si C_m no ejerce ningún efecto sobre C_n ,

- $\square_{mn} = 1$ si un incremento (decremento) en C_m produce un incremento (decremento) en C_n , $\square_{mn} = -1$ si un incremento (decremento) en C_m produce un decremento (incremento) en C_n ,
- $\square_{mn} = I$ si el efecto de C_m sobre C_n es indeterminado.

Definición 6. Un MCN con aristas con pesos en $\{-1, 0, 1, I\}$ se llama *Mapa Cognitivo Neutrosófico Simple*.

Definición 7. Si $C_1, C_2, \dots, C_k$ son los vértices de un MCN. La matriz neutrosófica $N(E)$ se define como $N(E) = (\square_{mn})$, donde $\square_{mn}$ denota el peso de la arista dirigida $C_m C_n$, donde $\square_{mn} \in \{-1, 0, 1, I\}$. $N(E)$ se llama la *matriz neutrosófica de adyacencia* del MCN.

Definición 8. Sean $C_1, C_2, \dots, C_k$ los vértices de un MCN. Sea $A = (a_1, a_2, \dots, a_k)$, donde $a_m \in \{-1, 0, 1, I\}$. A se llama *vector neutrosófico de estado instantáneo* y significa una posición de estado activado-desactivado indeterminado del vértice en un instante dado.

- $a_m = 0$ si C_m está desactivado (no ejerce ningún efecto),
- $a_m = 1$ si C_m está activado (ejerce efecto),
- $a_m = I$ si C_m es indeterminado (su efecto no puede determinarse).

Definición 9. Sean $C_1, C_2, \dots, C_k$ los vértices de un MCN. Sean $\overrightarrow{C_1 C_2}, \overrightarrow{C_2 C_3}, \overrightarrow{C_3 C_4}, \dots, \overrightarrow{C_m C_n}$ las aristas del MCN, entonces las aristas constituyen un *ciclo dirigido*.

El MCN se dice *cíclico* si posee un ciclo dirigido. Se dice *acíclico* si no posee ningún ciclo dirigido.

Definición 10. Un MCN que contiene ciclos se dice que tiene *retroalimentación*. Cuando existe retroalimentación en el MCN, se dice que este es un *sistema dinámico*.

Definición 11. Sea $\overrightarrow{C_1 C_2}, \overrightarrow{C_2 C_3}, \overrightarrow{C_3 C_4}, \dots, \overrightarrow{C_{k-1} C_k}$ un ciclo. Cuando C_m se activa y su causalidad fluye a través de las aristas del ciclo y luego es causa del propio C_m , entonces el sistema dinámico va circulando. Esto se cumple para cada vértice C_m con $m = 1, 2, \dots, k$. El estado de equilibrio para este sistema dinámico se denomina *patrón escondido*.

Definición 12. Si el estado de equilibrio de un sistema dinámico es un estado único, entonces se llama *punto fijo*.

Un ejemplo de punto fijo es cuando se comienza un sistema dinámico activándose por C_1 . Si se supone que el MCN se asienta en C_1 y C_k , o sea el estado permanece como $(1, 0, \dots, 0, 1)$, entonces este vector de estado neutrosófico se llama punto fijo.

Definición 13. Si el MCN se establece con un vector de estado neutrosófico que se repite en la forma: $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_m \rightarrow A_1$, entonces el equilibrio se llama *ciclo límite* del MCN.

Método para determinar los patrones escondidos

Sean $C_1, C_2, \dots, C_k$ los vértices del MCN con retroalimentación. Asíumase que E es la matriz de adyacencia asociada. Se encuentra un patrón escondido cuando C_1 se activa y se da una entrada en forma de vector $A_1 = (1, 0, 0, \dots, 0)$. Los datos deben pasar a través de la matriz neutrosófica $N(E)$, lo que se obtiene multiplicando A_1 por la matriz $N(E)$. Sea $A_1 N(E) = (\square_1, \square_2, \dots, \square_k)$ con la operación umbral de remplazar $\square_m$ por 1 si $\square_m > p$ y $\square_m$ por 0 si $\square_m < p$ (p es un entero positivo adecuado) y $\square_m$ se sustituye por I si este no es un entero.

El concepto resultante se actualiza; el vector C_1 se incluye en el vector actualizado transformando en 1 la primera coordenada del vector resultante.

Si se supone $A_1 N(E) \square A_2$ entonces se considera $A_2 N(E)$ y se repite el mismo procedimiento. Este procedimiento se repite hasta alcanzar un ciclo límite o un punto fijo.

Debido a que es posible que se presenten *números neutrosóficos* en los cálculos, esta sección finaliza con la definición y operaciones con estos números.

Definición 14. Un *número neutrosófico* N , se define como un número de la forma siguiente, véase [15][16][17]:
 $N = d + I$ (2) Donde d se llama *parte determinada*

e I se llama *parte indeterminada*.

Dados $N_1 = a_1 + b_1 I$ y $N_2 = a_2 + b_2 I$ dos números neutrosóficos, algunas operaciones entre ellos se definen como a continuación:

$$\begin{aligned} N_1 + N_2 &= a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)I \text{ (Adición);} \\ N_1 - N_2 &= a_1 - a_2 + (b_1 - b_2)I \text{ (Resta),} \\ N_1 \times N_2 &= a_1 a_2 + (a_1 b_2 + b_1 a_2 + b_1 b_2)I \text{ (Producto),} \\ \frac{N_1}{N_2} &= \frac{a_1 + b_1 I}{a_2 + b_2 I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2(a_2 + b_2)} I \text{ (División).} \end{aligned}$$

3. RESULTADOS

De acuerdo al estudio realizado por tres expertos sobre 60 emigrantes irregulares en todo el Ecuador, se analizaron los siguientes conceptos relativos a la situación social de estos:

C_1 : Trabajo extendido por más de la cantidad de horas establecidas. El trabajador trabaja más de ocho horas diarias.

C_2 : Ausencia de seguridad social. Frecuentemente estos trabajadores carecen de seguridad social, lo que los priva de sus derechos a tomar vacaciones, licencias de maternidad, seguro por salud, entre otros.

C_3 : Malentendidos. Se trata de situaciones que no se entienden adecuadamente.

C_4 : Discusiones con compañeros (as). Peleas o discusiones con parejas o compañeros de trabajo. C_5 : Estrés. Es un desorden provocado por largas horas de trabajo, situaciones de precariedad económica, entre otros. La persona tiene una sensación de amenaza o ansiedad exagerada.

C_6 : Problemas de salud física. Incluye problemas de salud provocados por malas condiciones laborales.

C_7 : Problemas de educación. Muchos de los inmigrantes no tienen una buena educación desde sus países de origen.

C_8 : Discriminación y estigma. La ciudadanía nativa algunas veces relaciona a estas personas con la marginalidad y los discrimina.

C_9 : Limitaciones de acceso a información y problema de servicio. Se refiere a la falta de información que sufren los inmigrantes sobre sus derechos humanos y las limitaciones que tienen para contar con los servicios básicos.

Los expertos establecieron las relaciones causales entre estos conceptos, como se muestra en la Figura 1.

En la Figura 1 se aprecia que +1 es el peso de la arista, que significa que la relación es directa. Las flechas con una saeta representan efectos en un solo sentido, las flechas con dos saetas representan efectos en dos sentidos y las flechas con líneas discontinuas en rojo representan conexiones de indeterminación.

La matriz de adyacencia difusa es
, donde no se tienen en cuenta las

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

relaciones

indeterminadas, que están representadas por flechas con líneas discontinuas en rojo.

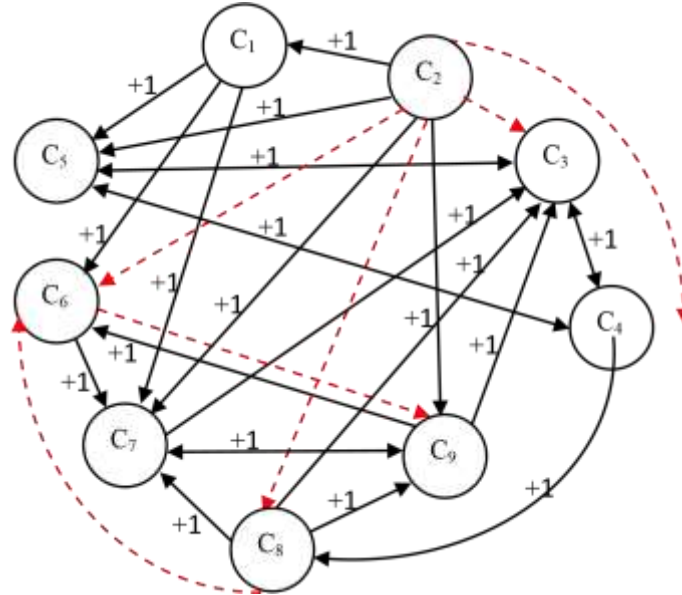


Figura 1. Grafo del Mapa Cognitivo Neutrosófico sobre las relaciones causales entre los conceptos antes expuestos.

La matriz de adyacencia neutrosófica, donde se incluyen las líneas discontinuas en rojo es la siguiente:

$$N(E) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Los métodos matriciales usados se calculan con ayuda de Octave 4.2.1., que es un software libre con características y lenguaje muy parecidos a MATLAB y que permite realizar cálculos numéricos, principalmente matriciales, véase [3]. El algoritmo utilizado es el que aparece en [14].

Cuando se aplica el método de búsqueda de patrones escondidos, si se activa C_1 con el vector $A_1 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ se obtienen los siguientes resultados: $A_1 N(E) = (0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0) \square (1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0) = A_2$,

$$A_2 N(E) = (0, 0, 2, 1, 1, 1, 2, 0, 1) \square (1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1) = A_3, A_3 N(E)$$

$$= (0, 0, 4, 2, 3, 2, 3, 1, 1) \square (1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) = A_4,$$

$$A_4 N(E) = (0, 0, 5, 2, 3, 2 + I, 4, 1, 2 + I) \square (1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) = A_4.$$

Cuando se activa C_2 con el vector $B_1 = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ se obtienen los siguientes resultados:

$$B_1 N(E) = (1, 0, I, I, 1, I, 1, I, 1) \square (1, 1, I, I, 1, I, 1, I, 1) = B_2,$$

$$B_2 N(E) = (1, 0, 3 + 3I, 1 + 2I, 2 + 2I, 1 + I, 3 + 2I, 1 + I) \square (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) = B_3,$$

$$B_3 N(E) = (1, 0, 4 + 2I, 2 + I, 4, 1 + I, 4 + I, 1 + I, 2 + 2I) \square (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) = B_4,$$

$$B_4N(E) = (1,0,5+I,2+I,4,2+2I,5,1+I,3+I) \square (1,1,1,1,1,1,1,1) = B_4.$$

Cuando se activa C_3 con el vector $D_1 = (0,0,1,0,0,0,0,0)$ se obtienen los siguientes resultados:

$$D_1N(E) = (0,0,0,1,1,0,0,0) \square (0,0,1,1,1,0,0,0) = D_2,$$

$$D_2N(E) = (0,0,2,2,2,0,0,1,0) \square (0,0,1,1,1,0,0,1,0) = D_3,$$

$$D_3N(E) = (0,0,3,2,2,I,1,1,1) \square (0,0,1,1,1,I,1,1,1) = D_4, D_4N(E)$$

$$= (0,0,5,2,2,1+I,2+I,1,1) \square (0,0,1,1,1,1,1,1,1) = D_5,$$

$$D_5N(E) = (0,0,5,2,2,1+I,3,1,2) \square (0,0,1,1,1,1,1,1,1) = D_5.$$

De acuerdo a los resultados anteriores se puede concluir que a pesar de que se incorpora la indeterminación dentro de la modelación de las relaciones causales entre los conceptos, los patrones descubiertos son deterministas.

Cuando C_1 se activa, se activan todos los demás nodos excepto C_2 , lo que significa que el trabajo por más de las horas establecidas de los inmigrantes irregulares provoca todos los demás problemas que se identifican en los demás vértices, excepto la ausencia de seguridad social.

Por otro lado si se activa C_2 , todos los demás problemas se activan. Mientras que si se activa C_3 , la existencia de malentendidos, se activarán los demás vértices, excepto los dos primeros.

Se puede concluir, que es imprescindible que los trabajadores inmigrantes irregulares cuenten con seguridad social, lo que redundará en una mejora de su calidad de vida en general, lo mismo ocurrirá si la cantidad de horas de trabajo se mantiene en los límites establecidos.

4. CONCLUSIONES

Este artículo estudió la situación de los inmigrantes irregulares en el Ecuador, mediante un estudio de 60 de ellos por parte de tres expertos. Se aplicó la técnica de Mapas Cognitivos Neutrosóficos entre nueve aspectos que influyen negativamente en la vida de estas personas, donde se incluyó la indeterminación en algunas relaciones causales. Se aplicó el método de búsqueda de patrones escondidos y se concluyó que es imprescindible que estas personas cuenten con una seguridad social adecuada y además que sus jornadas laborales tengan la duración requerida. Esto ayudará a mejorar la vida de los inmigrantes en todos sus aspectos. Además de que el presente estudio permitirá resolver un problema humanitario, una vez que las autoridades competentes tomen las medidas necesarias para mejorar la situación, desde el punto de vista teórico confirma la posibilidad de aplicar esta herramienta para evaluar fenómenos sociales complejos como es la emigración. De igual manera, las variables estudiadas y el método utilizado se pueden aplicar para resolver este fenómeno en cualquier país del planeta.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: APRIL, 2020

REFERENCIAS

- [1] ATANASSOV, K.T. (1999) Intuitionistic fuzzy sets. En: **Intuitionistic Fuzzy Sets**, 1–137. Physica, Heidelberg.
- [2] AXELROD, R. (2015) **Structure of decision: The cognitive maps of political elites**, Princeton University Press.
- [3] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017) **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [4] GRAY, S. A., GRAY, S., DE KOK, J. L., HELFGOTT, A. E. R., O'DWYER, B., JORDAN, R. y NYAKI, A. (2015) Using fuzzy cognitive mapping as a participatory approach to analyze change, preferred states, and perceived resilience of social-ecological systems, **Ecology and Society**, 20, 11-24. [5] KOSKO, B. (1986) Fuzzy cognitive maps, **International journal of man-machine studies**, 24, 65-75.
- [6] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018) **Neutrosófia: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [7] MONDAL, K. y RAMANIK, S. (2014) A Study on Problems of Hijras in West Bengal Based on Neutrosophic Cognitive Maps, **Neutrosophic Sets and Systems**, 5, 21-26.
- [8] ORGANIZACIÓN DE LAS NACIONES UNIDAS (2016) **Declaración de Nueva York para los Refugiados y los Migrantes** Resolución Número 70/1 aprobada por la Asamblea General Del 19 de septiembre de 2016

- [9] PÁRRAGA ALAVA, R., MUÑOZ MURILLO, J., BARRE ZAMBRANO, R., ZAMBRANO VÉLEZ, M. I. y LEYVA VÁZQUEZ, M. (2018) PEST Analysis Based on Neutrosophic Cognitive Maps: A Case Study for Food Industry, **Neutrosophic Sets and Systems**, 21, 84-92.
- [10] PRAMANIK, S. y CHACKRABARTI, S. (2013) A Study on Problems of Construction Workers in West Bengal Based on Neutrosophic Cognitive Maps, **International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology**, 2, 6387-6394.
- [11] SALEH AL-SUBHI, S. H., PÉREZ PUPO, I., GARCÍA VACACELA, R., PIÑERO PÉREZ, P. Y. y LEYVA VÁZQUEZ, M. Y. (2018) A New Neutrosophic Cognitive Map with Neutrosophic Sets on Connections, Application in Project Management, **Neutrosophic Sets and Systems**, 22, 63-75.
- [12] SMARANDACHE, F. (2002) Neutrosophy, a new Branch of Philosophy. **Multiple-Valued Logic / An International Journal**, 8, 297-384.
- [13] SMARANDACHE, F. (2005) **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, 6^{ta} Edición., InfoLearnQuest, Ann Arbor,
- [14] VASANTHA KANDASAMY, W.B., SMARANDACHE, F. (2004) **Analysis of social aspects of migrant laborers living with HIV/AIDS using Fuzzy Theory and Neutrosophic Cognitive Maps**. Xiquan, Phoenix.
- [15] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2004) **Basic Neutrosophic Algebraic Structures and Their Application to Fuzzy and Neutrosophic Models**, Hexis, Church Rock.
- [16] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2018). Algebraic Structure of Neutrosophic Duplets in Neutrosophic Rings $\langle Z \cup I \rangle$, $\langle Q \cup I \rangle$ and $\langle R \cup I \rangle$. **Neutrosophic Sets and Systems**, 23, 85-95.
- [17] YE, J. (2017) Bidirectional projection method for multiple attribute group decision making with neutrosophic numbers. **Neural Computing and Applications**, 28, 1021-1029.
- [18] ZADEH, L. A. (1965) Fuzzy sets, **Information and Control**, 8, 338-353.

EVALUACIÓN DE LA EMPRESA SOBRE EL CONTROL INTERNO APLICANDO AHP NEUTROSÓFICO

Raúl Comas Rodríguez^{1*}, Lenny Campaña Muñoz^{**}, José María Beltrán Ayala^{**}

*Universidad Regional Autónoma de Los Andes, Ambato, Tungurahua, Ecuador.

**Universidad Regional Autónoma de Los Andes, Santo Domingo, Santo Domingo de Los Tsáchilas, Ecuador

ABSTRACT

The internal control is a kind of audit, which contributes to improve enterprise situation on their more fundamental aspects. This paper aims to determine if EPMAPA-T, the municipal public enterprise of potable water and sewer system, in Tulcán, Ecuador, has overcome the deficiencies indicated in an internal control carried out during a previous period. For this end, the so-called Neutrosophic AHP technique was used. This is a variation of the crisp AHP designed by Saaty, so that when the neutrosophic sets are incorporated, then, it is taking into account the uncertainty proper of decision making, as well as the computing with linguistic terms and the inclusion of an indeterminate element. This technique shall be applied to choose between two alternatives, either the enterprise improved its performance or not, specifically in the financial area. This is not a simple task; it needs for a mathematical tool of this kind for the many aspects that must be assessed.

KEYWORDS: audit, internal control, decision making, Neutrosophic AHP.

MSC: 62C99, 90B50, 91B06.

RESUMEN

El control interno es una forma de auditoría que ayuda a mejorar la situación de una empresa en sus aspectos fundamentales. Este artículo tiene como objetivo determinar si la empresa pública municipal de agua potable y alcantarillado EPMAPA-T de Tulcán, en Ecuador, ha superado las deficiencias que se le señaló en el control interno realizado en un período anterior. Para ello se aplicó la técnica conocida por *AHP* neutrosófico. Esta es una variante del *AHP* numérico diseñado por Saaty, que al incorporarse los conjuntos neutrosóficos, se tiene en cuenta la incertidumbre propia de la toma de decisiones, además del cálculo con términos lingüísticos y la inclusión del elemento de indeterminación. Esta técnica se aplicará para elegir entre dos alternativas, si mejoró o no mejoró la empresa, específicamente en el área financiera. No es una tarea simple y necesita de una herramienta matemática de este tipo por el número de aspectos que se deben evaluar.

PALABRAS CLAVES: auditoría, control interno, toma de decisiones, *AHP* Neutrosófico.

1. INTRODUCCIÓN

La auditoría constituye una herramienta de control y supervisión que contribuye a la creación de una cultura de la disciplina de la organización y permite descubrir fallas en las estructuras o vulnerabilidades existentes en la organización, véase [14]. La Auditoría es la evolución o la etapa superior de la contabilidad que es practicada por Contadores Públicos y se define como un proceso sistemático para obtener evidencia y evaluar de manera objetiva respecto de las afirmaciones respecto actos o hechos para determinar el grado de cumplimiento y comunicar los resultados a terceros interesados, [7].

La Auditoría Gubernamental se puede definir como una auditoría de cuentas que tiene que ser realizada por un auditor de cuentas o sociedad de auditoría, mediante la emisión del correspondiente informe y con sujeción a los requisitos y formalidades establecidos, véase [11]. La actividad de auditar debe ser eficaz y eficiente para generar un valor agregado a la organización de manera que se cumpla con los objetivos de cobertura de riesgo a lo que está expuesta esta revisión, [5].

La importancia de tener un buen sistema de control interno en las organizaciones, se ha incrementado en los últimos años, esto es debido a lo práctico que resulta al medir la eficiencia y la productividad al momento de implantarlos; en especial si se centra en las actividades básicas que se realizan, pues de ello dependen para mantener una contabilidad confiable, véase [10].

Según el artículo “Los sistemas de control interno en los entes descentralizados estatales y municipales desde la perspectiva de COSO”, [2], se indica que en el ámbito del sector público, el sistema de control interno es fundamental para garantizar el cumplimiento de los objetivos, la protección y conservación del patrimonio, el acatamiento de la normativa legal prevista y la transparencia y oportunidad en la rendición

¹ ua.raulcomas@uniandes.edu.ec

de cuentas. El control interno es una herramienta útil mediante la cual la administración logra asegurar la conducción ordenada y eficiente de las actividades de la empresa, véase [9].

La importancia de evaluar con el control interno permite tomar decisiones con respecto a salvaguardar los recursos, el cumplimiento de la normativa, la evaluación del grado de eficacia, eficiencia y efectividad, de las operaciones administrativas y financieras de la entidad para medir la calidad del servicio que presta a la sociedad en el cumplimiento de la misión, visión y objetivos estratégicos.

Alvin Randal en [3] relaciona las responsabilidades de los controles internos de la administración y el auditor, la administración es responsable de establecer y conservar los controles internos que la entidad requiere y que la administración informe públicamente de la eficacia de la operación de esos controles. En contraste, el auditor es responsable de entender y comprobar la eficacia y eficiencia del sistema de control interno por ello es preciso que el auditor prepare un informe de auditoría referente a la evaluación de los controles internos de la administración, incluyendo la opinión del auditor acerca de la eficacia operativa de esos controles.

La auditoría es un proceso y tiene insumos o requisitos para iniciar el procesamiento de datos y hechos que son evidencias y obtiene resultados que es un informe, el control interno no es el fin en sí mismo, es una serie de acciones que se desarrollan en la entidad; Yanel Blanco Luna, dice que el sistema de control interno es un entretrejo de actividades y operaciones construidas dentro de la infraestructura de la entidad y son la esencia de la empresa, véase [4].

En el presente artículo se utilizará la neutrosfía como herramienta de cálculo. La neutrosfía es la rama de la filosofía que estudia el origen, naturaleza y alcance de las neutralidades. La lógica y los conjuntos neutrosóficos, constituyen generalizaciones de otras teorías, como los conjuntos difusos, los conjuntos difusos intuicionistas, los conjuntos difusos en forma de intervalos, entre otros, véase [13]. El uso de los conjuntos neutrosóficos permite, además de la inclusión de funciones de pertenencia de veracidad y falsedad, también funciones de pertenencia de indeterminación. Esta indeterminación se debe a que existen contradicciones, ignorancia, inconsistencias, entre otras causas con respecto al conocimiento. Por otro lado la técnica conocida por *AHP* (*Analytic Hierarchy Process*): por sus siglas en inglés es un método fácil de aplicar y eficaz, que permite ordenar alternativas, según un orden calculado a partir de la evaluación de un grupo de expertos, véase [12]. Esta evaluación se realiza utilizando una escala donde se evalúan las relaciones relativas entre criterios, sub-criterios y finalmente las alternativas.

El *AHP* neutrosófico tiene varias ventajas con respecto al *AHP* clásico, por ejemplo, presenta al usuario con un marco de estructura más rico que el *AHP* clásico, el *AHP* difuso y el *AHP* difuso intuicionista. Describe los valores de juicio del experto manejando de manera eficiente la vaguedad y la incertidumbre sobre el *AHP* difuso y el *AHP* difuso intuicionista porque considera tres grados diferentes: grado de membrecía, grado de indeterminación y grado de no membrecía. Otra ventaja es que se calcula a partir de términos lingüísticos, lo que permite una comunicación más natural con los expertos, [1][13].

La empresa pública municipal de agua potable y alcantarillado EPMAPA-T de Tulcán, en Ecuador, fue motivo de un control interno en un período anterior. En la actualidad se nombró un grupo de auditores estatales para determinar si la empresa se encuentra de manera general en mejores condiciones con respecto a la auditoría realizada en el periodo previo. El objetivo de este artículo es determinar si la empresa superó las deficiencias antes señaladas.

Debido a la complejidad de esta tarea se decidió utilizar una herramienta matemática para realizar la comparación, específicamente el *AHP* neutrosófico. Se seleccionó esta técnica, además de por su sencillez y eficacia, porque usualmente los auditores evalúan de manera cualitativa en forma de términos lingüísticos los aspectos. En este caso, se evaluarán solo dos alternativas, Período 1 y Período 2, que es la manera simbólica en que se utilizará para determinar si la empresa estaba mejor durante la primera auditoría que en la actual. Se estableció evaluar solo el área financiera que es donde más dificultades se encontraron durante el control interno del período anterior.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

En esta sección se resumen las definiciones, teorías y métodos que se utilizarán para alcanzar el objetivo propuesto en este artículo.

En primer lugar, para aplicar la técnica conocida como *AHP* es necesario partir de la evaluación de un grupo de expertos para resolver un problema específico, que tiene un objetivo principal. Esta técnica se suele representar gráficamente con un árbol, véase la Figura 1, donde el nodo de nivel más alto es único y representa el Objetivo de la tarea, los hijos de este nodo en el nivel inmediatamente inferior representan los criterios que se usarán para medir el cumplimiento del objetivo. En el nivel inferior, se pueden representar los sub-criterios usados para detallar los criterios anteriores, más abajo se pueden representar otros sub-criterios y así sucesivamente. El último nivel contiene los nodos que representan las alternativas que se evaluarán con respecto a cada uno de los criterios y sub-criterios de los niveles superiores.

Véase que el árbol que se muestra en la Figura 1 representa un *AHP* con cuatro niveles, aunque pudiera aumentarse el número de niveles adicionando más sub-criterios o se pudiera reducir un nivel al eliminarse el tercero que representa sub-criterios.

Como en el presente artículo se desarrollará el método *AHP* Neutrosófico, a continuación aparecen las principales definiciones de la lógica neutrosófica y su aplicación en el *AHP* neutrosófico.

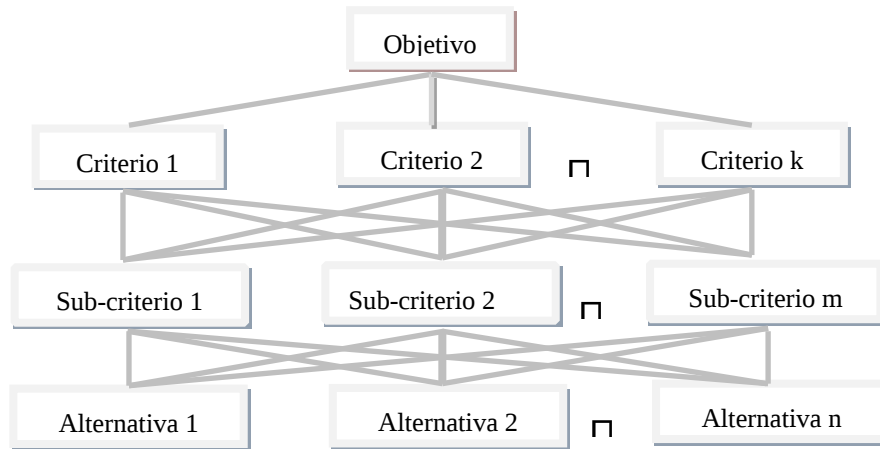


Figura 1. Esquema en forma de árbol sobre los elementos necesarios para aplicar la técnica *AHP*.

Definición 1. ([13]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN): está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^{+}$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^{+}[$.

Para poder aplicar los CN a problemas de toma de decisiones entre otros, surgieron los *Conjuntos Neutrosóficos de Valor Único*, que a continuación se define formalmente.

Definición 2. ([1]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU): A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{x, u_A(x), r_A(x), v_A(x) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU): será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y que satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$.

Definición 3. Un *Número Neutrosófico Triangular de Valor Único* (NNTVU):, que se denota por: $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, es un CN sobre $\mathbb{R}$, cuyas funciones de pertenencia de veracidad, indeterminación y falsedad se definen a continuación:

$$T_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \right), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \right), & a_2 < x \leq a_3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

$$I_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \beta_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \beta_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \beta_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

$$F_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \gamma_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \gamma_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \gamma_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

Donde $\alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \in [0, 1]$, $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ y $a_1 \leq a_2 \leq a_3$.

Definición 4. Dados $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$ y $\tilde{b} = \langle (b_1, b_2, b_3); \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{b}} \rangle$ dos NNTVU y $\square$ es cualquier número real no nulo. Entonces se definen las siguientes operaciones:

Adición: $\tilde{a} + \tilde{b} = \langle (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Substracción: $\tilde{a} - \tilde{b} = \langle (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Inversión: $\tilde{a}^{-1} = \langle (a_3^{-1}, a_2^{-1}, a_1^{-1}); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, donde $a_1, a_2, a_3 \neq 0$.

Producto por un escalar:

$$\lambda \tilde{a} = \begin{cases} \langle (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda > 0 \\ \langle (\lambda a_3, \lambda a_2, \lambda a_1); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda < 0 \end{cases}$$

División de dos NNTVU:

$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \begin{cases} \langle (\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_3}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Multiplicación de dos NNTVU:

$$\tilde{a} \tilde{b} = \begin{cases} \langle (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_3 b_3, a_2 b_2, a_1 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Donde, $\wedge$ es una t-norma y $\vee$ es una conorma, véase [8].

Una t-norma es un operador $T: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que cumple con los axiomas siguientes para todo a, b, c y d en $[0, 1]$:

1. $T(0,0) = 0$, $T(a,1) = a$, (Condiciones de frontera);
2. $T(a,b) \leq T(c,d)$: si $a \leq c$ y $b \leq d$ (Monotonía);
3. $T(a,b) = T(b,a)$: (Conmutatividad);
4. $T(a,T(b,c)) = T(T(a,b),c)$: (Asociatividad);

Una t-conorma es un operador $S: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que cumple con los axiomas siguientes para todo a, b, c y d en $[0, 1]$:

1. $S(1,1) = 1$, $S(a,0) = a$, (Condiciones de frontera);
2. $S(a,b) \leq S(c,d)$: si $a \leq c$ y $b \leq d$ (Monotonía);
3. $S(a,b) = S(b,a)$: (Conmutatividad);
4. $S(a,S(b,c)) = S(S(a,b),c)$: (Asociatividad);

Para la aplicación del AHP Neutrosófico, es posible realizar las evaluaciones con ayuda de términos lingüísticos, lo que le resulta más natural a los expertos, comparado con evaluaciones numéricas. Es por ello que se adapta la escala numérica de Saaty original a una escala lingüística como se puede apreciar en la Tabla 1.

Escala de Saaty	Definición	Escala Neutrosófica Triangular
1	Igualmente influyente	
3	Ligeramente influyente	
5	Fuertemente influyente	$\tilde{5} = \langle (4, 5, 6); 0,80; 0,15; 0,20 \rangle$
7	Muy fuertemente influyente	$\tilde{7} = \langle (6, 7, 8); 0,90; 0,10; 0,10 \rangle$

9 Absolutamente influyente $\tilde{9} = \langle (9, 9, 9); 1,00; 0,00; 0,00 \rangle$
 2, 4, 6, 8 Valores esporádicos entre dos escalas $\tilde{2} = \langle (1, 2, 3); 0,40; 0,65; 0,60 \rangle$ cercanas entre las

anteriores

Tabla1. Escala de Saaty traducida a una Escala Neutrosófica Triangular.

Otras definiciones que se necesitan para aplicar el AHP neutrosófico se expresan a continuación: Una *matriz neutrosófica de comparación de pares* se define en la Ecuación 5.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{1} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & \tilde{1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tal que $\tilde{A}$ satisface la condición $\tilde{a}_{ji} = \tilde{a}_{ij}^{-1}$, según el operador de inversión que aparece en la Definición 4. Abdel-Basset y otros en [1] definen dos índices para convertir un NNTVU en un valor numérico real. Estos índices son los de Puntuación en la Ecuación 6 y de Precisión en la Ecuación 7:

$$S(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} - \gamma_{\tilde{a}}) \quad (6)$$

$$A(a) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_a - \beta_a + \gamma_a) \quad (7)$$

El AHP Neutrosófico consiste en aplicar los pasos siguientes:

1. Seleccionar un grupo de expertos que sean capaces de realizar el análisis.
 2. Los expertos deben diseñar un árbol AHP, como el que se muestra en la Figura 1. Esto implica que debe especificarse los criterios, sub-criterios y las alternativas para realizar la evaluación.
 3. Crear las matrices por cada nivel del árbol AHP para los criterios, sub-criterios y alternativas, según las evaluaciones de los expertos expresados en forma de escalas de NNTVU, como se especifica en la Ecuación 5.
- Estas matrices se forman comparando la importancia de cada par de criterios, sub-criterios y alternativas, siguiendo las escalas que aparecen en la Tabla 1.
4. Verificar la consistencia de las evaluaciones por cada matriz. Para ello es suficiente convertir $\tilde{A}$ en una matriz numérica $M = (a_{ij})_{n \times n}$, tal que $a_{ij} = A(\tilde{a}_{ij})$ o $a_{ij} = S(\tilde{a}_{ij})$, definidas en una de las Ecuaciones 6 y 7, para luego aplicar los métodos usados en el AHP original. Que consiste en lo siguiente:

- Calcular el *Índice de Consistencia* (IC): que depende de $\lambda_{\max}$, el máximo valor propio de la matriz M y que se define por:

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (8)$$

Donde n es el orden de la matriz.

- Calcular la *Proporción de Consistencia* (PC): con ecuación $PC = IC/IR$, donde IR se toma de la Tabla 2.

Orden (n):	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IR	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Tabla 2. IR asociado al orden de la matriz

- Si $PC \geq 10\%$ se considera que es suficiente la consistencia de la evaluación por los expertos y se puede aplicar el método AHP. En caso contrario se recomienda que los expertos reconsideren sus evaluaciones.
5. De aquí en adelante las matrices $\tilde{A}$ se sustituyen por sus matrices numéricas equivalentes M , calculadas en el paso anterior. Entonces se procede como sigue:
 - Normalizar las entradas por columna, dividiendo los elementos de la columna por la suma total.
 - Calcular el total de los promedios por filas, cada uno de estos vectores se conoce como *vector de prioridad*.
 6. Se procede a calcular las puntuaciones finales comenzando desde el nivel superior (Objetivo);, hasta el nivel más bajo (Alternativas);, donde se tienen en cuenta los pesos obtenidos para el

vector de prioridad correspondiente al nivel inmediatamente superior. Este cálculo se realiza multiplicando cada fila de la matriz de vectores de prioridad del nivel inferior por el peso obtenido por cada uno de estos respecto a los del nivel superior, luego se suma por fila y este es el peso final del elemento de esta matriz.

3. RESULTADOS

En esta sección se aplicará la técnica *AHP* Neutrosófico para determinar si la empresa que se estudia superó los problemas que se le indicaron en un control interno llevado a cabo anteriormente, específicamente en su Departamento Financiero. Para ello, primeramente, se diseñó un árbol *AHP* donde el objetivo es “Evaluar si hubo o no mejora en la empresa” con respecto a los siguientes criterios:

1. La organización tiene conocimiento sobre la misión y visión de la empresa.
2. Existe cultura organizacional de la documentación de los procesos del departamento financiero de la empresa.
3. La organización considera el Manual de Control Interno como una herramienta necesaria para el desarrollo de las actividades administrativas.
4. Los procesos para cada una de las actividades se han dado a conocer mediante Manuales, Capacitación u otros medios.
5. La organización conoce si se le da seguimiento, se miden y se controlan los diferentes procesos de la empresa.
6. Se realizan auditorías externas al sistema de control interno.
7. Se da seguimiento a las recomendaciones emitidas por la Contraloría General del Estado en su última auditoría.

Las alternativas que se evalúan son:

1. Período 1, que significa los resultados en el período anterior.
2. Período 2, que significa los resultados en el período actual.

El árbol *AHP* diseñado se puede apreciar en la Figura 2, donde se ubican los números correspondientes a los criterios, en lugar de los términos exactos por motivos de espacio.

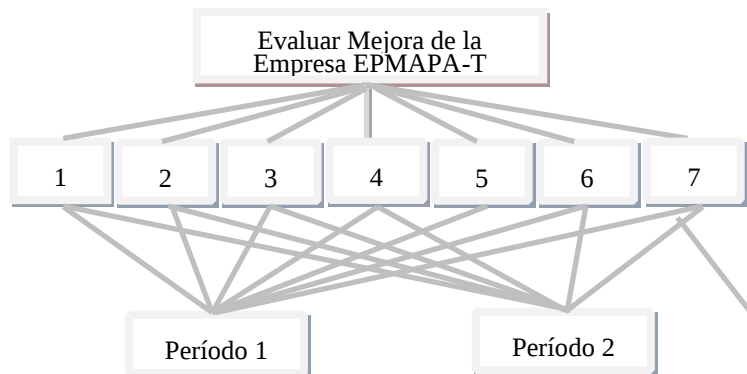


Figura 2. Árbol *AHP* diseñado sobre problema del Control Interno de la empresa EPMAPA-T. El algoritmo *AHP* neutrosófico se explica a continuación en forma de pseudocódigo:

Pseudocódigo para el cálculo de los pesos de los criterios o alternativas basado en *AHP* neutrosófico

Entrada: Criterios (C_j): $j = 1, 2, \dots, 7$ o alternativas (P_k): $k = 1, 2$ para evaluar

Se compara cada par $C_r C_s$ ($r, s = 1, 2, \dots, 7$): o $P_r P_s$ ($r, s = 1, 2$): de acuerdo a la escala neutrosófica triangular de la Tabla 1 dando lugar a una matriz como la que aparece en la Ecuación 5. Para todo par r, s

Si $r = s$

$$\tilde{M}(r, s) = \tilde{1}$$

$$M(r, s) = 1$$

Si $r \neq s$

$$\tilde{M}(r, s) = \tilde{a}, \text{ donde } \tilde{a} \in \{\tilde{1}, \tilde{2}, \dots, \tilde{9}, \tilde{2}^{-1}, \tilde{3}^{-1}, \dots, \tilde{9}^{-1}\}$$

$$M(r, s) = a, \text{ donde } a = A(\tilde{a}) \text{ y } A(\cdot) \text{ es el índice de precisión dado en la Ecuación 7.}$$

$$M(\tilde{a}) = a \quad \text{Si}$$

$$A(\tilde{a}) = M(s, r) = 1/a$$

Fin de condicional

Calcular el $PC = IC/IR$, donde IC se calcula por la Ecuación 8 e IR se calcula por la Tabla 2. Si se estudian los criterios se toma $n = 7$, si se estudian las alternativas se toma $n = 2$.

Si $PC > 10\%$ existen inconsistencias en las evaluaciones. Los expertos deben reconsiderar sus evaluaciones y se recommienza el algoritmo.

Si $PC \leq 10\%$

Se normaliza M por cada columna.

Se halla la media aritmética de M por cada fila, obteniéndose w_i , donde $i = 1, 2, \dots, 7$ si se trata de los criterios e $i = 1, 2$, si se trata de las alternativas.

Fin de condicional

Se devuelven los w_i , obteniéndose el vector de prioridad.

Finalizar

Pseudocódigo para aplicar el AHP neutrosófico en general

Entrada: Criterios (C_j): $j = 1, 2, \dots, 7$, alternativas (P_k): $k = 1, 2$ para evaluar

Se obtienen los pesos de los criterios (w_i con $i = 1, 2, \dots, 7$): según el algoritmo anterior. Se inicializa $j = 1$

Mientras $j \leq 7$

Calcular los Vectores de Prioridad de las alternativas comparadas respecto al criterio j -ésimo.

Se llamarán $\{\bar{w}_{j1}, \bar{w}_{j2}\}$

$j := j+1$

Finalizar Mientras

El peso de la alternativa 1 se calcula como: $p_1 = \sum_{j=1}^7 \bar{w}_j \bar{w}_{j1}$.

El peso de la alternativa 2 se calcula como: $p_2 = \sum_{j=1}^7 \bar{w}_j \bar{w}_{j2}$.

Si $p_1 > p_2$, se prefiere la alternativa Período 1 sobre Período 2.

Si $p_1 < p_2$, se prefiere la alternativa Período 2 sobre Período 1.

Si $p_1 = p_2$, ambas alternativas tienen igual preferencia.

Finalizar

En la Tabla 3 se muestra la evaluación de los expertos sobre los criterios para medir la situación del control interno. Se hace referencia al número asignado al criterio y no a la descripción con palabras de estos.

Criterio	1	2	3	4	5	6	7
1	$\bar{1}$	$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$
2	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{3}^{-1}$
3	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{5}^{-1}$
4	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{5}^{-1}$	$\bar{5}^{-1}$
5	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$
6	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$
7	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{3}^{-1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$

Tabla 3. Matriz de la evaluación de los criterios según los expertos, usando valores lingüísticos.

Luego los valores dados en forma de términos lingüísticos se convierten en valores numéricos, como se expresa en la Tabla 4, usando la función $a(\cdot)$: dada en la Ecuación 7. Además se añade el valor de IC y PC véase Ecuación 5 y $\alpha_{\max}$, calculado con la función *eig* del software Octave 4.2.1. Para el resto de los cálculos se utilizó este software, [6]. Finalmente se puede apreciar el cálculo del vector de prioridad.

Criterio	1	2	3	4	5	6	7	Vector de Prioridad
1	0,9375	5,1562	5,1562	5,1562	2,6437	2,6437	2,6437	0,334410
2	0,2120	0,9375	5,1562	2,6437	0,3182	0,9375	0,3182	0,096940
3	0,2120	0,2120	0,9375	2,6437	0,3182	0,2120	0,2120	0,050220
4	0,2120	0,3182	0,3182	0,9375	0,2120	0,2120	0,2120	0,035719
5	0,3182	2,6437	2,6437	5,1562	0,9375	2,6437	2,6437	0,208733
6	0,3182	0,9375	5,1562	5,1562	0,3182	0,9375	0,9375	0,127504

7	0,3182	2,6437	5,1562	5,1562	0,3182	0,9375	0,9375	0,146474
$\square_{\max} = 7,46869$; IC = 0,078115; PC = 5,7863% $\square$ 10%								

Tabla 4. Matriz de la evaluación de los criterios según los expertos, usando valores numéricos. Se añaden IC, PC, $\square_{\max}$ y el vector de prioridad.

Luego se resume la comparación entre ambas alternativas por cada uno de los criterios del 1 al 7, véase Tabla 5-11. Por cada celda se dan los valores en forma de términos lingüísticos dados en la escala de la Tabla 1 y su correspondiente valor numérico calculado por la Ecuación 7. Se debe resaltar que no es necesario calcular el PC, por el orden de la matriz que solo es de 2.

Criterio 1			
	Período 1	Período 2	Vector de Prioridad
Período 1	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,5
Período 2	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,5

Tabla 5. Comparación de las alternativas respecto al Criterio 1 y su vector de prioridad.

Criterio 2			
	Período 1	Período 2	Vector de Prioridad
Período 1	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{2}(1,8375)$:	0,64380
Período 2	$\bar{2}^{-1}(0,56146)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,35620

Tabla 6. Comparación de las alternativas respecto al Criterio 2 y su vector de prioridad.

Criterio 3			
	Período 1	Período 2	Vector de Prioridad
Período 1	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{3}(2,6437)$:	0,74240
Período 2	$\bar{3}^{-1}(0,3182)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,25760

Tabla 7. Comparación de las alternativas respecto al Criterio 3 y su vector de prioridad.

Criterio 4			
	Período 1	Período 2	Vector de Prioridad
Período 1	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{3}^{-1}(0,3182)$:	0,25760
Período 2	$\bar{3}(2,6437)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,74240

Tabla 8. Comparación de las alternativas respecto al Criterio 4 y su vector de prioridad.

Criterio 5			
	Período 1	Período 2	Vector de Prioridad
Período 1	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{3}^{-1}(0,3182)$:	0,25760
Período 2	$\bar{3}(2,6437)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,74240

Tabla 9. Comparación de las alternativas respecto al Criterio 5 y su vector de prioridad.

Criterio 6			
	Período 1	Período 2	Vector de Prioridad
Período 1	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{5}(5,1562)$:	0,83087
Período 2	$\bar{5}^{-1}(0,21198)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,16913

Tabla 10. Comparación de las alternativas respecto al Criterio 6 y su vector de prioridad.

Criterio 7			
	Período 1	Período 2	Vector de Prioridad
Período 1	$\bar{1}(0,9375)$:	$\bar{3}(2,6437)$:	0,74240
Período 2	$\bar{3}^{-1}(0,3182)$:	$\bar{1}(0,9375)$:	0,25760

Tabla 11. Comparación de las alternativas respecto al Criterio 7 y su vector de prioridad.

A continuación se refleja el resultado de la evaluación de las alternativas con respecto a los criterios, donde entre paréntesis se especifican los valores del vector de prioridad de los criterios.

Criterio Alternativa	1 (0,334) :	2 (0,097) :	3 (0,050) :	4 (0,036) :	5 (0,209) :	6 (0,128) :	7 (0,146) :	
Período 1	0,5	0,6438	0,7424	0,2576	0,2576	0,8309	0,7424	0,54455
Período 2	0,5	0,3562	0,2576	0,7424	0,7424	0,1691	0,2576	0,45545

Tabla 12. Matriz de la evaluación de las alternativas respecto a los 7 criterios. Se pueden apreciar entre paréntesis los pesos calculados para estos.

Por los resultados obtenidos en la Tabla 12 se puede concluir que se prefiere los resultados obtenidos en el Período 1 respecto a los del Período 2. Esto significa que hubo un empeoramiento de los resultados históricos en el desempeño de la empresa.

4. CONCLUSIONES

En el presente artículo se aplicó la técnica conocida por *AHP* Neutrosófico, para determinar si la empresa pública municipal de agua potable y alcantarillado EPMAPA-T de Tulcán, en Ecuador se encuentra en una mejor situación en cuanto a situación financiera respecto a una auditoría del control interno realizada en un período previo. El resultado fue que la empresa empeoró en sus resultados generales. El método aplicado permitió realizar un análisis suficientemente profundo de la situación de la empresa en el tiempo, lo que sirve de ejemplo para ser aplicado en casos similares.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: MARCH, 2020.

REFERENCIAS

- [1] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M. y SMARANDACHE, F. (2018): An Extension of Neutrosophic AHP–SWOT Analysis for Strategic Planning and Decision-Making, *Symmetry*, 10, 116-134.
- [2] ABLAN BORTONE, N. C., MÉNDEZ ROJAS, Z. E. (2010): Los Sistemas de Control Interno en los entes descentralizados estatales y municipales desde la perspectiva de COSO, *Visión Gerencial*, enero-junio, 5-17.
- [3] ALVIN RANDAL, A. (2012): **Auditoría un Enfoque Integral**, Pearson, México.
- [4] BLANCO LUNA, Y. (2012): **Normas y Procedimientos de la Auditoría Integral**, Ediciones Ecoe, Bogotá.
- [5] CAMPO, R. (2012): **Manual práctico de Auditoría Interna**, Edicon, Buenos Aires.
- [6] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017): **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [7] GONZÁLEZ COLCERA, L. (2012): **Compendio de Auditoría**, Edicon, Buenos Aires.
- [8] JANG, J.-S. R., SUN, C.-T. y MIZUTANI, E. (1997): **Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence**, Prentice Hall, Upper Saddle River.
- [9] MAZARIEGOS, SÁNCHEZ, A. (2013): El Control Interno en una Organización Productora de Café Certificado, *Revista Mexicana de Agronegocios*, 33, 460-470.
- [10] PAIVA ACUÑA, F. (2013): Control interno y su incidencia en la rentabilidad, *Revista Científica de FAREM-Esteli*, 7, 34-42.
- [11] PALLEROLA COMAMALA, J. (2013): **Auditoría Enfoque Teórico Práctico**, Ediciones de la U, Bogotá.
- [12] SAATY, T. L. (1990): How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process, *European Journal of Operational Research*, 48, 9-26.
- [13] SMARANDACHE, F. (2002): Neutrosophy, a new Branch of Philosophy. *Multiple-Valued Logic / An International Journal*, 8, 297-384.
- [14] VILLAR DE FRANCO ALVAREZ, M. C. y RIVERA, Z. (2006): La Auditoría como proceso de Control: Concepto y Tipología, *Ciencias de la Información*, 37, 53-59.

ESTUDIO DE LOS CRITERIOS DEL ESTRÉS LABORAL UTILIZANDO MAPAS COGNITIVOS

Wilson Cacpata Calle^{11*}, German Fabricio Acurio Hidalgo*, Wilson Paredes Navarrete

* Universidad Regional Autónoma de Los Andes (UNIANDES):

ABSTRACT

This research took place at the Ambulatory Care Center of the Ecuadorian Social Security Institute in the province of Guayas. The investigation was motivated by some irregularities observed in the behavior of the administrative and operative personnel, with respect to the service provided to the patients who arrived at the health care center that the Social Security of Ecuador provides to the entire population of the mentioned province and provinces adjacent as Manabí, Esmeraldas, Pichincha, Los Ríos and Cotopaxí. Specifically, attention is paid to the level of stress shown by such staff. For this, the main indicators that can reveal the existence of risk factors that promote work stress are established, such as: low self-esteem, low assertiveness, the inappropriate personality type of their workers, as well as a work environment that fosters stress. Similarly, causal relationships between them are evaluated, based on expert opinion. This is accomplished through the use of Neutrosophic Decision Maps, which generalize the Fuzzy Decision Maps, where the relationships among the criteria are represented by causal relationships that include neutrosophic numbers. An advantage of the method, which as far as the authors know is the first time it is applied in Cognitive Neutrosophic Maps, is the possibility of modeling the indeterminacy, produced by the lack of information, its incompleteness, the contradictory or inconsistent information through the dynamic analysis of these relationships. The obtained weights allowed for a total assessment of the situation, where it was detected that the work environment is the cause that most affects stress and the factors related to the personality of the workers do not significantly affect this problem. On the other hand, it was possible to carry out this study, because there were some undetermined causal relationships among the four variables, so it could not have been modelled with the Fuzzy Cognitive Maps.

KEYWORDS: labor stress, Fuzzy Decision Map, fuzzy number, Neutrosophic Decision Map.

MSC: 62C99, 97M70.

RESUMEN

La presente investigación tuvo lugar en el Centro de Atención Ambulatorio del Instituto Ecuatoriano del Seguro Social de la provincia de Guayas. La investigación estuvo motivada por algunas irregularidades observadas en el comportamiento del personal administrativo y operativo, con respecto al servicio brindado a los pacientes que llegaban al centro de atención médica que el Seguro Social de Ecuador brinda a toda la población de la provincia mencionada y provincias adyacentes como Manabí, Esmeraldas, Pichincha, Los Ríos y Cotopaxí. Específicamente se presta atención al nivel de estrés mostrado por tal personal. Para ello se establecen los principales indicadores que pueden revelar la existencia de factores de riesgo que propicien el estrés laboral, como son: la baja autoestima, la poca asertividad, el tipo de personalidad no adecuado de sus trabajadores, así como un ambiente laboral que propicie el estrés. De igual manera, se evalúan las relaciones causales entre ellos, basados en la opinión de expertos. Esto se lleva a cabo mediante el uso de Mapas Neutrosóficos de Decisión, que generalizan los Mapas Difusos de Decisión, donde la relación entre los criterios se representa mediante relaciones causales que incluyen números neutrosóficos. Una ventaja del método, que hasta donde conocen los autores es la primera vez que se aplica en Mapas Cognitivos Neutrosóficos, está en la posibilidad de modelar la indeterminación, producida por la falta de información, su incompletitud, la información contradictoria o inconsistente mediante el análisis dinámico de estas relaciones. Los pesos obtenidos permitieron realizar una evaluación total de la situación, donde se detectó que el ambiente laboral es la causa que más incide en el estrés y los factores relacionados con la personalidad de los trabajadores no inciden de manera significativa en este problema. Por otra parte, fue posible llevar a cabo este estudio, debido a que existían entre las cuatro variables algunas relaciones causales indeterminadas, por tanto no se hubiera podido realizar con los Mapas Cognitivos Difusos.

PALABRAS CLAVES: estrés laboral, Mapa de Decisión Difuso, Número Difuso, Mapa de Decisión Neutrosófico.

INTRODUCCIÓN

El estrés es un problema grave y tiene que ser solucionado porque causa serios problemas a los que lo padecen. Hay situaciones de la vida cotidiana que provocan estrés, pero no llegan a constituirse en una enfermedad. Otros se estresan cuando perciben que un estímulo ambiental amenaza su propio bienestar y los incapacita para hacerle

¹¹ us.wilsoncacpata@uniandes.edu.ec

frente de una manera adecuada, siendo estos los factores de riesgos laborales al que están expuestos cada uno de los trabajadores.

Por otro lado, las personas se estresan por la presencia de estresores que son los estímulos que sobrecargan al individuo y le producen una respuesta biológica y psicológica de estrés. Cuando un estímulo es considerado amenazante para la salud y el bienestar general de la persona, y cuando además, hace que el individuo sienta que su capacidad de sobrellevarlo es reducida, entonces se está ante la presencia de un estresor.

El asunto más importante es cómo adaptarse a los distintos estresores con los cuales hay que lidiar, para que una persona tenga una buena respuesta al estrés median la personalidad, la actitud, el modo de pensar, la forma en cómo se relaciona con las demás personas, su manera de distraerse, el estilo de vida, el trabajo que realiza y demás factores que pueden aparecer en el ser humano.

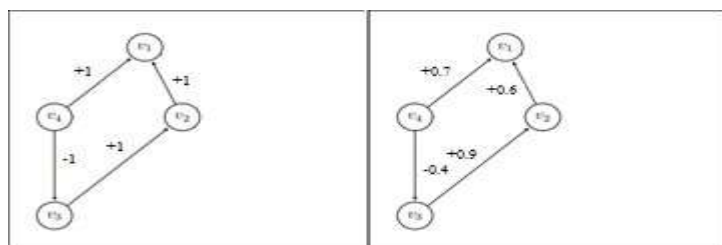
Situaciones positivas como el éxito, la alegría, el amor, el trabajo creativo, pueden resultar en estrés. Si la búsqueda de éxito se convierte, en una cuestión competitiva, razón por la cual propiciar un ambiente laboral adecuado por medio del cambio de actitud positiva generaría factores mantenedores de manejo adecuado de estrés.

La provincia de Guayas, cuenta con un Centro de Atención Ambulatorio, el cual presta sus servicios hospitalarios a todos los afiliados al Instituto Ecuatoriano del Seguro Social, que a diario visitan pidiendo ayuda y alivio a sus dolencias físicas y emocionales. Estas dolencias pueden influir negativamente en todos los que prestan los distintos servicios profesionales, lo cual genera niveles altos de estrés, afectando con ello el rendimiento diario.

A consecuencia de los niveles altos de estrés laboral, se genera un riesgo psicosocial que en tema de seguridad industrial forma parte de la lista de riesgos laborales de la Organización Internacinal del Trabajo, a los que el trabajador está expuesto, no solamente en el trabajo, sino que se transmite al hogar donde se vive y a los seres con quienes se convive, volviéndose una bola de nieve problemática. Véase [14][16][17][23] para más detalles. El estudio del estrés laboral ha generado el interés de múltiples especialistas, desde psicólogos del trabajo hasta especialistas en técnicas de dirección, véase [12][13][15][24], Es por ello que existen diferentes escalas de medición del estrés que se definen a partir del comportamiento o de encuestas a los afectados. Por ejemplo Holmes y Rahe proponen una lista de cambios en la vida de la persona, a los que esta debe asociar una calificación y se obtiene un valor final que mide el nivel de estrés del encuestado, véase [8]. Otra es la Escala de Ansiedad, Depresión y Estrés (DASS por sus siglas en inglés);, véase [2] donde se adapta al contexto de la lengua portuguesa para medir el estrés en pacientes de salud en Portugal.

Quizá la más popular de las escalas es la *Perceived Stress Scale* que es el resultado de encuestar a la persona que se estudia y cuyas respuestas se evalúan en una escala de 0 a 4, véase [6][9]. No obstante, la escala que resulta más interesante por especializarse en el ambiente laboral es la *Job Stress Scale*, véase [20][27]. En este artículo se considera la escala citada en [3], llamada escala de Huber, donde se utiliza la clasificación del estrés en Agudo, Moderado y Severo, de acuerdo a algunos síntomas presentados por el individuo estudiado. Los trabajadores del Centro Ambulatorio cuentan con distintos tipos de personalidades que dependen de las raíces y cosmovisiones de cada cual. Esto provoca que se tengan distintos niveles de estrés y con ello vendrá una serie de situaciones que se ven reflejados en la calidad del servicio que todo servidor público de salud debe dar a la comunidad. Este alto nivel de estrés laboral ha generado en algunos funcionarios enfermedades ocupacionales como ansiedad, depresión, parálisis facial, aneurisma cerebral y trastornos del humor, lo que se ha detectado en 15 de los 100 trabajadores del centro.

El objetivo de este artículo es estudiar los niveles de estrés del personal del Centro de Atención Ambulatorio en Guayas, Ecuador. Para ello se aplica el método de Mapas de Decisión Neutrosófico, que generaliza los Mapas de Decisión Difusos presentado por R. Axelrod en 1976, véase [4].



Los Mapas Cognitivos Difusos son una generalización de los Mapas Cognitivos, ambos son grafos dirigidos, cuyos vértices representan conceptos y sus aristas representan las relaciones causales entre estos conceptos, estos fueron presentados por B. Kosko en 1986, véase [10]. La diferencia

Figura 1. Ejemplos de un Mapa Cognitivo a la izquierda y un Mapa Cognitivo Difuso a la derecha entre ambos está en los valores asignados a las aristas que significan el grado de relación entre los vértices. En los Mapas

Cognitivos estos valores son $-1, 1$, que significan una correlación inversa o directa, respectivamente, entre los conceptos. Mientras que los Mapas Cognitivos Difusos toman valores en el intervalo $[-1, 1]$, donde se incluye una gradación entre las relaciones de los conceptos. Véase la Figura 2 para comparar ambos mapas cognitivos, la diferencia está en los pesos asignados a cada arista.

Más adelante en años recientes surgieron los Mapas Cognitivos Neutrosóficos, véase [11][18], en los cuales se puede incluir la indeterminación en la conexión entre los vértices mediante el uso de números neutrosóficos. Este último modelo se diseñó en el marco de la Neutrosofía, que es la rama de la filosofía que estudia los entes, fenómenos, teorías, métodos, entre otros, relacionados con la neutralidad, [21][22]. El principal aporte de esta teoría está en que incluye por primera vez la indeterminación como un ente independiente aparte.

Los Mapas de Decisión Difusos se basan en la idea de representación propia de los Mapas Cognitivos, con el objetivo de ayudar a la toma de decisiones, véase [28]. Estos permiten modelar de manera sencilla la dependencia y la retroalimentación entre los conceptos. En este artículo se aplica un método que se llama Mapa de Decisión Neutrosófico, donde se generalizan los Mapas de Decisión Difusos al incluirse la posibilidad de modelar la indeterminación, algo que no es posible con los métodos anteriores. Es necesario resaltar que los Mapas de Decisión Neutrosóficos que se definen constituyen un aporte fundamental de este artículo, sin precedentes hasta donde los autores conocen. Debido a que el problema que se estudia presentaba algunas relaciones causales desconocidas, no fue posible aplicar el método basado en el Mapas Cognitivos Difusos.

Este artículo consta de la siguiente estructura: se continúa con una sección de Materiales y Métodos que contiene las principales definiciones de la Neutrosofía y el método de los Mapas Cognitivos Neutrosóficos que aplicaremos en la solución del problema que abordamos. La sección de Resultados expone los valores cuantitativos de aplicar la técnica de Mapas Cognitivos Neutrosóficos en la solución del problema del estrés laboral en el Centro de Atención Ambulatorio del Instituto Ecuatoriano del Seguro Social. La última sección se dedica a dar las conclusiones.

MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección se dedica a abordar las teorías, métodos y conceptos que se usarán para resolver el problema que se plantea. Los Conjuntos Neutrosóficos y los Conjuntos Neutrosóficos de Valor Único son dos definiciones básicas de la teoría neutrosófica que se definen formalmente en la sección. Adicionalmente se exponen las definiciones de grafo neutrosófico que generaliza los grafos clásicos. Los números neutrosóficos contienen valores indeterminados, en esta sección exponemos su definición y las operaciones algebraicas entre ellos. Otras definiciones de interés que aparecerán son las de Matriz Neutrosófica, la des-neutrosificación que se utiliza para convertir números neutrosóficos en un valor numérico real.

En especial, la sub-sección 2.1. se dedica a explicar los Mapas de Decisión Neutrosóficos que es la técnica que se aplicará para estudiar la situación laboral de estrés del centro de salud objeto de estudio.

Definición 1.([11]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico*(CN): está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]-0, 1+[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^+$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]-0, 1+[$.

Los *Conjuntos Neutrosóficos de Valor Único*, que se definen a continuación, surgieron con el fin de poder aplicar los CN a problemas reales.

Definición 2.([11]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU): A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{x, u_A(x), r_A(x), v_A(x) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU): será expresado como $A = (a, b, c)$; donde $a, b, c \in [0, 1]$ y que satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$.

Abdel-Basset y otros en [1] definen dos índices para convertir un NNTVU en un valor numérico real. Estos índices son los de Puntuación en la Ecuación 2 y de Precisión en la Ecuación 3:

$$S(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} - \gamma_{\tilde{a}}) \quad (2)$$

1

$$A(a) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_a - \beta_a + \gamma_a) \quad (3)$$

~ 1

La Lógica Neutrosófica (LN): es una generalización de la lógica difusa, en esta teoría una proposición P se caracteriza por tres componentes:

$$LN(P) = (T, I, F); \quad (4)$$

Donde T es el grado de veracidad, F el grado de falsedad e I el grado de indeterminación. Estas tres componentes no son necesariamente dependientes entre sí. Por primera vez se incluye la indeterminación como parte de la lógica.

Un concepto importante es el de *número neutrosófico*. Los *números neutrosóficos* constan de la estructura algebraica $a + bI$, donde I = indeterminación. La definición formal aparece a continuación.

Definición 3. ([25][26]): Sea R un anillo. El *anillo neutrosófico* $\langle R \cup I \rangle$ es también un anillo, generado por R e I bajo la operación de R, donde I es un elemento neutrosófico que satisface la propiedad $I^2 = I$. Dado un entero n, se tiene que $n + I$ y nI son elementos neutrosóficos $\langle R \cup I \rangle$ y además $0 \cdot I = 0$. Adicionalmente, I^{-1} , el inverso de I no está definido.

Por ejemplo, $\langle \mathbb{Q} \cup I \rangle$ es el anillo neutrosófico generado por $\mathbb{Q}$.

Una operación definida en $\langle R \cup I \rangle$ es $I + I + \dots + I = nI$.

Definición 4. Un *número neutrosófico* N, se define como un número de la forma siguiente:

$$N = d + I \quad (5)$$

Donde d se llama *parte determinada* e I se dice que es la *parte indeterminada*.

Ejemplo 1. Sea $N = 1,1 + I$, donde 1,1 es la parte determinada e I es la parte indeterminada. Si $I = [0,1; 0,2]$ entonces, $N = [1,2; 1,3]$.

Dados $N_1 = a_1 + b_1I$ y $N_2 = a_2 + b_2I$ dos números neutrosóficos, entonces algunas operaciones entre estos se definen como sigue:

$$\begin{aligned} N_1 + N_2 &= a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)I & 1. & \text{(adición);} \\ N_1 - N_2 &= a_1 - a_2 + (b_1 - b_2)I & 2. & \text{(resta);} \\ N_1 \times N_2 &= a_1a_2 + (a_1b_2 + b_1a_2 + b_1b_2)I & 3. & \text{(Producto);} \\ \frac{N_1}{N_2} &= \frac{a_1 + b_1I}{a_2 + b_2I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2(a_2 + b_2)}I & 4. & \text{(División);} \end{aligned}$$

La matriz con elementos en $\langle R \cup I \rangle$ se llama *matriz neutrosófica*.

Todas las operaciones definidas con anterioridad se pueden generalizar, por ejemplo en el producto matricial, como se muestra en el ejemplo siguiente.

Ejemplo 2. Dadas $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ dos matrices neutrosóficas

$$AB = \begin{pmatrix} -4I & 2I & -3I & I \\ -8 + 2I & 4 + 5I & -5I & 6I \end{pmatrix}.$$

- Un *grafo neutrosófico* es un grafo con al menos una arista neutrosófica que une dos vértices, es decir existe al menos una arista con indeterminación sobre la conexión de dos vértices.
- Un *mapa cognitivo neutrosófico* (MCN): es un grafo neutrosófico que se utiliza para representar razonamientos causales.

La Figura 2 contiene un ejemplo de mapa cognitivo neutrosófico. Las aristas neutrosóficas se representan con líneas discontinuas.

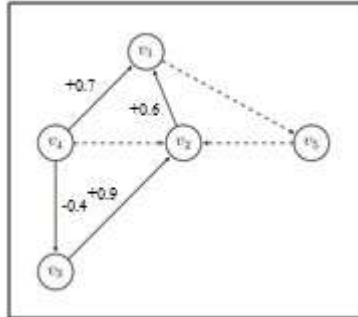


Figura 2. Un ejemplo de Mapa Cognitivo Neutrosófico (véase [11]):

Para construir un MCN se siguen los puntos de vista de k expertos. La matriz de adyacencia colectiva de los expertos se calcula como sigue:

$$E = \mu(E_1, E_2, \dots, E_k) \quad (6)$$

Donde μ es un operador de agregación, usualmente la media aritmética.

Otros conceptos necesarios se relacionan con la técnica de los Procesos Analíticos Jerárquicos definido por T.L. Saaty. Algunos elementos de esta técnica generalizada al marco neutrosófico aparecen a continuación, véase [1] para más detalles:

Escala de Saaty	Definición	Escala Neutrosófica Triangular
1	Igualmente influyente	$\tilde{1} = \langle (1, 1, 1); 0,50; 0,50; 0,50 \rangle$
3	Ligeramente influyente	$\tilde{3} = \langle (2, 3, 4); 0,30; 0,75; 0,70 \rangle$
5	Fuertemente influyente	$\tilde{5} = \langle (4, 5, 6); 0,80; 0,15; 0,20 \rangle$
7	Muy fuertemente influyente	$\tilde{7} = \langle (6, 7, 8); 0,90; 0,10; 0,10 \rangle$
9	Absolutamente influyente	$\tilde{9} = \langle (9, 9, 9); 1,00; 0,00; 0,00 \rangle$
2, 4, 6, 8	Valores esporádicos entre dos escalas cercanas entre las anteriores	$\tilde{2} = \langle (1, 2, 3); 0,40; 0,65; 0,60 \rangle$ $\tilde{4} = \langle (3, 4, 5); 0,60; 0,35; 0,40 \rangle$ $\tilde{6} = \langle (5, 6, 7); 0,70; 0,25; 0,30 \rangle$ $\tilde{8} = \langle (7, 8, 9); 0,85; 0,10; 0,15 \rangle$

Tabla1. Escala de Saaty traducida a una Escala Neutrosófica Triangular.

Una *matriz neutrosófica de comparación de pares* se define en la Ecuación 7.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{1} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{1} & \dots & \tilde{a}_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \dots & \tilde{1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Tal que $\tilde{A}$ satisface la condición $\tilde{a}_{ji} = \tilde{a}_{ij}^{-1}$, según el operador de inversión que se define como $\tilde{a}^{-1} = \langle (a_3^{-1}, a_2^{-1}, a_1^{-1}); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, donde $a_1, a_2, a_3 \neq 0$ para $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$.

Un proceso de *des-neutrosificación* fue propuesto por Salmeron y Smarandache, véase [19], y puede aplicarse para dar un orden final. Este proceso provee de un rango de números para la centralidad utilizando como base los valores máximo y mínimo de $I = [a_1, a_2] [0, 1]$, utilizando la siguiente Ecuación, véase [11]:

$$\lambda([a_1, a_2]) = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad (8)$$

Método de Mapa de Decisión Neutrosófico

En el presente artículo se propone y aplica un método de ordenamiento de criterios, al cual se llamará *Mapa de Decisión Neutrosófico* (MDN);, que se inspira en el método llamado Mapa de Decisión Difuso ([28]); Los autores de este artículo diseñaron por primera vez la aplicación de esta técnica en Mapas Cognitivos Neutrosóficos y no en Mapas Cognitivos Difusos, Para ello deben presentarse ecuaciones adicionales a las proporcionadas previamente.

El cálculo de la ecuación para obtener la matriz del estado de equilibrio se realiza con la ecuación siguiente:

$$C^{(t+1)} = f(C^{(t)}E), C^{(0)} = I_{n \times n} \quad (9)$$

Donde $I_{n \times n}$ es la matriz identidad, $E = [W_{ij}]$ es una matriz de orden n que reúne los valores de pesos entre los conceptos C_i y C_j , $C^{(t+1)}$ y $C^{(t)}$ son las matrices de estado en los momentos $t+1$ y t , respectivamente, $C^{(0)}$ es la matriz inicial. Mientras que $f(x)$ es la función umbral de transformación, que puede ser una las siguientes:

$$\begin{aligned} f(x) &= x \text{ (Función lineal pura):} \\ f(x) &= \begin{cases} 1, & \text{si } x \geq 1 \\ 0, & \text{si } x < 1 \end{cases} \text{ (Función lineal dura):} \\ f(x) &= \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} \text{ (Función hiperbólica-tangente):} \\ f(x) &= \frac{1}{1+e^{-x}} \text{ (Función logística):} \end{aligned}$$

El método del MDN consta de los siguientes pasos, si se parte de un conjunto de criterios que se evaluarán:

1. Comparar la importancia relativa entre los criterios lo que conduce a una matriz $\tilde{A}$ como la que aparece en la Ecuación 7, basada en la escala que se aprecia en la Tabla 1.
2. Obtener la matriz numérica A a partir de aplicarle a cada elemento de $\tilde{A}$ uno de los índices o de puntuación o de precisión de las ecuaciones 2 y 3 respectivamente.
3. Calcular el vector propio de A a partir del máximo valor propio real, llamado V .
4. Diseñar el Mapa Cognitivo Neutrosófico usando un grafo neutrosófico, que indica la relación entre los criterios, según los expertos. Este grafo puede contener aristas cuya existencia es indeterminada, además de bucles y aristas conectadas en ambos sentidos. Se construye la matriz de adyacencia E_1 a partir del grafo.

Se puede admitir además que los valores de la parte determinada de los números neutrosóficos se encuentre en $[-1, 1]$, donde w_{ij} con parte determinada igual a 0 indica que ambos criterios no están relacionados, si esta es negativa indica que existe correlación negativa y si es positiva la correlación es positiva. También se admite la modelación en el dominio $[0, 1]$.

5. A partir de E_1 se obtiene la matriz numérica E como resultado del proceso de desneutrosificación de todos sus elementos, según la función que aparece en la Ecuación 8.
6. Obtener la matriz del estado de equilibrio C^* a partir de E , según la Ecuación 9.

7. Se normalizan C^* y V , para obtener $\tilde{C}^* = \frac{1}{\lambda} C^*$ y $\tilde{V}_n = \frac{1}{\rho} V$, donde λ es la mayor suma de filas de C^* , mientras que ρ es el mayor elemento de V .

$$W = \begin{matrix} & n & + & n & n & V & C^* & V \end{matrix} \quad (10)$$

9. Finalmente se normaliza.

RESULTADOS

En esta sección se realizarán los cálculos para resolver el problema que se aborda, con el apoyo de los Mapas de Decisión Neutrosóficos.

Se contó con tres expertos que llevaron a cabo todas las evaluaciones. Cada aspecto evaluado se llevó a cabo mediante el consenso de los tres especialistas. Los criterios que se tomaron como base de la evaluación fueron los siguientes:

C₁: Autoestima de los trabajadores. Se evalúa en: “Baja”, “Justa”, “Aceptable”, “Alta” y “Vas a conseguir cualquier cosa”.

C₂: Asertividad de los trabajadores. Se evalúa en: “Nula o timidez”, “Poca o mínima”, “Regular o intermedia” y “Asertividad o seguridad”.

C₃: Tipo de personalidad de los trabajadores. Se evalúa en: “Anancástica”, “Ciclotímica”, “Histriónica”, “Paranoide”, “Disocial”, “Inestable”, “Esquizoide”, “Evitativo”, “Dependiente” y “Esquizotípico”.

C₄: Ambiente laboral del centro. Se evalúa en: “Adverso” y “Adecuado”.

En este último caso se clasifican los tipos de personalidad como se especifica a continuación ([5]):

1. Con predominancia afectiva (Histriónica o Ciclotímica);,
2. Con predominancia cognitiva (Paranoide o Anancástica);,
3. Con predominancia conductual (Impulsiva o Disocial);,
4. Con deficiencia en las relaciones interpersonales (Esquizoide, Dependiente, Evitativo, Esquizotípico);

La Tabla 2 muestra la matriz de las evaluaciones de importancia relativa entre los criterios según la opinión consensuada de los expertos, siguiendo la escala de medición dada en la Tabla 1. Entre paréntesis aparecen los valores numéricos como resultado de aplicarles a los valores neutrosóficos la función de precisión, véase Ecuación 3.

La última columna muestra los pesos locales calculados por el método de los vectores propios aplicado a los valores entre paréntesis, para ello se utilizó el software Octave 4.2.1, que se distribuye de manera libre y contiene paquetes de cálculo matemático. Específicamente se utilizó la función *eig* que calcula los vectores y valores propios. El resto de los cálculos también se realizaron con ayuda de este software, véase [7].

Criterio	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	Pesos Locales
C ₁	$\bar{1}$ (0,93750):	$\bar{2}$ (1,7625):	$\bar{5}^{-1}$ (0,21969):	$\bar{2}^{-1}$ (0,53854):	0,22259
C ₂	$\bar{2}^{-1}$ (0,53854):	$\bar{1}$ (0,93750):	$\bar{5}^{-1}$ (0,21969):	$\bar{2}^{-1}$ (0,53854):	0,16655
C ₃	$\bar{5}$ (5,3438):	$\bar{5}$ (5,3438):	$\bar{1}$ (0,93750):	$\bar{2}$ (1,7625):	0,88435
C ₄	$\bar{2}$ (1,7625):	$\bar{2}$ (1,7625):	$\bar{2}^{-1}$ (0,53854):	$\bar{1}$ (0,93750):	0,37502

Tabla 2. Matriz de relaciones relativas entre los criterios.

La Figura 2 exhibe el grafo neutrosófico donde se exponen las relaciones causales entre los criterios que se estudian y sus pesos. Véase que algunos vértices se relacionan entre sí mediante dos aristas, mientras que dos de ellos tienen una relación con cierto grado de indeterminación, lo que se representa en líneas discontinuas. Esto demuestra el grado de complejidad del modelo que se estudia.

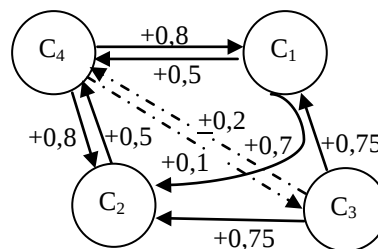


Figura 2. Grafo del mapa cognitivo que relaciona los criterios.

La Tabla 3 muestra la matriz de adyacencia del grafo de la Figura 2, esta es la matriz que se denota por E_1 en la sección anterior. En la misma tabla entre paréntesis aparecen los valores después de aplicársele la desneutrosificación, donde se tuvo en cuenta que $I = [0, 1]$ y se aplicó la Ecuación 8. Los valores numéricos después de la des-neutrosificación en la Tabla 3 forman la matriz E .

Criterio	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
C ₁	0	0,7	0	0,5

C ₂	0	0	0	0,5
C ₃	0,75	0,75	0	0,2+I (0,6):
C ₄	0,8	0,8	0,1+I (0,55):	0

Tabla 3. Matriz de adyacencia del mapa mostrado en la Figura 2.

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0,7 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0,75 & 0,75 & 0 & 0,6 \\ 0,8 & 0,8 & 0,55 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz se itera aplicando la Ecuación 9 y $f(x) = x$ como función umbral. Se obtiene C* como se muestra en la Tabla 4. Esta matriz se obtiene dividiendo E por 2,25 que es el valor máximo de la sumas por filas y por columnas, para lograr la convergencia.

Criterio	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
C ₁	0,179253	0,546131	0,100260	0,410155
C ₂	0,136718	0,179253	0,076470	0,312830
C ₃	0,602719	0,790231	0,150673	0,616391
C ₄	0,615232	0,806638	0,344113	0,407734

Tabla 4. Matriz de C*.

Después de aplicar los demás pasos indicados del método se obtienen los pesos globales de cada criterio que es el siguiente vector: $w = (0,15335; 0,10886; 0,46230; 0,27550)$:

A continuación, a los trabajadores del centro, que son 100 en total, se les aplicó test psicológicos para evaluarlos en cada uno de los aspectos. Se obtuvo que el 98% cuenta como mínimo una autoestima adecuada, el 80% es asertivo, un 66% cuenta con una personalidad adecuada para resistir el estrés (con personalidad de tipo Anancástica y Ciclotímica);, además que solo el 10% siente que el ambiente laboral es adecuado.

La media aritmética ponderada de los porcentajes anteriores divididos por 100, con el peso w da como resultado el valor 0,57004. Esto implica que las condiciones positivas para resistir el estrés laboral está ligeramente por encima de la media, donde la mayor afectación se da por el ambiente laboral, que es el factor con segundo mayor peso.

CONCLUSIONES

En la presente investigación se realizó un estudio de la situación de estrés en el Centro de Atención Ambulatorio del Instituto Ecuatoriano del Seguro Social de la provincia de Guayas, Ecuador. Para ello se contó con la evaluación de tres expertos, que evaluaron cuatro criterios que influyen en el estrés, estos son: la autoestima de los trabajadores, su asertividad, su tipo de personalidad y el ambiente laboral del centro,. Se utilizó el método de Mapas de Decisión Neutrosóficos, que permitió incluir la indeterminación y la interdependencia de los criterios. Con ayuda de este método se obtuvieron los pesos relativos de cada criterio para evaluar la situación general con un índice que consiste en una media ponderada con los pesos antes calculados y la evaluación conjunta de los trabajadores por cada criterio. Los pesos obtenidos fueron 0,15335; 0,10886; 0,46230 y 0,27550, para la autoestima, el asertividad, el tipo de personalidad y el ambiente laboral, respectivamente. Se concluyó que existen condiciones favorables a la resistencia al estrés, debido a los rasgos y tipos de personalidad de los trabajadores. Es recomendable mejorar el ambiente laboral, que es el que muestra la peor situación y de los criterios es el segundo más influyente. Un aporte de este artículo está en que los autores proponen por primera vez los Mapas de Decisión Neutrosóficos, que a diferencia de los Mapas de Decisión Difusos, permite la modelación de relaciones causales indeterminadas.

En el futuro los autores de este artículo recomiendan aplicar este estudio en el mismo centro, una vez que la dirección haya tomado las medidas necesarias para mejorar las condiciones laborales para comprobar la efectividad de estas medidas. Además, se continuará utilizando esta técnica en la solución de otros problemas, lo que contribuirá a recalcar su validez.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019.

REVISED: JANUARY, 2020.

REFERENCIAS

- [1] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M. y SMARANDACHE, F. (2018): An Extension of Neutrosophic AHP–SWOT Analysis for Strategic Planning and Decision-Making, **Symmetry**, 10, 116-134.
- [2] APÓSTOLO, J. L. A., MENDES, A. C. y AZEREDO, Z. A. (2006): Adaptación para la lengua portuguesa de la depression, anxiety and stress scale (DASS): **Revista Latino-Americana de Enfermagem**, 14, 863-871.
- [3] ARÉVALO QUIO, S. L., ARÉVALO RUIZ, R. M. y PACA YA AHUANARI, J. B. (2014): Tesis de Grado: Estrés en el interno de enfermería de la Universidad Nacional de Ucayali y su desempeño en los hospitales de la región de Ucayali, Universidad Nacional de Ucayali, Pucallpa, Perú.
- [4] AXELROD, R. (1976): **Structure of Decision: the Cognitive Maps of Political Elites**. Princeton University Press, Princeton.
- [5] BRISEÑO CASTILLO, X. y TUSA JUMBO, F. (2017): Tipologías de personalidad existentes en pacientes con trastorno depresivo, estudio de caso: Hospital del Instituto de Seguridad Social (IESS): de Machala. **Conference Proceedings UTMACH**, 1, 974-985.
- [6] COHEN, S., KAMARCK, T. y MERMELSTEIN, R. (1983): A global measure of perceived stress. **Journal of Health and Social Behavior**, 24, 386-396.
- [7] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017): **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [8] HOLMES, T. H. y RAHE, R. H. (1967): The Social Readjustment Rating Scale. **Journal of psychosomatic research**, 11, 213-218.
- [9] KLEINI, E. M., BRÄHLER, E., DREIER, M., REINECKE, L., MÜLLER, K. W., SCHMUTZER, G., WÖFLING, K. y BEUTEL, M. E. (2016): The German version of the Perceived Stress Scale– psychometric characteristics in a representative German community sample. **BMC Psychiatry**, 16, 159168.
- [10] KOSKO, B. (1986): Fuzzy cognitive maps. **International Journal of Man-Machine Studies**, 24, 65-75.
- [11] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018): **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [12] MAFUD, J. L. C., AROCENA, F. L. y MORENO, M. P. (2017): La autoeficacia como mediador entre el estrés laboral y el bienestar. **Psicología y Salud**, 27, 71-78.
- [13] NAVINÉS, R., SANTOS, R. M., OLIVÉ, V. y VALDÉS, M. (2016): Estrés laboral: implicaciones para la salud física y mental. **Medicina Clínica**, 146, 359-366.
- [14] NEWSTRON, J. (2007): **Comportamiento humano en el trabajo**, Editorial McGraw Hill, Buenos Aires.
- [15] OSORIO, J. E. y NIÑO, L. C. (2017): Estrés laboral: estudio de revisión. **Diversitas**, 13, 81-90.
- [16] ROTHLIN, P. y WERDER, P. (2009): **Nuevo Síndrome Laboral Boreout**, Editorial Randow, Ciudad de México.
- [17] ROUSSEAU, S. (2012): **La resiliencia**, Ediciones Obelisco, Buenos Aires.
- [18] SALEH AL-SUBHI, S. H., PÉREZ PUPO, I., GARCÍA VACACELA, R., PIÑERO PÉREZ, P. Y. y LEYVA VÁZQUEZ, M. Y. (2018): A New Neutrosophic Cognitive Map with Neutrosophic Sets on Connections, Application in Project Management, **Neutrosophic Sets and Systems**, 22, 63-75.
- [19] SALMERON, J.L. y SMARANDACHE, F. (2008): Redesigning Decision Matrix Method with an indeterminacy-based inference process, **International Journal of Applied Mathematics and Statistics**, 13, 4-11.
- [20] SHUKLA, A. y SRIVASTAVA, R. (2016): Development of short questionnaire to measure an extended set of role expectation conflict, coworker support and work-life balance: The new job stress scale. **Cogent business & management**, 3, 1-19.
- [21] SMARANDACHE, F. (2002): **Neutrosophy, a new Branch of Philosophy**. Infinite Study.
- [22] SMARANDACHE, F. (2005): **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, Infinite Study.
- [23] SMITH, P. (2008): **Manejo de Estrés**, Editorial Portavoz, California.

- [24] TEJEDOR, E. M. y MANGAS, S. L. (2016): La autoeficacia y la autorregulación como variables moderadoras del estrés laboral en docentes de educación primaria. **Universitas Psychologica**, 15, 205218.
- [25] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2004): **Basic Neutrosophic Algebraic Structures and Their Application to Fuzzy and Neutrosophic Models**, Hexis, Church Rock. [26] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2018): Algebraic Structure of Neutrosophic Duplets in Neutrosophic Rings $\langle Z \cup I \rangle$, $\langle Q \cup I \rangle$ and $\langle R \cup I \rangle$, **Neutrosophic Sets and Systems**, 23, 85-95.
- [27] WU, X., LI, Y., YAO, Y., LUO, X., HE, X. y YIN, W. (2018): Development of construction workers job stress scale to study and the relationship between job stress and safety behavior: An empirical study in Beijing. **International Journal of Environmental Research and Public Health**, 15, 2409.
- [28] YU, R. y TZENG, G.-H. (2006): A soft computing method for multi-criteria decisión making with dependence and feedback. **Applied Mathematics and Computation**, 180, 63-75.

DETERMINACION DEL GRADO DE INFLUENCIA DE LOS FACTORES CLIMÁTICOS DE VULNERABILIDAD DEL SECTOR AGROPECUARIO CON TECNICAS NEUTROSÓFICAS

Mauricio Amat Abreu^{1*}, Delfín Bernabé Ortega Tenezaca*, Jorge Jairo Yaguar Mariño*

*Universidad Regional Autónoma de los Andes, Puyo, Pastaza, Ecuador.

ABSTRACT

The climatic change in the planet has directly impacted in agricultural results. Conversely, the changes that humanity has carried out to produce agricultural products has impacted in the climatic changes, e.g., the deforestation. That is why there exist complex causal relationships between the climate and the agriculture. A mathematical tool, which has proved its efficacy to study causal relationships among different variables, is the cognitive map, where such relationships are straightforwardly represented in form of directed graphs. This idea was generalized when fuzzy cognitive maps were introduced, it is there considered that those relationships can be partial. The neutrosophic cognitive maps generalize even more this technique, in such a way that possibility of indeterminacy among the variables, due to ignorance, contradiction, inconsistency or other causes, is considered. This paper aims to study causal relationships among the climatic vulnerability variables in the agricultural sector. For this end, we applied neutrosophic cognitive maps.

KEYWORDS: agriculture, climatic change, alimentary security, neutrosophic cognitive map, neutrosophic number.

MSC: 03B80, 91B02, 91B06, 97M40.

RESUMEN

El cambio climático del planeta incide directamente en los resultados agrícolas. También los cambios que la humanidad ha llevado a cabo para poder producir los productos agrícolas han incidido en el cambio climático, como es la deforestación. Es por ello que entre el clima y la agricultura existen relaciones causales complejas. Una herramienta matemática que ha demostrado ser eficaz para estudiar las relaciones causales entre variables son los mapas cognitivos, donde se expresa de manera sencilla las relaciones entre variables, en forma de grafos dirigidos. Esta idea fue generalizada con la creación de los mapas cognitivos difusos, donde se considera que las relaciones entre las variables pueden ser parciales. Los mapas cognitivos neutrosóficos generalizan aún más esta técnica, donde se incluye la posibilidad de indeterminación por ignorancia, contradicción, inconsistencia u otra causa, entre las variables. El objetivo de este artículo es estudiar las relaciones causales entre las variables de vulnerabilidad climáticas del sector agropecuario. Para ello se aplican los mapas cognitivos neutrosóficos.

PALABRAS CLAVES: agricultura, cambio climático, seguridad alimentaria, mapa cognitivo neutrosófico, número neutrosófico.

1. INTRODUCCIÓN

El clima es habitualmente definido por los valores estadísticos de las variables meteorológicas (temperatura, precipitaciones, humedad, vientos, etc.);, registrados durante un período de tiempo representativo, en una región. El término “cambio climático” se aplica en referencia a los cambios del sistema climático debidos al incremento de la concentración en la atmósfera de gases de efecto invernadero – GEI –como consecuencia de algunas actividades humanas como la quema de combustibles fósiles, algunos procesos industriales, la agricultura y el cambio en el uso del suelo (deforestación);, véase [1][5][7].

La potenciación del efecto invernadero deriva en el incremento de la temperatura media superficial del planeta, hecho conocido como “calentamiento global”. Dicho fenómeno se produce de manera diferencial a lo largo del planeta y deriva en la alteración de otras variables, como el viento y la precipitación originando lo que se conoce hoy como el fenómeno de “cambio climático”, el cual tiene impactos negativos y positivos en la esfera social, ambiental y económica.

Existen una gran cantidad de trabajos que estudian la influencia del clima en el sector agropecuario.

Algunos analizan el efecto del clima en la renta neta (o valor): de la tierra agrícola utilizando información de experiencias obtenidas en ciclos anteriores de cultivos. Los autores encuentran que mayores temperaturas en todas las estaciones del año, reducen los valores promedios de las tierras.

¹ Email: up.mauricioamat@uniandes.edu.ec

Ellos utilizan como variables independientes indicadores climáticos, características del suelo y condiciones socioeconómicas. Los resultados van de ganancias moderadas a grandes pérdidas.

Otros indicadores de vulnerabilidad del sector están asociados a variables sociales y productivas tales como empleo, degradación de suelo, equidad en la distribución de tierras, niveles de riesgo frente a eventos extremos, porcentajes de uso de agua y sistemas de riego y grado de cobertura de seguros agrícolas.

Al analizar estos factores se observa que Ecuador se encuentra en un nivel de vulnerabilidad similar al promedio latinoamericano en varios de estos factores, sin embargo, en algunas de estas variables existe mayor exposición al riesgo. Así, por ejemplo, en el país ya existe cobertura de seguros agrícolas; el porcentaje de uso de agua en la agricultura alcanza el 80% mientras que en el promedio regional es de 63% y el índice de riesgo de exposición a eventos extremos alcanza al 57%, ligeramente superior al del resto de la región.

La economía ecuatoriana continúa siendo altamente dependiente de su sector agropecuario, con la sensibilidad que este sector tiene ante cambios en el clima. Esta importante relación entre lo agropecuario y el clima del Ecuador crea la necesidad de presentar un panorama de la evolución de este sector y la manera de cómo el cambio climático podría generar situaciones adversas para su desarrollo.

La neutrosfía es la rama de la filosofía surgida en 1995 y fundada por Florentin Smarandache, cuyo objetivo es estudiar los entes, teorías, métodos, entre otros, que se relacionen con la neutralidad, véase [12][13]. Específicamente la lógica neutrosófica generaliza otras lógicas, como la lógica difusa, los conjuntos difusos intuicionistas o los conjuntos difusos en forma de intervalo, donde por primera vez se hace referencia a una función de pertenencia de indeterminación. Esta indeterminación puede deberse a contradicciones, inconsistencias, ignorancia, entre otras causas, de la información o el conocimiento.

Los conjuntos difusos fundados por Zadeh generalizan los conjuntos clásicos, [17]. Mientras un elemento o pertenece o no pertenece a un conjunto en su definición clásica, el elemento pertenece al conjunto difuso con cierto grado de pertenencia, esto se define con una función de pertenencia con imagen en el intervalo $[0, 1]$, donde en la medida que el valor se acerca más a 0 se interpreta como que el elemento menos pertenece al conjunto y en la medida que se acerca más a 1 se interpreta como que el elemento más pertenece al conjunto. Cuando los conjuntos difusos se sustituyen por proposiciones lógicas se denomina lógica difusa. En este caso se puede definir una función de no pertenencia como la negación de la función de pertenencia y no se considera la indeterminación o la neutralidad.

A partir de los conjuntos difusos se definen los conjuntos intuicionistas difusos ([2]);, donde además de una función de pertenencia se define explícitamente una función de no pertenencia, tal que ambas satisfacen la condición de que su suma es menor o igual a 1. Cuando la suma de ambas es menor estrictamente a 1, existe un margen entre la pertenencia y la no pertenencia, donde se definen con cierto grado los elementos que tienen una pertenencia neutra o indeterminada. No obstante, todas las funciones definidas son dependientes entre ellas.

Los conjuntos neutrosóficos definen explícitamente tres funciones, una de pertenencia al conjunto, una de no pertenencia al conjunto y una tercera de indeterminación, además que las tres son independientes entre sí, por tanto no satisfacen ninguna restricción. Estas pueden expresarse en forma de intervalos. Es por ello que los conjuntos neutrosóficos se convierten en conjuntos difusos, intuicionistas difusos o en forma de intervalo cuando las tres funciones cumplen las restricciones exigidas en cada caso. Adicionalmente, los conjuntos neutrosóficos tienen en cuenta la indeterminación, porque permiten incluir algunos estados lógicos que habían sido marginados, como las paradojas, las inconsistencias, las contradicciones, lo desconocido, entre otros. Esto da como resultado mayor veracidad en la semántica, donde existen tres valores de verdad en lugar de uno o dos, estos se representan de manera independiente.

Los mapas cognitivos neutrosóficos unen los números neutrosóficos con los mapas cognitivos, [8][9][10]. Un mapa cognitivo es la representación por un grafo dirigido de las relaciones causales entre diferentes variables, donde cada vértice representa la variable y cada arista representa la relación de causalidad y el sentido entre dos variables. Adicionalmente, existen los mapas cognitivos difusos, donde la relación de causalidad puede ser parcial. En el caso de los mapas cognitivos neutrosóficos, se añade la posibilidad de indeterminación entre las conexiones. Esto se representa por números neutrosóficos, donde se incorpora un término I de indeterminación, [14][15][16].

Los mapas cognitivos permiten expresar las relaciones causales entre variables, donde a cada arista se le asocia un peso en el conjunto $\{-1, 0, 1\}$, donde 0 significa que no hay relación causal entre las variables, -1 significa que la relación causal es inversa (si una variable aumenta la otra disminuye y viceversa);, y 1 significa que existe una relación causal directa (ambas variables aumentan o ambas disminuyen);, [3]. Estos tres valores no capturan la incertidumbre que existe en estas relaciones causales, es por ello que surgen los Mapas Cognitivos Difusos ([6]);, donde al conjunto anterior de pesos se le introduce una gradación que se define en el intervalo continuo $[-1, 1]$. Los Mapas Cognitivos Neutrosóficos introducen por primera vez la posibilidad de modelar la indeterminación que puede existir en la relación causal entre dos variables, mediante el símbolo I . En este caso, se puede representar explícitamente el desconocimiento sobre la

relación, lo que tiene como ventaja una mayor fidelidad del modelo a la realidad, que se parece más a cómo los seres humanos deciden, en comparación con los modelos anteriores.

El objetivo de este artículo es realizar un análisis de las relaciones causales entre los factores climáticos de vulnerabilidad que inciden en la producción agrícola del Ecuador. Para lograr este objetivo se utilizan los mapas cognitivos neutrosóficos como método que permite representar tales relaciones, incluyendo la indeterminación, que caracteriza a la Neutrosofía. Este estudio fue posible por la evaluación de un grupo de expertos sobre estos temas. Se llega a un orden del peso de la influencia de cada uno de los factores considerados.

Este estudio contribuye a determinar las variables más importantes que afectan en la actualidad a la agricultura ecuatoriana, además de las relaciones entre ellas, y el grado de influencia de cada una. La investigación tiene una importancia crucial para el país, puesto que la economía ecuatoriana es primordialmente agrícola, y la agricultura depende de múltiples factores, sobre todo climáticos, los que están siendo seriamente afectados en todo el planeta. Estos factores afectan económicamente y socialmente a toda la sociedad ecuatoriana. Los resultados de este estudio contribuirán a trazar políticas más eficaces y eficientes en el desarrollo agrícola del país y por tanto para el desarrollo de la sociedad en todas sus dimensiones

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección contiene las principales definiciones de la lógica neutrosófica, además de los números neutrosóficos, los mapas cognitivos neutrosóficos y sus índices. Todas estas son las teorías, métodos y herramientas que servirán para resolver el problema que se aborda en este artículo.

Definición 1. ([13]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN): está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x): X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, que satisfacen la condición $-0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3^{+}$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^{+}[$.

Los *Conjuntos Neutrosóficos de Valor Único*, que se definen a continuación, surgieron con el fin de poder aplicar los CN a problemas reales.

Definición 2. ([13]): Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU): A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow]0, 1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU): será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y que satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$. La Lógica Neutrosófica (LN):, propuesta en 1995 por Florentin Smarandache, es una generalización de la lógica difusa, [12]. Según esta teoría, una proposición P se caracteriza por tres componentes:

$$LN(P) = (T, I, F) \quad (2)$$

Donde la componente T es el grado de veracidad, F es el grado de falsedad e I es el grado de indeterminación. Este grado de indeterminación I se propone por primera vez como un componente independiente.

Los resultados de los análisis estáticos se dan en forma de *números neutrosóficos*, que son números con la estructura algebraica $a+bI$, donde I = indeterminación. A continuación se dan las definiciones formales de estos conceptos.

Definición 3. ([15]): Sea R un anillo. El *anillo neutrosófico* $\langle R \cup I \rangle$ es también un anillo, generado por R e I bajo la operación de R , donde I es un elemento neutrosófico que satisface la propiedad $I^2 = I$. Dado un entero n , entonces, $n+I$ y nI son elementos neutrosóficos de $\langle R \cup I \rangle$ y además $0 \cdot I = 0$. Adicionalmente, I^{-1} , el inverso de I no está definido.

Un ejemplo de anillo neutrosófico es $\langle \mathbb{Z} \cup I \rangle$ generado por $\mathbb{Z}$. Otras operaciones con I son las siguientes:

$$I+I = 2I \text{ y en general } I+I+\dots+I = nI.$$

Definición 4. Un *número neutrosófico* N , se define como un número de la forma siguiente ([16]):

$$N = d + I \quad (3) \text{ Donde } d \text{ es la parte determinada e } I \text{ es la parte indeterminada.}$$

Ejemplo 1. $N = 5+I$, tiene a 5 como la parte determinada e I como la parte indeterminada, tal que si $I = [5; 5,4]$ entonces, $N = [10; 10,4]$.

Sean $N_1 = a_1 + b_1I$ y $N_2 = a_2 + b_2I$ dos números neutrosóficos, entonces algunas operaciones entre ellos se definen como a continuación:

$$1. \quad N_1 + N_2 = a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)I \text{ (adición);}$$

$$N_1 - N_2 = a_1 - a_2 + (b_1 - b_2)I \text{ (resta);}$$

$$N_1 \times N_2 = a_1 a_2 + (a_1 b_2 + b_1 a_2 + b_1 b_2)I \text{ (Producto);}$$

$$4. \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{a_1 + b_1I}{a_2 + b_2I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2(a_2 + b_2)}I \text{ (División);}$$

Una *matriz neutrosófica* es una matriz cuyas componentes son elementos en $\langle R \cup I \rangle$.

A partir de esto se pueden generalizar al anillo $\langle R \cup I \rangle$ las operaciones entre vectores y matrices sobre R .

Un ejemplo es el siguiente:

Ejemplo 2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 5 & -2 & 31 & -1 \end{pmatrix}$,
 $AB = \begin{pmatrix} -6I + 2 & -1 + 4I & -2 - 3I & 1 \\ 4I & 3 + I & 6 & 12 + 2I \end{pmatrix}$

Un *grafo neutrosófico* es un grafo con al menos una arista neutrosófica que une dos vértices, o sea una arista donde existe indeterminación sobre la conexión entre dos de sus vértices.

Un *mapa cognitivo neutrosófico* (MCN): es un grafo neutrosófico que se utiliza para representar razonamientos causales. Este es una generalización de los mapas cognitivos y los mapas cognitivos difusos, puesto que incluye la posibilidad de indeterminación. Véase un ejemplo en la Figura 1, donde las conexiones de los vértices v_4 a v_2 , de v_5 a v_2 y de v_1 a v_5 se representan con líneas discontinuas, lo que significa que existe indeterminación en estas conexiones.

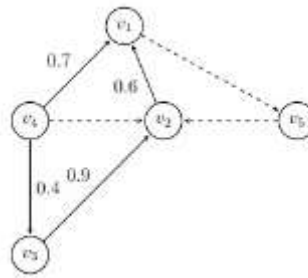


Figura 1. Ejemplo de Mapa Cognitivo Neutrosófico.

Para construir un MCN se siguen los puntos de vista de k expertos. La matriz de adyacencia colectiva de los expertos se calcula como sigue:

$$E = \mu(E_1, E_2, \dots, E_k) \quad (4)$$

Donde μ es un operador de agregación, usualmente la media aritmética.

Las *Medidas de Centralidad* se calculan como números neutrosóficos obtenidos de la matriz de adyacencia del MCN. Estas son:

Outdegree, denotada por $od(v_i)$; se calcula como la suma por columnas de los valores absolutos de una variable en la matriz de adyacencia neutrosófica. Mide el grado de fuerza acumulada de las conexiones existentes de la variable. Véase la siguiente Ecuación:

$$od(v_i) = \sum_{j=1}^N |c_{ij}| \quad (5)$$

Indegree, denotada por $id(v_i)$; se calcula como la suma por filas de los valores absolutos de una variable en la matriz de adyacencia neutrosófica. Mide el grado de fuerza acumulada de las variables que llegan a la variable dada. Véase la siguiente Ecuación:

$$id(v_i) = \sum_{j=1}^N |c_{ji}| \quad (6)$$

El *grado total*, denotado por $td(v_i)$; que se calcula por la suma de su *indegree* con su *outdegree*. Véase la Ecuación siguiente:

$$td(v_i) = od(v_i) + id(v_i); \quad (7)$$

Un proceso de *des-neutrosificación* fue propuesto por Salmeron y Smarandache ([11]): y puede aplicarse para dar un orden final. Este proceso provee de un rango de números para la centralidad utilizando como base los valores máximo y mínimo de $I = [a_1, a_2] \subseteq [0, 1]$, utilizando la siguiente Ecuación, véase [8]:

$$\lambda([a_1, a_2]) = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad (8)$$

Una vez calculado el valor numérico anterior se puede establecer un orden entre $A = [a_1, a_2]$ y $B = [b_1, b_2]$, como se muestra a continuación:

$$A \succ B \Leftrightarrow \lambda(A) > \lambda(B) \quad (9)$$

Es decir, se prefiere A sobre B si y solo si $\lambda(A) > \lambda(B)$.

3. RESULTADOS

Como se indicó en la introducción, se mide la vulnerabilidad del sector agropecuario con respecto a las siguientes variables:

1. Empleo,
2. Degradación de suelo,
3. Equidad en la distribución de tierras,
4. Niveles de riesgo frente a eventos extremos,
5. Porcentajes de uso de agua y sistemas de riego,
6. Grado de cobertura de seguros agrícolas.

Todas las variables anteriores se afectan directa o indirectamente por el cambio climático.

Adicionalmente se considerarán otros factores que inciden en la vulnerabilidad, estas son las siguientes

7. Aumento de las temperaturas,
8. Variación de la precipitación,
9. Aumento de gases de efecto invernadero.

Estas variables se denotarán por $v_1, v_2, \dots, v_9$, siguiendo el orden precedente. Se cuenta con un grupo de cuatro expertos que evalúan con números neutrosóficos las relaciones causales entre las nueve variables anteriores, se utilizó una media de las evaluaciones de los expertos. A partir de ellas se obtuvo la siguiente matriz de adyacencia:

Variable	v ₁	v ₂	v ₃	v ₄	v ₅	v ₆	v ₇	v ₈	v ₉
v ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0
v ₂	-0,75	0	-0,5	0,7	-0,5	-0,4	0	0	0
v ₃	0,6	0	0	0	I	0,2	0	0	0
v ₄	0	0	I	0	I	-0,4	0	0	0
v ₅	0,3	0	0	0	0	0,4	0	0	0
v ₆	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0
v ₇	-0,3	-0,7	I	0,4	0,9	-0,6	0	I	0
v ₈	-0,1	I	0	0,3	I	-0,6	I	0	0
v ₉	-0,1	0,7	0	0,7	0,8	0	0,8	0,8	0

Tabla 1. Matriz de adyacencia correspondiente al MCN con los índices de la vulnerabilidad del sector agropecuario.

Se utilizó el software libre Octave 4.2.1 para realizar los cálculos, véase [4]. Este consta de un grupo de paquetes de funciones programadas en lenguaje m de MATLAB, se obtuvo el siguiente resultado:

Variable	od(v _i):	id(v _i):	td(v _i):
v ₁	0,0	2,65	2,65
v ₂	2,85	1,4+I	4,25+I
v ₃	0,8+I	0,5+2I	1,3+3I
v ₄	0,4+2I	2,1	2,5+2I
v ₅	0,7	2,2+3I	2,9+3I
v ₆	0,5	2,6	3,1
v ₇	2,9+2I	0,8+I	3,7+3I

v₈	1,0+3I	0,8+I	1,8+4I
v₉	3,9	0,0	3,9

Tabla 2. Cálculo de los $od(v_i)$, $id(v_i)$ y $td(v_i)$ de las variables que se estudian.

Suponiendo que $I = [0, 1]$ se tiene la siguiente tabla para $\lambda(\cdot)$ definida en la Ecuación 8, aplicada a $td(v_i)$: junto con el orden que le corresponde a cada una de las variables, según la definición del orden dado en la Ecuación 9.

Variable	$\lambda(\cdot)$	Orden
v₁	2,65	9
v₂	4,75	2
v₃	2,8	8
v₄	3,5	6
v₅	4,4	3
v₆	3,1	7
v₇	5,2	1
v₈	3,8	5
v₉	3,9	4

Tabla 3. Cálculo de los $\lambda(\cdot)$ y el orden en importancia correspondiente a las variables que se estudian.

Estos resultados se obtuvieron a partir del siguiente programa en lenguaje m y calculado con Octave 4.2.1.

```
function MCN = MCN(pD,pI):
```

```
    %Es una función a la que se le introducen dos matrices: pD es la parte
    %determinada de la matriz de adyacencia. pI es la parte indeterminada de la
    %matriz de adyacencia.
```

```
    %Cada elemento pD(i,j): es un elemento en [-1, 1] que significa la relación
    %causal vi implica vj.
```

```
    %Cada elemento pI(i,j): = 0 si no hay parte indeterminada en la relación
    %causal vi implica vj. pI(i,j): = 1, si hay parte indeterminada.
```

```
    od = sum(abs(pD')):' + sum(pI):'*[0, 1]; %Cálculo del
    outdegree id = sum(abs(pD')):' + sum(pI):'*[0, 1]; %Cálculo del
    indegree s = size(pD); n = s(1); %Se toma el orden de la
    matriz de adyacencia.
```

```
    for i = 1:n %Cálculo del total degree
    td(i,:) = od(i,:)+id(i,:); %Total degree
    dtd(i) = mean(td(i,:)); % Des-neutrosificación del Total Degree
    end
```

```
    MCN = dtd;
```

Por tanto se tiene que el orden de importancia de las variables es el siguiente: $v_7 > v_2 > v_5 > v_9 > v_8 > v_4 > v_6 > v_3 > v_1$, por tanto se concluye que el factor más influyente y sensible que hay que tener más en cuenta es el “aumento de la temperatura”, mientras que el menos influyente es el empleo, puesto que este último depende de los demás.

4. CONCLUSIONES

En el presente artículo se hizo un estudio de la influencia de los factores ambientales de vulnerabilidad en el sector agrícola en las áreas rurales de Ecuador. Para ello un grupo de expertos emitió su criterio para aplicar un mapa cognitivo neutrosófico. Se obtuvo como resultado que las variables más influyentes son: el “aumento de la temperatura ambiente”, la “degradación del suelo” y el “Porcentajes de uso de agua y sistemas de riego”. Este descubrimiento ayudará a los productores agrícolas y al estado ecuatoriano a tomar las medidas pertinentes para atenuar la situación.

Desde el punto de vista práctico, la identificación de los factores que afectan a la agricultura permitirá trazar políticas más eficaces y eficientes, las cuales de ser exitosas tendrán un impacto económico y social considerable. Desde el punto de vista teórico, se propuso una metodología que es factible de aplicar en investigaciones similares en otros contextos, como en otras regiones o países que afronten problemas similares. Se recomienda repetir el estudio una vez que se hayan implementado las medidas, para comprobar la efectividad de estas.

REFERENCIAS

- [1] ALCALDE, J. (2007): **Las mentiras del cambio climático: un libro ecológicamente incorrecto**, LIBROS LIBRES, Madrid
- [2] ATANASSOV, K.T. (1999): Intuitionistic fuzzy sets. En: **Intuitionistic Fuzzy Sets**, 1–137. Physica, Heidelberg.
- [3] AXELROD, R. (2015): **Structure of decision: The cognitive maps of political elites**, Princeton University Press, Princeton.
- [4] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017): **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [5] KLINK, F. A. y ALCÁNTARA, V. (1994): **De la economía ambiental a la economía ecológica**, Icaria, Barcelona.
- [6] KOSKO, B. (1986): Fuzzy cognitive maps, **International journal of man-machine studies**, 24, 65-75.
- [7] LEMOS FRANCO, G. M. (2018): **El Impacto Económico de la Agricultura y el Efecto del Cambio Climático en el Cantón Babahoyo**, Tesis de Grado para la obtención del Título de Economista de la Facultad de Sistemas Mercantiles de la Universidad Regional Autónoma de los Andes, Ecuador.
- [8] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018): **Neutrosología: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [9] PÁRRAGA ALAVA, R., MUÑOZ MURILLO, J., BARRE ZAMBRANO, R., ZAMBRANO VÉLEZ, M. I. y LEYVA VÁZQUEZ, M. (2018): PEST Analysis Based on Neutrosophic Cognitive Maps: A Case Study for Food Industry, **Neutrosophic Sets and Systems**, 21, 84-92.
- [10] SALEH AL-SUBHI, S. H., PÉREZ PUPO, I., GARCÍA VACACELA, R., PIÑERO PÉREZ, P. Y. y LEYVA VÁZQUEZ, M. Y. (2018): A New Neutrosophic Cognitive Map with Neutrosophic Sets on Connections, Application in Project Management, **Neutrosophic Sets and Systems**, 22, 63-75.
- [11] SALMERON, J.L. y SMARANDACHE, F. (2008): Redesigning Decision Matrix Method with an indeterminacy-based inference process, **International Journal of Applied Mathematics and Statistics**, 13, 4-11.
- [12] SMARANDACHE, F. (2002): Neutrosophy, a new Branch of Philosophy. **Multiple-Valued Logic / An International Journal**, 8, 297-384.
- [13] SMARANDACHE, F. (2005): **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, 6^{ta} Edición., InfoLearnQuest, Ann Arbor,
- [14] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2004): **Basic Neutrosophic Algebraic Structures and Their Application to Fuzzy and Neutrosophic Models**, Hexis, Church Rock.
- [15] VASANTHA KANDASAMY, W. B. y SMARANDACHE, F. (2018): Algebraic Structure of Neutrosophic Duplets in Neutrosophic Rings $\langle Z \cup I \rangle$, $\langle Q \cup I \rangle$ and $\langle R \cup I \rangle$, **Neutrosophic Sets and Systems**, 23, 85-95.
- [16] YE, J. (2017): Bidirectional projection method for multiple attribute group decision making with neutrosophic numbers. **Neural Computing and Applications**, 28, 1021-1029. [17] ZADEH, L. A. (1965): Fuzzy sets, **Information and Control**, 8, 338-353.

SELECCIÓN DE PROYECTOS DE TECNOLOGÍA DE LA INFORMACIÓN EN ENTORNOS DE INDETERMINACIÓN

Diego Paul Palma Rivera^{1*}, Bolívar Enrique Villalta Jadan *, Edy Javier Meza Pérez *

* Universidad Regional Autónoma de los Andes, Santo Domingo, Santo Domingo de los Tsáchilas, Ecuador.

ABSTRACT

Usually, organizations confront the difficulty to make the best decision about the way to invest their resources in different project alternatives. The organization acquires competitive advantages when their software development projects are well evaluated and correctly selected. Selecting projects in the Information Technology field presents a challenge in many senses; some of them are, to assess intangible benefits is difficult, projects are interdependent and organizations impose self-constraints. In addition, the framework to make the decision is generally uncertain with many unknown factors. This paper aims to propose a model which integrates methods, techniques, and tools such as the Balanced Scorecard Model, Neutrosophic Analytic Hierarchy Process and Zero-one linear programming. The proposed model is designed to select the best portfolio of Information Technology projects. It overcomes the challenges previously pointed out and can be coherently incorporated in the strategic plan process of the organization. In addition, it eases the course of experts' decision making, because it is based on Neutrosophy and hence incorporates the indeterminacy term.

KEYWORDS: Technology Project, Balanced Scorecard Model, Neutrosophic Analytical Hierarchy Process, Zero-one linear programming.

MSC: 90B50, 90B70, 90C90, 91B06.

RESUMEN

En la actualidad, las organizaciones enfrentan la problemática de tomar decisiones sobre la forma de invertir sus recursos en diferentes proyectos. La organización adquiere ventajas competitivas cuando sus proyectos de desarrollo de software están bien evaluados y son seleccionados correctamente. La selección de proyectos en el campo de la Tecnología de la Información presenta un problema de toma de decisiones de gran magnitud. Sin embargo, los proyectos son interdependientes y las organizaciones imponen limitaciones para tomar las decisiones bajo un ambiente de incertidumbre donde intervienen factores desconocidos. El presente trabajo, describe una solución a la problemática planteada mediante un modelo que integra métodos, técnicas y herramientas como el Modelo de Cuadro de Mando Integral, el Proceso de la Jerarquía Analítica Neutrosófica y la programación lineal cero-uno. El modelo propuesto está diseñado para seleccionar la mejor alternativa del portafolio de proyectos de Tecnología de la Información. Se incorpora de manera coherente en el plan estratégico de la organización. Además, facilita el curso de la toma de decisiones de los expertos e incorpora el término de indeterminación basado en lógica Neutrosófica.

PALABRAS CLAVES: Proyecto de Tecnología de la Información, Modelo de Cuadro de Mando Integral, Proceso de Jerarquía Analítica Neutrosófica, Programación lineal cero-uno.

INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la Guía para la Administración de Proyectos por sus siglas en inglés, (*Project Management Body of Knowledge PMBOK*) ([7]), “la gestión de proyectos es la aplicación de conocimientos, habilidades, herramientas y técnicas a las actividades de proyectos para cumplir con los requisitos del proyecto”. La Guía para el PMBOK también hace referencia a la gestión de múltiples proyectos. Algunos autores reconocen que a veces existen procesos inexistentes o vagamente definidos en la organización, algunos de ellos condicionados por un entorno de proyectos múltiples, [5]. Posteriormente el Instituto de Administración de Proyecto publicó detallados estándares adicionales para los programas de gestión de la infraestructura tecnológicas [6][27][32]. Un Programa se define como un grupo relacionado de proyectos, que se gestionan de forma coordinada para obtener beneficios y evaluaciones. Los beneficios y evaluaciones no estarían disponibles en caso de que caducaron los programas individualmente.

¹ us.diegopalma@uniandes.edu.ec

Por otro lado, una cartera de proyectos es un grupo de proyectos realizados durante un período de tiempo determinado, y que comparten recursos comunes. Algunos tipos de relaciones que pueden existir entre los proyectos son la complementariedad, la incompatibilidad y las sinergias, que se derivan de la división de costos y beneficios obtenidos del desempeño de más de un proyecto simultáneamente ([8]). La Figura 1 muestra el esquema de trabajo definido.

Los fundamentos de la gestión de portafolio de proyectos se han ido desarrollando desde los años setenta. Sus raíces se encuentran en la teoría de Harry Markowitz, que recibió el Premio Nobel de Ciencias Económicas. Sin embargo, algunos autores señalan que existen diferencias significativas entre la teoría de la gestión de portafolio de proyectos y la teoría de Markowitz [12][15][17].

Algunas de las responsabilidades en la gestión de portafolios de proyectos propuestas por Kendall y Rollins, son las siguientes ([21]):

- Determinar una combinación adecuada de proyectos para que se pueda lograr el objetivo de la organización.
- Para lograr un equilibrio adecuado en el portafolio, donde la combinación de proyectos tenga un equilibrio adecuado entre riesgos y beneficios, investigación y desarrollo, etc.
- Evaluar la posible existencia de nuevas oportunidades para el portafolio actual, teniendo en cuenta la capacidad de ejecución de la organización.
- Proporcionar información y recomendaciones para los tomadores de decisiones en todos los niveles.

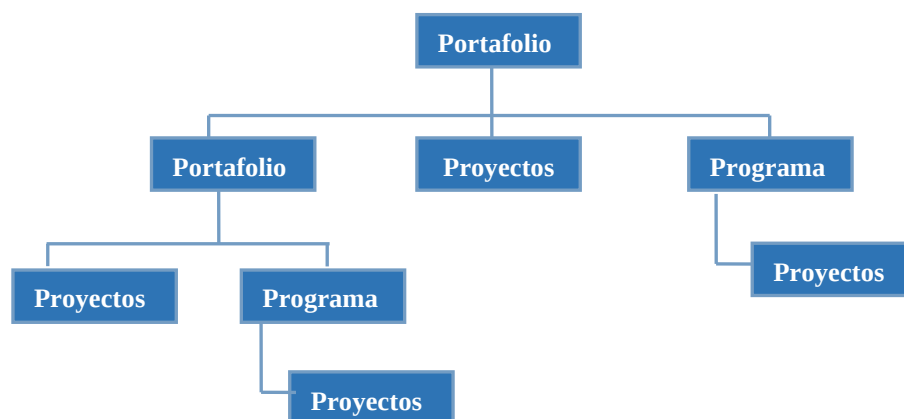


Figura 1: Esquema de una posible relación portafolio-programa-proyecto (Fuente: Elaboración propia)

La gestión del portafolio de proyectos es inherentemente estratégica, está más relacionada con la eficacia para realizar el proyecto adecuado que con la eficiencia para ejecutar el proyecto correctamente. Debe estar disponible para evaluar las decisiones sobre inversiones y mantenimiento, [23].

Según informes recientes, el plan en proyectos de inversión apenas ha cambiado en las empresas desde los años veinte del siglo pasado, [18]. Las necesidades futuras de la organización no se pronostican, en cambio, los decisores asignan el presupuesto que consideran suficiente para llevar a cabo cada proyecto individualmente. Otro inconveniente es que los responsables de la toma de decisiones no identifican posibles relaciones que podrían existir entre los proyectos, pudiendo surgir aumentos inesperados en los costos de los proyectos.

Kaplan y Norton introdujeron un marco de trabajo para medir la efectividad de una organización; Lo llamaron por sus siglas en Inglés (*Balanced Scorecard* BSC). El modelo es integral desde cuatro perspectivas, financiera, cliente, proceso de negocios y aprendizaje y crecimiento ([29]). Además, esta es una forma de mostrar las estrategias dentro de la organización. En particular, BSC es útil para seleccionar medidas que garanticen el equilibrio en las carteras de proyectos de Tecnologías de la Información, [12]. La relación existente entre la estrategia y la gestión de proyectos es un tema que ha evolucionado considerablemente a lo largo de los años. Un ejemplo es la gestión de carteras de proyectos, consiste en la estrecha relación entre la estrategia y la gestión de proyectos, seleccionando y priorizando aquellos proyectos que satisfacen objetivos estratégicos. Tanto la selección como la priorización se basan en criterios que podrían coincidir perfectamente con los indicadores propios del modelo de BSC diseñado para esta organización ([33]).

Es evidente la importancia económica de los proyectos de Tecnología de la Información. Con frecuencia, los proyectos de Tecnología de la Información representan una parte significativa del conjunto de proyectos dentro

de una organización, [6]. En la actualidad, el hardware se considera una mercancía, mientras que el software proporciona la mayor parte de un sistema computacional ([11]).

La gestión de la tecnología de la información (TI) es un tema que ha crecido rápidamente. Pells ([25]) presenta factores que repercuten en el crecimiento de la Gestión de Proyectos de TI, son los siguientes:

- La inversión masiva en TI en todo el mundo.
- La orientación natural de la Gestión del Proyecto hacia la industria de TI. □ El cambio rápido de las tecnologías.
- Fallas en proyectos informáticos.
- La llegada de la era de la Información.
- Las TI abarca todas las industrias, organizaciones y proyectos.

Cuando estos factores se toman en cuenta en conjunto, conducen a otras tendencias y desarrollos importantes en los campos de la gestión de proyectos, la gestión de la cartera de proyectos y la gestión de proyectos complejos.

En el presente trabajo se utiliza un modelo de cuadro de mando integral como herramienta para determinar la coherencia del proyecto con la estrategia de la organización, sobre todo teniendo en cuenta sus puntos de vista. Además, incluimos criterios para determinar la viabilidad del proyecto.

El modelo propuesto se basa en el Modelo de Cuadro de Mando Integral, el Proceso de Jerarquía Analítica Neutrosófica y la programación lineal cero-uno.

El Proceso de Jerarquía Analítica por sus siglas en inglés (*Analytic Hierarchy Process*, AHP) creado por Saaty ([3][14]). Es una técnica bien conocida de toma de decisiones multicriterio fundada en matemáticas y psicología cognitiva. Esta técnica se ha aplicado ampliamente para tomar decisiones en situaciones complejas. Buckley, diseñó un análisis jerárquico difuso, donde la proporción de decisión nítida del AHP clásico se sustituye por una proporción borrosa representada por una función de pertenencia trapezoidal. Este enfoque introduce la incertidumbre y la imprecisión desde el punto de vista difuso, véase [9][10][31].

Abdel-Basset ([1]) diseñó un modelo AHP-FODA neutrosófico, basado en conjuntos Neutrosóficos, donde "un conjunto neutrosófico es una parte de la neutrosofía que estudia el origen, la naturaleza y el alcance de las neutralidades, así como sus interacciones con diferentes espectros ideacionales" ([34]). La neutrosofía incluyó por primera vez la noción de indeterminación en la teoría de conjuntos difusos, que también es parte de situaciones del mundo real. El AHP neutrosófico permite que los expertos expresen sus criterios de manera más realista, indicando la veracidad, la falsedad y la indeterminación de la decisión.

El presente trabajo tiene como objetivo presentar un modelo matemático para la toma de decisiones sobre la selección de proyectos de Tecnología de la Información. En el primer paso, se aplica un Modelo de Cuadro de Mando Integral para establecer la selección de criterios. La segunda etapa consiste en aplicar una técnica de AHP Neutrosófica, en la que se descuentan los pesos absolutos de la importancia del proyecto. Durante este paso, se calcula con los números triangulares neutrosóficos y las operaciones entre ellos. Los pesos de cada importancia del proyecto representan entradas a la tercera etapa. El tercer paso consiste en un modelo de programación lineal binaria para seleccionar los mejores proyectos que satisfagan las necesidades de factibilidad.

Hasta el conocimiento de los autores, es la primera vez que se aplica un híbrido de AHP neutrosófico, con el Modelo de Cuadro de Mando Integral y programación lineal cero-uno para la selección de proyectos de tecnologías de la información. En este artículo se utilizó Octave versión 4.2.1, que es un software libre, similar a Matlab, con el objetivo de resolver el problema que aparece en el ejemplo, véase [16]. No obstante, es recomendable que se programe la metodología en un lenguaje de propósito general, con todas las garantías para que sea amigable a los directivos y decisores, que no son especialistas en matemática aplicada o computación. Este artículo se encuentra distribuido de la siguiente manera: la sección 2 contiene los principios teóricos utilizados como base de este documento. El modelo matemático propuesto se desarrolla en la sección 3. En la sección 4 se ilustra la aplicación del modelo con un ejemplo. La sección 5 expone las conclusiones.

PRELIMINARES

La presente sección expone las teorías utilizadas para diseñar el modelo. Inicia con parte de la teoría del portafolio de proyectos. Además, realiza un resumen de la técnica de Proceso Analítico Jerárquico y la teoría de conjuntos neutrosóficos. Finalmente, escribimos los conceptos principales de la programación lineal binaria.

Aproximación al portafolio de proyectos para tecnologías de la información

Una parte importante de los proyectos de TI está relacionada con el desarrollo de software. La diferencia de otros proyectos de desarrollo de software con respecto a la ingeniería es que este último impone desafíos adicionales a la gestión de proyectos, principalmente debido a las características particulares del software [20], que son:

- Este es un producto intangible.
- No existen procesos estándar de software.
- Los grandes proyectos de desarrollo de software son únicos.

Cuando se desarrollará un producto informático, un sistema de información se realiza una modificación, en ese caso se necesita la elaboración de un proyecto de innovador para planificar y ejecutar la introducción de este producto dentro de la organización. La elaboración de proyectos de innovación tecnológica para introducir los resultados científicos obtenidos de la creación científica, está relacionado con investigaciones aplicadas, desarrollos tecnológicos y la comercialización de nuevas tecnologías, productos, sistemas y procesos. Esta es la etapa final del ciclo Ciencia-Tecnología-Producción.

La literatura científica, recoge diversos trabajos relacionados con la selección de proyectos, especialmente para proyectos de Investigación y Desarrollo (I+D). Una diferencia importante entre los proyectos de TI y de I + D es que la interdependencia de los proyectos en el primero tiene una importancia elevada [24][32].

Además, dos proyectos de TI pueden compartir secciones de un mismo código o hardware.

El proceso de selección de proyectos en general, incluidos que los proyectos de TI es un proceso muy complejo en el que influyen varios factores. Un aspecto clave para el control de TI es la priorización de las inversiones. Los proyectos deben evaluarse como un punto de vista de inversiones, teniendo como objetivo analizar la capacidad del proyecto para maximizar el valor de la organización [15][19].

Uno de los criterios para aprobar el inicio de un proyecto sería determinar su posibilidad de éxito e impacto, debido a que, la mayoría de las organizaciones no pueden iniciar simultáneamente cada proyecto. La evaluación del proyecto consiste en recopilar información pertinente con el fin de facilitar el proceso de selección del proyecto y determinar el valor de cada proyecto ([21]). La evaluación de las fases finales permite construir una base de conocimientos que se comunicará durante el aprendizaje continuo de la organización ([22]).

Uno de los objetivos en la gestión de portafolios es maximizar el valor de la cartera, evaluando cuidadosamente los proyectos y programas que podrían incluirse en la cartera y también excluir oportunamente aquellos de los que no cumplen con los objetivos estratégicos del portafolio ([2]). La gestión del portafolio es básicamente un proceso de selección para localizar recursos a desarrollar y mantener aquellos proyectos que satisfacen mejor los objetivos estratégicos, [28].

La evaluación del proyecto enfrente algunas dificultades ya que la mayoría de los proyectos informáticos se evalúan simplemente según el criterio de costo-beneficio ([30]). La tarea de evaluar un proyecto no es fácil de realizar, la mayoría de las dificultades son esencialmente metodológicas. Algunos de ellos se relacionan a continuación:

- La falta de información disponible.
- No existe personal calificado para realizar la evaluación.
- Faltan los procesos de evaluación en las organizaciones.
- La evaluación se basa en criterios limitados.

Los métodos de selección de proyectos se utilizan para determinar los proyectos que la organización debe elegir. En general, estos métodos se clasifican en cuatro categorías principales según Bonham ([8]) que son las siguientes:

- A. Programación matemática: programación de enteros, programación lineal, programación no lineal, programación de objetivos y programación dinámica.
- B. Modelos económicos: IRR, NPV, período PB, ROI, análisis de costo-beneficio, teoría de precios de opciones, promedio de rendimiento e índice de rentabilidad.
- C. Análisis de decisión: teoría de utilidad multiatributo, árboles de decisión, análisis de riesgo, proceso de jerarquía analítica, modelo de factor 0-1 no ponderado, modelo de puntuación de factor no ponderado (1 - n) y modelo de puntuación del factor ponderado.
- D. Modelos comparativos interactivos: Delphi, Q-sort, ayudas de decisión de comportamiento y modelos jerárquicos descentralizados.

Una tendencia relativamente reciente en el área de TI es basada en el valor de la Ingeniería de software (VBSE) ([18]). Este enfoque considera las actividades de gestión como parte del ciclo de vida de la Ingeniería de

Software, incluye el desarrollo de Análisis de casos de negocios, Gestión continua de riesgos y oportunidades y Cambio como oportunidad, entre otros, que hasta ahora se han considerado accesorios. VBSE intenta guiar las propuestas y soluciones al maximizar el valor agregado.

Cualquier decisión que se tome sobre la construcción (o reingeniería) de un sistema de software, debe guiarse por su "valor" [25]. Esta es la forma en que un sistema contribuye con más "valor" a sus usuarios, cuando proporciona más beneficios, que podrían otorgarse en términos de retorno de la inversión (ROI), beneficios sociales, reducción de los costos de administración, ventajas estratégicas o cualquier otro aspecto.

Obviamente, la cuantificación de cada uno de estos tipos de beneficios es compleja, [25].

A veces los beneficios intangibles como el aprendizaje y la oportunidad de crecer, son fuentes fundamentales de valor. Un ejemplo de ellos es el Retorno Social de la Inversión (SROI) ([26]), que trata de captar los valores sociales que se traducen de los valores sociales a las medidas financieras y no financieras. Kendall y Rollins ([21]) afirman que mayor es el número de proyectos iniciados con recursos insuficientes, menor es el número de proyectos alcanzados y más largo es el tiempo requerido para lograrlos. Las encuestas indican que aquellas empresas que cuentan con un mayor número de proyectos, los criterios de selección están asociados con un mejor desempeño ([12]).

Bonham ([8]) propone un modelo de selección de proyecto basado en tres fases: análisis de proyecto individual (maximización), selección del portafolio opcional (balance) y alineación estratégica. Además, menciona la importancia de analizar la interdependencia de los proyectos.

Bergman y Mark ([5]) introdujeron una nueva forma de comprender el problema de selección de proyectos mediante el uso del análisis de requisitos para notificar mejor cada proyecto. En la medida en que una opción de proyecto avanza a través del proceso de selección, su especificación de requisitos se vuelve más detallada y específica. Los requisitos del proyecto ofrecen una mejor comprensión técnica, económica y organizativa para cada proyecto.

La metodología de medición de valor (VMM) ([27]) es una metodología para evaluar y seleccionar aquellas iniciativas que ofrecen los mejores beneficios. Por otro lado, la justificación económica es un marco de trabajo diseñado por Microsoft para determinar el valor de las inversiones en TI ([28]).

Wibowo señala que los enfoques en el presente presentan varios inconvenientes, algunos de ellos son ([35]): La incapacidad de lidiar con la subjetividad y la imprecisión que caracterizan el proceso de evaluación y selección de proyectos de TI.

- El hecho de no manejar adecuadamente la naturaleza multidimensional del problema.
- Son muy exigentes cognitivamente para quienes toman decisiones.
- El modelo propuesto supera cada uno de estos inconvenientes, como puede verse más adelante.

Técnica AHP

El Proceso de Jerarquía Analítica AHP consiste en diseñar una estructura jerárquica, donde los elementos superiores son más genéricos que los que se encuentran posteriormente. El nivel superior contiene el objetivo de decisión. Debajo y junto con la meta, surge un conjunto de niveles que representan los criterios, debajo aparece una capa de subcriterios y así sucesivamente. La parte inferior del árbol contiene el nivel que representan las alternativas tal como muestra la Figura 2.

Posteriormente, las matrices cuadradas representan la decisión del experto o expertos, que contiene la comparación por pares de criterios, subcriterios o evaluación de alternativas. Saaty propuso que la escala que consideraba es la mejor para evaluar las decisiones, como se puede ver Tabla 1, véase [3].

Intensidad de absoluta	Definición	Explicación importancia en una escala
1	Igualmente importante	Dos actividades contribuyen igualmente al objetivo
3	Moderada importancia de uno sobre otro	Favorece una actividad sobre otra
5	Fuertemente importante	Favorece fuertemente una actividad sobre otra
7	Muy fuertemente importante	Una actividad es muy fuertemente importante

9	Extremadamente importante	La evidencia que favorece una actividad sobre la otra es del más alto orden de afirmación positiva
2, 4, 6, 8	Valores intermedios entre los dos juicios adyacentes	Representa la transición entre dos niveles adyacentes
Recíprocos	Si la actividad i tiene uno de los números anteriores que se le asigna cuando se compara con la actividad j, entonces j tiene el valor recíproco cuando se compara con i.	

Tabla 1: Nivel de importancia según el AHP clásico. (Fuente: [3])

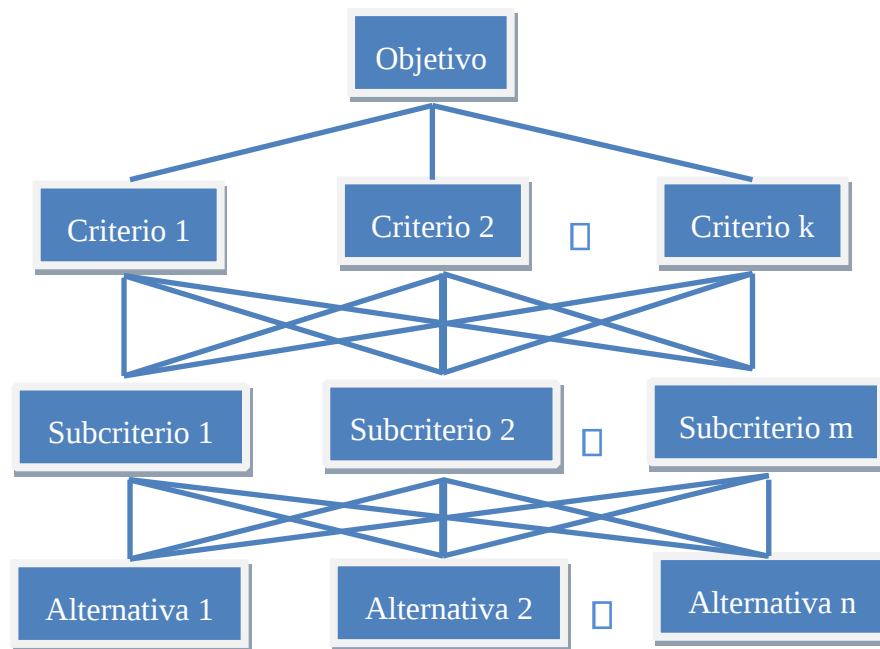


Figura 2: Esquema de un árbol genérico que representa un proceso de jerarquía analítica (Fuente: Elaboración propia)

Por otro lado, Saaty estableció que el Índice de Consistencia (IC) debería depender de $\lambda_{\max}$, del valor máximo de la matriz. Definió la ecuación $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$, donde n es el orden de la matriz. Además, definió la Relación de consistencia (CR) con la ecuación $CR = CI/RI$, donde RI se expresan en la Tabla 2, véase [3].

Orden (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49

Tabla 2: RI asociado a cada orden (Fuente: [3])

Si $CR \leq 10\%$ se puede considerar que la evaluación de los expertos es lo suficientemente consistente por lo tanto, es posible utilizar AHP.

AHP tiene como objetivo calificar los criterios, subcriterios y alternativas de acuerdo con su preferencia. Para más detalles sobre esta técnica puede consultarse, [8].

AHP también se puede utilizar para evaluación en grupo. En tal caso, el valor final se calcula por la media geométrica ponderada que satisface los requisitos ([37]), ver ecuación 1 y 2. Los pesos se utilizan para medir la importancia de los criterios de cada experto, donde algunos factores son considerados como la autoridad, el conocimiento, el esfuerzo de los expertos, entre otros.

$$= \left(\prod_{i=1}^n x_i^{w_i} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}} \quad (1)$$

Si $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, cuando la sumatoria de los pesos suma 1, la ecuación 1 se transforma en la ecuación 2.

$$- = \prod_{i=1}^n X_i^{w_i} \quad (2)$$

Conjuntos Neutrosóficos

Los conjuntos neutrosóficos surgen de los conjuntos clásicos, los conjuntos difusos y los conjuntos difusos intuicionistas. El conjunto difuso modela el grado de pertenencia de un elemento a un conjunto. Se ha aplicado en muchas áreas del conocimiento, incluida la toma de decisiones.

Zadeh introdujo la teoría de los conjuntos difusos por primera vez. Un conjunto difuso consiste en [36]: Dado un universo U , que contiene un conjunto de elementos y A es un subconjunto con una función de pertenencia $T_A: U \rightarrow [0, 1]$ definida para cada $x \in U$, donde $T_A(x)$ es el grado de veracidad para la cual x pertenece a A .

La teoría de conjuntos difusos intuicionista fue introducida por Krassimir T. Atanassov, véase [4]. Un conjunto difuso intuicionista está definido por dos funciones de pertenencia, T_A significa que x pertenece a U y F_A significa que x no pertenece a A . Deben cumplir la restricción $T_A(x) + F_A(x) \leq 1$, véase [31]. Por otro lado, el conjunto Neutrosófico incluye una tercera función de pertenencia I_A , que significa indeterminación. Por lo tanto, un conjunto Neutrosófico es un triple de funciones de pertenencia, T_A , I_A y F_A sin restricciones. La inclusión de la indefinición es una contribución hecha por Florentin Smarandache ([34]), que estuvo de acuerdo en que la neutralidad es parte de la incertidumbre. Además, acepta la posibilidad de que la veracidad, la indeterminación y la falsedad puedan ser simultáneamente máximas. Además, utiliza la idea del análisis no estándar de Abraham Robinson y utiliza números hiperrealistas en los cálculos. Definamos formalmente el concepto de conjunto neutrosófico.

Definición 1: El conjunto Neutrosófico N se caracteriza por tres funciones de pertenencia, que son la función de veracidad de pertenencia T_A , la función de indeterminación de pertenencia I_A y la función de falsedad de pertenencia F_A , donde U es el universo tratado y $x \in U$, $T_A(x), I_A(x), F_A(x) \in]0, +1[$, y $0 \leq \inf T_A(x) + \inf I_A(x) + \inf F_A(x) \leq \sup T_A(x) + \sup I_A(x) + \sup F_A(x) \leq 3$.

Véase que de acuerdo con la definición, $T_A(x)$, $I_A(x)$ y $F_A(x)$ son subconjuntos reales estándar o no estándar de $]0, 1+[$, por lo tanto, $T_A(x)$, $I_A(x)$ y $F_A(x)$ pueden ser subintervalos de $[0, 1]$, 0^- y 1^+ , pertenecen al conjunto de números hiperrealistas.

Definición 2: El Conjunto Neutrosófico de Valor Único (SVN) N sobre U es $A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in U \}$, donde $T_A: U \rightarrow [0, 1]$, $I_A: U \rightarrow [0, 1]$ y $F_A: U \rightarrow [0, 1]$. $0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$.

El número de Neutrosófico de Valor Único (SVN) está simbolizado por $N = (t, i, f)$ tal que $0 \leq t, i, f \leq 1$ y $0 \leq t + i + f \leq 3$.

$\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \tilde{a}, \tilde{a}', \tilde{a}'' \rangle$, es un conjunto neutrosófico en $\mathbb{R}$, cuya pertenencia a la verdad, la indeterminación y la falsedad se definen de la siguiente manera:

$$T_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \alpha_{\tilde{a}}\left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}}\left(\frac{a_3-x}{a_3-a_2}\right), & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (3)$$

$$I_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \beta_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \beta_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \beta_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (4)$$

$$F_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \gamma_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \gamma_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \gamma_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (5)$$

Donde $\tilde{a}, \tilde{a}', \tilde{a}'' \in [0, 1]$, $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ y $a_1 \leq a_2 \leq a_3$.

Definición 4: Dado $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \tilde{a}, \tilde{a}', \tilde{a}'' \rangle$ y $\tilde{b} = \langle (b_1, b_2, b_3); \tilde{b}, \tilde{b}', \tilde{b}'' \rangle$ dos valores únicos de número no nulo real y $\square$ números neutrosóficos triangulares, se definen las siguientes operaciones:

- Adición: $\tilde{a} + \tilde{b} = \langle (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3); \tilde{a} \wedge \tilde{b}, \tilde{a}' \vee \tilde{b}', \tilde{a}'' \vee \tilde{b}'' \rangle$
- sustracción: $\tilde{a} - \tilde{b} = \langle (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1); \tilde{a} \wedge \tilde{b}, \tilde{a}' \vee \tilde{b}', \tilde{a}'' \vee \tilde{b}'' \rangle$
- Inversa: $\tilde{a}^{-1} = \langle (a_3^{-1}, a_2^{-1}, a_1^{-1}); \tilde{a}, \tilde{a}', \tilde{a}'' \rangle$, where $a_1, a_2, a_3 \neq 0$.
- Multiplicación por un número escalar:
$$\langle (a_1, a_2, a_3); \tilde{a}, \tilde{a}', \tilde{a}'' \rangle \tilde{a} = \begin{cases} \langle (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda > 0 \\ \langle (\lambda a_3, \lambda a_2, \lambda a_1); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda < 0 \end{cases}$$
- División de dos números neutrosóficos triangulares:
$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \begin{cases} \langle (\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_3}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$
- Multiplicación de dos números neutrosóficos triangulares:

$$\tilde{a}\tilde{b} = \begin{cases} \langle (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_3 b_3, a_2 b_2, a_1 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Donde, $\wedge$ es una t-norma y $\vee$ es una t-conorm.

Programación Lineal Cero-Uno

Una teoría de programación lineal cero-uno permite la resolución de problemas tales que:

$$\text{Max(Min)} f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_l x_l \quad (6)$$

Sujeto a: $x_i \in \{0, 1\}$

Donde, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_I)^T$, $x_i \in \{0, 1\}$ y $c_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, I$; B es el conjunto de soluciones factibles. B se puede definir como igualdad $Ax = b$, desigualdad $Ax \leq b$ or $Ax \geq b$, una combinación de ellos, o simplemente un conjunto vacío. Donde A es una matriz y b es un vector columna.

Esta teoría resuelve los problemas de decisión, donde solo existen dos alternativas, 1 representa tomar la decisión y 0 no tomar la decisión.

Los problemas de programación lineal cero-uno son parte de los problemas de programación de enteros, cuando $x_i \in \mathbb{Z}$. A pesar de su aparente simplicidad, estos problemas son NP-completos ([13]), tanto, no se encuentra un buen algoritmo universal para resolverlos durante un tiempo racional de ejecución. Aunque dicha problemática está fuera del alcance de la presente investigación.

Para resolver problemas de programación lineal cero-uno, se usará el paquete de programación lineal en Octave 4.2.1 ([16]), considerando el siguiente problema equivalente:

Max $f(\mathbf{x}) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Ix_I$

Sujeto a: $x_i \in B$

Donde, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_I)^T$, $x_i \in \mathbb{Z}$, $x_i \leq 1$ and $c_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, I$.

MODELO NEUTROSÓFICO PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS INFORMÁTICOS

El modelo consta de tres procesos principales, selección de criterios, evaluación y selección de portafolio de proyectos. Estos procesos se integran por medio de un Modelo de Cuadro de Mando Integral (BSC), un Proceso de Jerarquía Analítica Neutrosófica (NAHP, por sus siglas en inglés) y una programación lineal cero-uno tal como muestra la Figura 3.

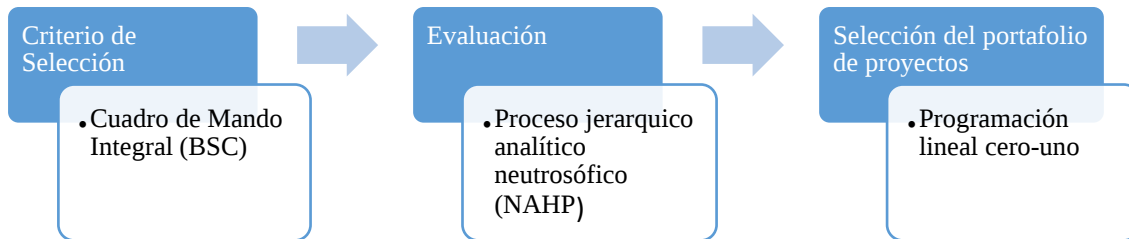


Figura 3: Estructura general del modelo (Fuente: Elaboración propia)

El primer paso es identificar un grupo potencial de proyectos. A continuación, se realiza una selección de criterios. La Figura 4 presenta algunos criterios que pueden ser empleados.

La segunda etapa del modelo es aplicar el NAHP. La escala lingüística propuesta se basa en números neutrosóficos triangulares resumidos en Tabla 3, [1].

La unión de AHP con la teoría de conjuntos Neutrosóficos modelar la incertidumbre en la toma de decisiones. Este es un enfoque flexible. La indeterminación es un componente esencial que debe asumirse en las decisiones organizativas del mundo real ([1]).

La ecuación 7 define la matriz de comparación de pares neutrosóficos.

$$(7) \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{1} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & \tilde{1} \end{bmatrix}$$

$\tilde{A}$ satisface la condición $\tilde{a}_{ji} = \tilde{a}_{ij}^{-1}$, de acuerdo con el operador de inversión definido en la definición 4. Abdel-Basset en ([1]) definieron dos índices para convertir un número triangular neutrosófico en un número netos.

La ecuación 8 representa la puntuación y la ecuación 9 representa la precisión tal como se muestra:

$$S(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} - \gamma_{\tilde{a}}) \quad (8)$$

$$A(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} + \gamma_{\tilde{a}}) \quad (9)$$

Escala de Saaty	Definición	Escala Neutrosófica triangular
1	Igual importancia	
3	Poco importante	
5	Fuertemente importante	
7	Muy fuertemente importante	
9	Absolutamente importante	$\tilde{9} = \langle (9, 9, 9); 1.00, 1.00, 1.00 \rangle$
2, 4, 6, 8	Valores intermedios entre las dos escalas	$\tilde{2} = \langle (1, 2, 3); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$ $\tilde{4} = \langle (3, 4, 5); 0.60, 0.35, 0.40 \rangle$ $\tilde{6} = \langle (5, 6, 7); 0.70, 0.25, 0.30 \rangle$ $\tilde{8} = \langle (7, 8, 9); 0.85, 0.10, 0.15 \rangle$

Tabla 3: Escala de Saaty traducida a una escala triangular neutrosófica (Fuente: [1]).

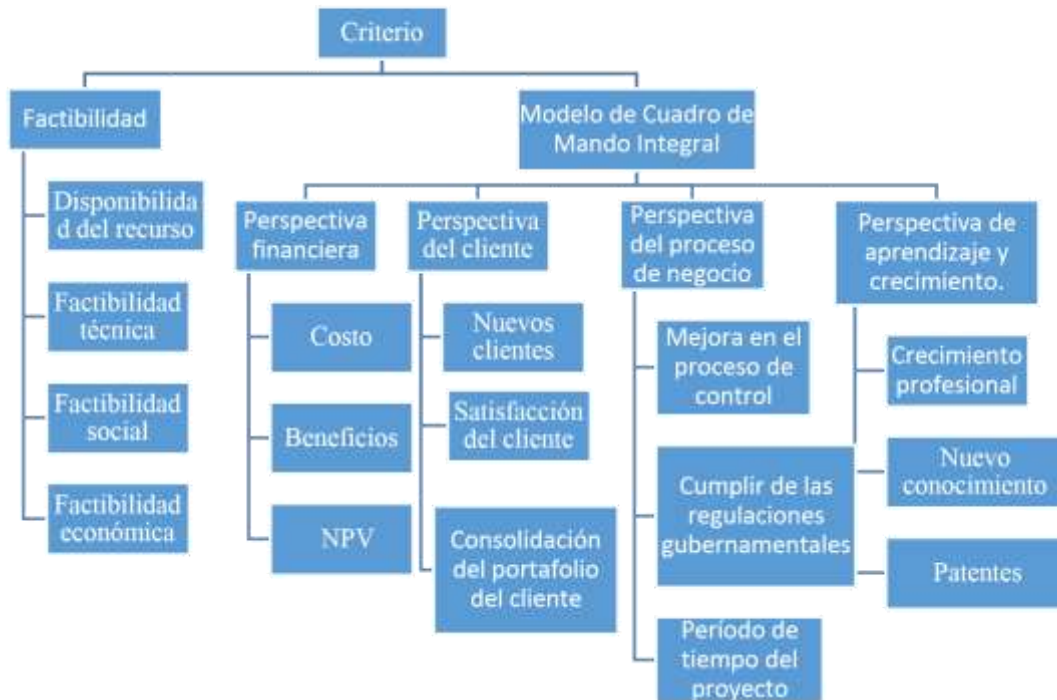


Figura 4: Propuesta de criterios de selección de proyectos (Fuente: Elaboración propia)

A partir de los criterios presentados en la Figura 4 y la escala triangular neutrosófica propuesta en la Tabla 3, los pasos para aplicar el NAHP son los siguientes:

1. Diseñar un árbol AHP que contengan los criterios seleccionados, subcriterios y alternativas de la primera etapa.
2. Crear las matrices por nivel a partir del árbol de AHP, de acuerdo con los criterios de los expertos expresados en escalas triangulares neutrosóficas y respetando el esquema matricial en la ecuación 7.
3. Evaluar la consistencia de estas matrices. Abdel-Basset refiere que Buckley demostró que si la matriz nítida $A = [a_{ij}]$ es consistente, entonces la matriz neutrosófica $\tilde{A} = [\tilde{a}_{ij}]$ es consistente.
4. Continuar los otros pasos de un AHP clásico. Las operaciones entre números neutrosóficos triangulares sustituyen operaciones equivalentes entre números netos en el AHP clásico.
5. Los resultados obtenidos en el paso 4 son los pesos de los proyectos expresados en forma de números triangulares neutrosóficos. Mediante la ecuación 8, convertir, $w_1, w_2, \dots, w_n$ pesos relativos.
6. Si más

de un experto realiza la evaluación, entonces $w_1, w_2, \dots, w_n$ se reemplazan por $w_1, w_2, \dots, w_n$, que son sus valores de la media geométricos ponderados correspondientes, obtenidos mediante la ecuación 1, 2. Los pesos obtenidos no se expresan necesariamente en forma natural, por lo tanto, es posible calcular los pesos equivalentes normalizados.

Observemos que en el método de Abdel-Basset, $\tilde{A}$ se convierte en A y después se continúan aplicando el AHP clásico a A . A diferencia del modelo propuesto, los datos se convierten a valor numérico solo en el último paso. Esta forma se considera más natural, porque la imprecisión se mantiene a lo largo de todo el cálculo.

Para medir la consistencia de la matriz recíproca neutrosófica, es suficiente calcular el CI de la matriz nítida, donde $\tilde{a}_{ij}$ se sustituye por a_{ij} , según el teorema demostrado en ([9]).

Ahora, se usa la aplicación codificada en Octave 4.2.1 ([16]) para estimar $\square_{\max}$, en este caso $CI = 9.0404 < 10\%$, es decir, la matriz es consistente.

Se suman los valores por fila y es calculado los pesos. Los resultados se muestran en la Tabla 4.

	Suma de fila	Pesos
Costo	$\langle (2.17, 3.20, 4.25); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$	$\langle (0.12, 0.21, 0.36); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$
Tiempo de ejecución del proyecto	$\langle (1.53, 1.75, 2.33); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$	$\langle (0.08, 0.12, 0.12); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$
Ganancia	$\langle (8.00, 10.0, 12.0); 0.50, 0.50, 0.50 \rangle$	$\langle (0.43, 0.67, 1.03); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$
Total	$\langle (11.70, 14.95, 18.58); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$	$\langle (0.63, 1.00, 1.59); 0.40, 0.65, 0.60 \rangle$

Tabla 4: Suma por fila y pesos triangulares neutrosóficos en los criterios de segundo nivel (Fuente: Elaboración propia).

La tercera etapa consiste en la aplicación de un problema de programación lineal cero-uno definido de la siguiente forma:

$$\text{Max } f(\mathbf{x}) = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n \quad (10)$$

Sujeto a: $x_i \in B$

El problema definido en la ecuación 10 es un caso particular del mostrado en la ecuación 6.

Donde, $x_i = \begin{cases} 1 & , \text{ si el proyecto es seleccionado} \\ 0 & , \text{ de lo contrario} \end{cases}$ y w_i , son los pesos por proyecto obtenidos de la etapa 2.

El propósito de esta etapa es seleccionar los mejores proyectos, que satisfagan de manera óptima las restricciones impuestas, considerando los pesos obtenidos de NAHP.

APLICACIÓN DEL MODELO A UN EJEMPLO

La presente sección describe un ejemplo para ilustrar la aplicación del modelo en un caso particular de selección de proyectos. El ejemplo está simplificado significativamente para facilitar la comprensión de los lectores.

Una vez que el modelo BSC y la primera etapa hayan concluido, supongamos que se han elegido dos criterios de evaluación del proyecto que son perspectivas financieras y procesos internos tal como muestra la Figura 5. Para aplicar la técnica AHP en la segunda etapa, se estructura jerárquicamente los elementos del problema. La meta aparece en la parte superior del árbol, los criterios para evaluar la meta se ubicaron en el nivel intermedio y las alternativas para alcanzar en la parte baja. Donde el objetivo es evaluar los proyectos de TI, el nivel intermedio contiene tres criterios, a utilizar que fueron costo, duración del proyecto y beneficios y la parte inferior contiene los tres proyectos potenciales, llamados Proyecto 1, Proyecto 2 y Proyecto 3. El árbol es representado en la figura 6.

Los expertos expresan sus criterios mediante los términos lingüísticos resumidos en Tabla 3. Los criterios definidos en el nivel intermedio se comparan lingüísticamente por pares para determinar su importancia relativa para lograr el objetivo.

Posteriormente en la tercera columna se realiza la evaluación neutrosófica según los términos definidos en la Tabla 3 sustituyendo sus términos lingüísticos equivalentes. Las evaluaciones de los expertos se expresan en la Tabla 5.

	Costo	Tiempo de ejecución del proyecto	Ganancias
Costo			
Tiempo de ejecución del proyecto			
Ganancia	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$

Tabla 5: Matriz recíproca correspondiente al segundo nivel (Fuente: Elaboración propia).

Véase que las evaluaciones contienen la incertidumbre y la imprecisión propias de la teoría de conjuntos neutrosóficos y por lo tanto, los resultados son más realistas que los obtenidos con la técnica clásica de AHP de Saaty, ahora los expertos pueden incluir el término de indeterminación. Además, observe que la inversa de los números neutrosóficos triangulares de un solo valor se puede calcular utilizando el operador de inversión definido en Definición 4.

En este ejemplo, el costo se evalúa con un valor entre (igual y ligeramente más influyente) que el tiempo de ejecución del proyecto, el beneficio es mucho más influyente que el costo y el beneficio se evalúa entre (ligeramente y mucho más influyente que el período de tiempo del proyecto). Cuando analizamos las últimas tres comparaciones de criterios, observamos cierto grado de inconsistencia, donde esperábamos que el beneficio fuera al menos mucho más influyente que el período de tiempo del Proyecto.

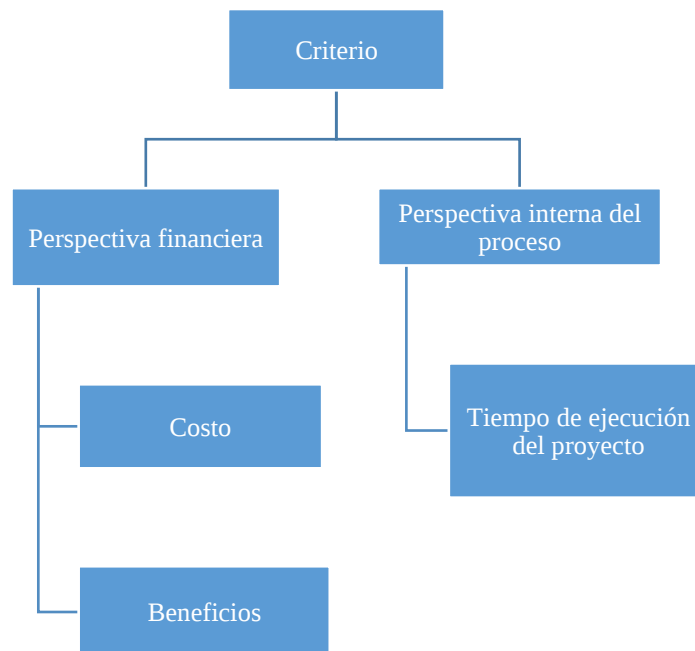
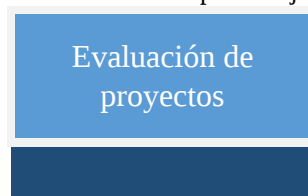


Figura 5: Criterios seleccionados para el ejemplo (Fuente: Elaboración propia)



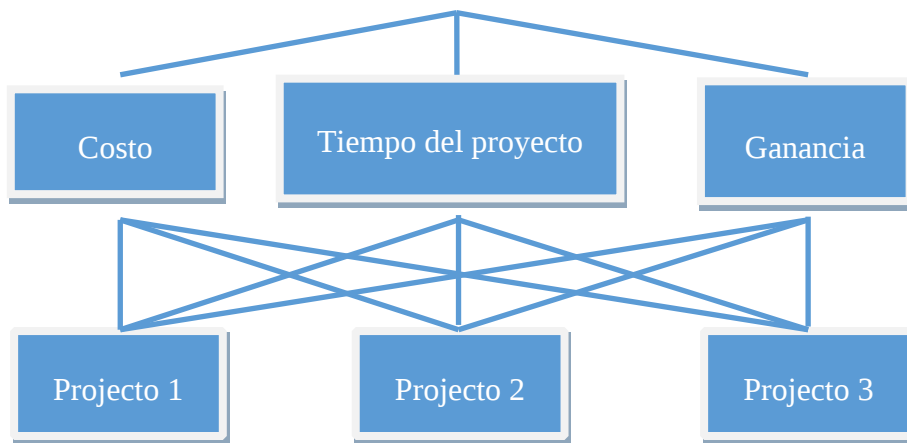


Figura 6: Árbol AHP del ejemplo (Fuente: Elaboración propia)

Las Tablas 6,7 y 8 contienen matrices recíprocas para el tercer nivel y sus ponderaciones. Donde la Tabla 6, está relacionado con el Costo, la Tabla 7 con tiempo de proyecto y la Tabla 8 con el beneficio. El CI de estas matrices es de 5.1558%, 0.53269% y 0.53269%, respectivamente.

	Proyecto 1	Proyecto 2	Proyecto 3	Pesos
Proyecto 1				<(0.31, 0.50, 0.79); 0.40, 0.65, 0.60>
Proyecto 2	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{5}$	<(0.27, 0.41, 0.63); 0.40, 0.65, 0.60>
Proyecto 3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$		<(0.07, 0.09, 0.12); 0.40, 0.65, 0.60>

Tabla 6: Matriz recíproca del tercer nivel relacionada con el costo y sus ponderaciones (Fuente: Elaboración propia),

	Proyecto 1	Proyecto 2	Proyecto 3	Pesos
Proyecto 1				<(0.09, 0.13, 0.23); 0.40, 0.65, 0.60>
Proyecto 2				<(0.35, 0.61, 1.02); 0.40, 0.65, 0.60>
Proyecto 3				<(0.14, 0.26, 0.51); 0.40, 0.65, 0.60>

Tabla 7: Matriz recíproca del tercer nivel relacionada con el período de tiempo del proyecto y sus ponderaciones(Fuente: Elaboración propia).

	Proyecto 1	Proyecto 2	Proyecto 3	Pesos
Proyecto 1				<(0.35, 0.61,1.02); 0.40, 0.65, 0.60>
Proyecto 2				<(0.09, 0.13, 0.23); 0.40, 0.65, 0.60>
Proyecto 3				<(0.14, 0.26, 0.51); 0.40, 0.65, 0.60>

Tabla 8: Matriz recíproca del tercer nivel relacionada con el beneficio y sus ponderaciones (Fuente: Elaboración propia).

	Costos	Tiempo de ejecución del proyecto	Beneficios	Pesos Globales
Proyecto 1	<(0.31, 0.50, 0.79); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.09, 0.13, 0.23); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.35, 0.61,1.02); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.19, 0.53, 1.36); 0.40, 0.65, 0.60>

Proyecto 2	<(0.27, 0.41, 0.63); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.35, 0.61, 1.02); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.09, 0.13, 0.23); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.10, 0.25, 0.59); 0.40, 0.65, 0.60>
Proyecto 3	<(0.07, 0.09, 0.12); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.14, 0.26, 0.51); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.14, 0.26, 0.51); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.08, 0.22, 0.63); 0.40, 0.65, 0.60>
Peso de los criterios	<(0.12, 0.21, 0.36); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.08, 0.12, 0.12); 0.40, 0.65, 0.60>	<(0.43, 0.67, 1.03); 0.40, 0.65, 0.60>	

Tabla 9: Matriz de peso global (Fuente: Elaboración propia).

La Tabla 9 contiene la matriz de peso global, que se calcula de manera similar al costo netos, donde el álgebra de valores netos se sustituye por su neutrosófico equivalente.

Ahora, se calculan los pesos globales netos de los proyectos aplicándose la ecuación 8, los elementos son mostrados en la Tabla 9 obteniéndose 0.52658 para el Proyecto 1, 0.23797 para el Proyecto 2 y 0.23545 para el Proyecto 3.

Se evidencia que de acuerdo con los pesos obtenidos, se clasifican los proyectos en el siguiente orden, Proyecto 1 > Proyecto 2 > Proyecto 3.

Además, en la tercera etapa se elegir qué proyectos se deben llevar a cabo y cuáles satisfacen algunas restricciones, se utilizan las ponderaciones precedentes como entradas en el problema de optimización. Supongamos que se cuenta con un presupuesto total de \$ 9000. En caso de aprobarse se gastarían \$ 4800 en el Proyecto 1, \$ 5000 en el Proyecto 2 y \$ 4000 en el Proyecto 3. Además, el número total posible de horas hombre es de 1100 y se determina que el Proyecto 1 necesita 1000, el Proyecto 2 necesita 200 y el Proyecto 3 necesita 700.

Es posible seleccionar ninguno, uno, dos o todos los tres proyectos, siempre que cumplan con las restricciones impuestas al problema. El objetivo es optimizar esta selección, es decir, que sea seleccionado el proyecto o proyectos que se pueden llevar a cabo simultáneamente y maximizar los beneficios. Formalmente, definimos tres variables x_i , $i = 1, 2, 3$ de la siguiente manera:

$$x_i = \begin{cases} 1 & , \text{si el proyecto es seleccionado} \\ 0 & , \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Se dividen los datos por sus límites superiores para calcular con magnitudes sin dimensiones. Por lo tanto, el problema matemático es el siguiente:

$$\text{Max } f(x) = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3$$

Sujeto a:

$$(3000/9000)x_1 + (3500/9000)x_2 + (5000/9000)x_3 \leq 1 \text{ (Restricción presupuestaria)}$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad (1000/1100)x_1 + (200/1100)x_2 + (700/1100)x_3 \leq 1 \text{ (Restricción hora hombre)}$$

$$w_1 = 0.52658, w_2 = 0.23797 \text{ y } w_3 = 0.23545 \text{ Son los pesos de proyecto que calculamos previamente.}$$

Este es un problema de la programación lineal cero-uno.

Se usó la función 'glpk' codificada en Octave 4.2.1, que es la función para resolver problemas de programación lineal y la mejor solución es $x = (1, 0, 0)$, es decir, la mejor opción es seleccionar solo Proyecto 1.

Si se compara la metodología que se propone con otras que existen, se aprecia que se trata de una herramienta hecha a la medida para seleccionar proyectos de tecnología de la información. El Cuadro de Mando Integral permite a los directivos y decisores seleccionar los criterios necesarios para evaluar este tipo de proyectos, lo que es una ventaja no común en los modelos de selección de proyectos, que tienden a no especificar la importancia de esta fase. Luego, lo complementa el AHP neutrosófico, que es más exacto que el AHP difuso, puesto que contiene la indeterminación propia de la toma de decisiones. Esta técnica se utiliza para asignarle pesos a los criterios seleccionados. Finalmente, la programación lineal cero-uno se utiliza en la selección del o los proyectos de acuerdo a las restricciones que se le impongan.

CONCLUSIONES

Elegir apropiadamente un proyecto de Tecnología de la Información es generalmente una tarea compleja ya que este tipo de proyecto es esencial para muchas organizaciones. Una de las dificultades que enfrentan los responsables de la toma de decisiones es el ambiente de incertidumbre y las limitaciones de los sistemas de evaluación existentes.

La presente investigación, se basó en la neutrosofía como la teoría que permitió abordar la incertidumbre y la imprecisión para la selección de proyectos de TI y el Proceso de Jerarquía Analítica como técnica para tomar decisiones complejas.

El modelo propuesto se basa en un Proceso de Jerarquía Analítica Neutrosófica. Complementando esta técnica con un modelo de Cuadro de Mando Integral para determinar los criterios de selección de TI y la programación lineal cero-uno para la elección de la mejor alternativa de proyectos. Finalmente, demostró con un ejemplo la aplicabilidad del modelo propuesto.

Este nuevo modelo permitirá una selección de los proyectos de tecnología de la información de una manera más precisa y a la vez amigable para el decisor, puesto que se basa en herramientas que permiten medir los criterios de los expertos de manera subjetiva y con ayuda del lenguaje natural y a su vez se miden las inconsistencias dentro de las decisiones, como parte de la técnica AHP. Esto permitirá una selección de proyectos de TI que sean factibles y a la vez eficaces, lo que impactará positivamente en la mejora del nivel de vida de la ciudadanía, que depende cada vez más de la concreción de este tipo de proyectos para su desarrollo en la vida diaria.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019

REVISED: MARCH, 2020

REFERENCIAS

- [1] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M. y SMARANDACHE, F. (2018). An extension of neutrosophic AHP–SWOT analysis for strategic planning and decision-making. **Symmetry**, 10, 116-133.
- [2] ABE, N., AKKIRAJU, R., BUCKLEY, S., ETTL, M., HUANG, P., SUBRAMANIAN, D. y TIPU, F. (2007). On optimizing the selection of business transformation projects. **IBM Systems Journal**, 46, 777-795.
- [3] ACZÉL, J. y SAATY, T. L. (1983). Procedures for synthesizing ratio judgements. **Journal of mathematical Psychology**, 27, 93-102.
- [4] ATANASSOV, K.T. (1986): Intuitionistic fuzzy sets. **Fuzzy sets and Systems**, 20, 87-96.
- [5] BERGMAN, M. y MARK, G. (2002). **Exploring the relationship between project selection and requirements analysis: an empirical study of the new millennium program**. Artículo presentado en Proceedings IEEE Joint International Conference on Requirements Engineering.
- [6] BETZ, C. (2007). **Making Shoes for the Cobbler's Children, Patterns for IT Service Management. Resource Planning, and Governance Making Shoes for the Cobbler's Children**, Morgan Kaufmann publications, San Francisco.
- [7] BOLLES, D. (2002). **Building Project-Management Centers of Excellence**, AMACOM, Nueva York.
- [8] BONHAM, S. S. (2005). **IT project portfolio management**: Artech House, Norwood.
- [9] BUCKLEY, J. J. (1985). Fuzzy hierarchical analysis. **Fuzzy sets and systems**, 17, 233-247.
- [10] BUCKLEY, J. J., FEURING, T. y HAYASHI, Y. (2001). Fuzzy hierarchical analysis revisited. **European Journal of Operational Research**, 129, 48-64.
- [11] CARAZO, A. F., NÚÑEZ, T. G., CASAS, F. M. G., & FERNÁNDEZ, R. C. (2008). Evaluación y clasificación de las técnicas utilizadas por las organizaciones, en las últimas décadas, para seleccionar proyectos. **Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa**, 5, 67-115.
- [12] COUNCIL, C. y COMMITTEE, B. P. (2002). **Value measuring methodology: How to guide**. The Federal Chief Information Officer(CIO) Council, Disponible en: http://www.cio.gov/documents/ValueMeasuring_Methodology_HowToGuide_Oct_2002.pdf.
- [13] CROWDER, H., JOHNSON, E. L. y PADBERG, M. W. (1981). **Solving large zero-one-linear programming problems**. **Operations Research**, 31, 803-834.
- [14] DAVID, J. y SAATY, D. (2007). Use analytic hierarchy process for project selection. **ASQ Six sigma forum magazine**, 6, 22-29.
- [15] DEEK, F. P., MCHUGH, J. A. y ELJABIRI, O. M. (2005). **Strategic software engineering: an interdisciplinary approach**, Auerbach publications, Boca Raton.
- [16] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017) **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url: <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.

- [17] EILAT, H., GOLANY, B. y SHTUB, A. (2008). R&D project evaluation: An integrated DEA and balanced scorecard approach. **Omega**, 36, 895-912.
- [18] ERDOGMUS, H., FAVARO, J. y HALLING, M. (2006). Valuation of software initiatives under uncertainty: concepts, issues, and techniques. En: **Value-based software engineering** (pp. 39-66): Springer, Heidelberg.
- [19] GONZÁLEZ, J. (2013). Propuesta de algoritmo de clasificación genética. **RCI**, 4, 37-42.
- [20] GRAVES, S. B. y RINGUEST, J. L. (2012). **Models & methods for project selection: concepts from management science, finance and information technology** (Vol. 58): Springer Science & Business Media, Nueva York.
- [21] KENDALL, G. I. y ROLLINS, S. C. (2003). **Advanced project portfolio management and the PMO: multiplying ROI at warp speed**: J. Ross Publishing, Boca Raton.
- [22] KERSTEN, B. y VERHOEF, C. (2003). IT portfolio management: A banker's perspective on IT. **Cutter IT Journal**, 16, 27-33.
- [23] LAWLOR, E., NEITZERT, E. y NICHOLLS, J. (2008). **Measuring value: a guide to Social Return on Investment (SROI)**. New Economics Foundation, Londres.
- [24] MAR, O., SANTANA, I. y GULÍN, J. (2017). Competency assessment model for a virtual laboratory system and distance using fuzzy cognitive map. **Revista Investigación Operacional**, 38, 170-178.
- [25] PELLIS, D. (2008). Seven good reasons for the rapid growth of project management in IT and why that trend will continue. **PM World Today**, 10, 1-14.
- [26] PÉREZ, B. (2009). Las Empresas no saben planificar. Disponible en: http://www.cincodias.com/articulo/empresas/empresas-saben-planificar/20090518cdscdiemp_11/cdsemp/
- [27] SANCHEZ, H., ROBERT, B., BOURGAULT, M. y PELLERIN, R. (2009). Risk management applied to projects, programs, and portfolios. **International journal of managing projects in Business**, 2, 14-35.
- [28] SCHAFFER, E. (2004). **Institutionalization of usability: a step-by-step guide**, Addison-Wesley Professional, Boston.
- [29] SOMMERVILLE, I. (2005). **Ingeniería del Software**. Séptima Edición.: Pearson Educación, Madrid.
- [30] SU, C.-T. y CHOU, C.-J. (2008). A systematic methodology for the creation of Six Sigma projects: A case study of semiconductor foundry. **Expert systems with applications**, 34, 2693-2703.
- [31] SZMIDT, E. y KACPRZYK, J. (2001). **Intuitionistic fuzzy sets in some medical applications**. Artículo Presentado en: International Conference on Computational Intelligence (pp. 148-151). Springer, Berlin.
- [32] THIRY, M. (2016). **Program management**, Routledge Publishing, Abingdon.
- [33] VERHOEF, C. (2002). Quantitative IT portfolio management. **Science of computer programming**, 45, 1-96.
- [34] WANG, H., Smarandache, F., Sunderraman, R. y Zhang, Y.-Q. (2005). **interval neutrosophic sets and logic: theory and applications in computing: Theory and applications in computing**, Hexis, Arizona.
- [35] WIBOWO, S. (2008). **Approaches to selecting information systems projects under Uncertainty**. Tesis de Maestría, RMIT University.
- [36] ZADEH, L. A. (1965). Fuzzy sets, **Information and Control**, 8, 338-353.
- [37] ZHOU, B. (2007). **Enterprise information technology project portfolio selection through system dynamics simulations**. Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts.

EVALUACIÓN DE LA RENTABILIDAD EN EL SUBSISTEMA DE OPERACIONES COMO CONTRIBUCION AL CONTROL INTERNO EMPRESARIAL

Carmen Valenzuela Chicaiza^{1*}, Paola Yesenia Carrera Cuesta*, Wilmer Arias Collaguazo*, Karina Pérez – Teruel**

* Universidad Regional Autónoma de los Andes, Ibarra, Imbabura, Ecuador

** Universidad Abierta para Adultos UAPA, Santiago de los Caballeros, República Dominicana

ABSTRACT

The Internal Control System guarantees the efficiency in the economic and financial management of companies. Knowing the financial statement allows you to determine profitability in the business operations subsystem. However, from analyzes carried out at Manolo's shopping center, it was possible to identify that the financial information is incomplete, the comparative analysis of its financial statements and the application of financial reasoning are not performed, which directly affects the internal procedures to determine profitability. The evaluation of the Internal Control can be expressed through indicators in a direct relationship of compliance or denial of this with a spectrum of neutrality representing a domain of neutrosophical values. The purpose of this research is to develop a multi-criteria model with Single Value Neutrosophical Data (SVN) for the evaluation of the Internal Control System in the financial statement for the Manolo's shopping center.

KEYWORDS: Internal Control System, multicriteria methods, SVN.

MSC: 62C99, 91A80

RESUMEN

El Sistema de Control Interno garantiza la eficiencia en la gestión económica y financiera de las empresas. Conocer el estado financiero permite determinar la rentabilidad en el subsistema de operaciones empresarial. Sin embargo, a partir de análisis realizados en el centro comercial Manolo's de Babahoyo en Ecuador, se pudo identificar que las informaciones financieras son incompletas, no se realiza el análisis comparativo de sus estados financieros ni la aplicación de un razonamiento financiero, lo que afecta de manera directa los procedimientos internos para determinar la rentabilidad. La evaluación del control interno se puede expresar mediante indicadores en una relación directa del cumplimiento o la negación de este con un espectro de neutralidad representando un dominio de valores Neutrosóficos. La presente investigación tiene como objetivo el desarrollo de un modelo multicriterio con datos Neutrosóficos de Valor Único (SVN) para la evaluación el sistema de control interno en el estado financiero para el centro comercial Manolo's de Babahoyo en Ecuador.

PALABRAS CLAVES: sistema de control interno, métodos multicriterios, SVN.

1. INTRODUCCIÓN

El crecimiento y expansión poblacional, hace que cada vez existan más comercios para satisfacer las necesidades de las personas. Los nuevos comercios tienen como retos establecerse en el mercado formando empresas competitivas. El impulso de la productividad y competitividad influye en el crecimiento económico integral de la región como base para desarrollar las capacidades productivas y del entorno en función de lograr la soberanía alimentaria.

El desarrollo productivo debe estar en correspondencia con los principales indicadores de eficiencias empresariales, donde el sistema económico y financiero constituye un elemento fundamental para su análisis. El sistema de control interno empresarial representa el núcleo para lograr la alineación entre los procesos productivos, competitivos y de eficiencia [13]. Una empresa que no implemente adecuadamente su sistema de control interno está destinada al fracaso. Para lograr el éxito es recomendable introducir los sistemas computacionales y tecnológicos necesarios, garantizándose la capacitación del personal para una toma de decisiones oportuna [9].

¹ ui.carmenvalenzuela@uniandes.edu.ec

El control interno es introducido como una herramienta para la gestión financiera y contable en las principales empresas de Ecuador [2], [5]. El establecimiento de los indicadores que deben ser medidos, facilita una estandarización del comportamiento general en las diferentes empresas [3], [5]. Sin embargo, a partir de estudios realizados en el centro comercial Manolo's de Babahoyo en Ecuador, se pudo identificar que las informaciones financieras son incompletas, no se realiza el análisis comparativo de sus estados financieros ni la aplicación de un razonamiento financiero, lo que afecta de manera directa los procedimientos internos para determinar la rentabilidad de la empresa.

El cumplimiento de los indicadores del sistema de control interno puede ser modelado como un problema de toma de decisiones multicriterio. Los criterios están conformados por el grupo de variables que permiten medir el control empresarial [8]. A partir de un método de procesamiento multicriterio. El cumplimiento de los indicadores evaluativos se expresa mediante una implicación de su cumplimiento con un espectro de neutralidad representado a partir del conjunto numérico Neutrosófico de Valor Único (SVN por sus siglas en Inglés) [15]. Teniéndose en cuenta la problemática antes expuesta, se propone como objetivo de la presente investigación: desarrollar un modelo multicriterio con datos Neutrosóficos de Valor Único (SVN) para la evaluación el sistema de control interno en el estado financiero para el centro comercial Manolo's de Babahoyo en Ecuador. La propuesta del modelo está estructurada para soportar el proceso de evaluación del control interno en el estado financiero de las organizaciones. Basa su funcionamiento mediante un enfoque multicriterio multiexperto donde se modela la incertidumbre mediante números Neutrosófico de Valor Único. La figura 1 muestra un esquema del modelo propuesto.

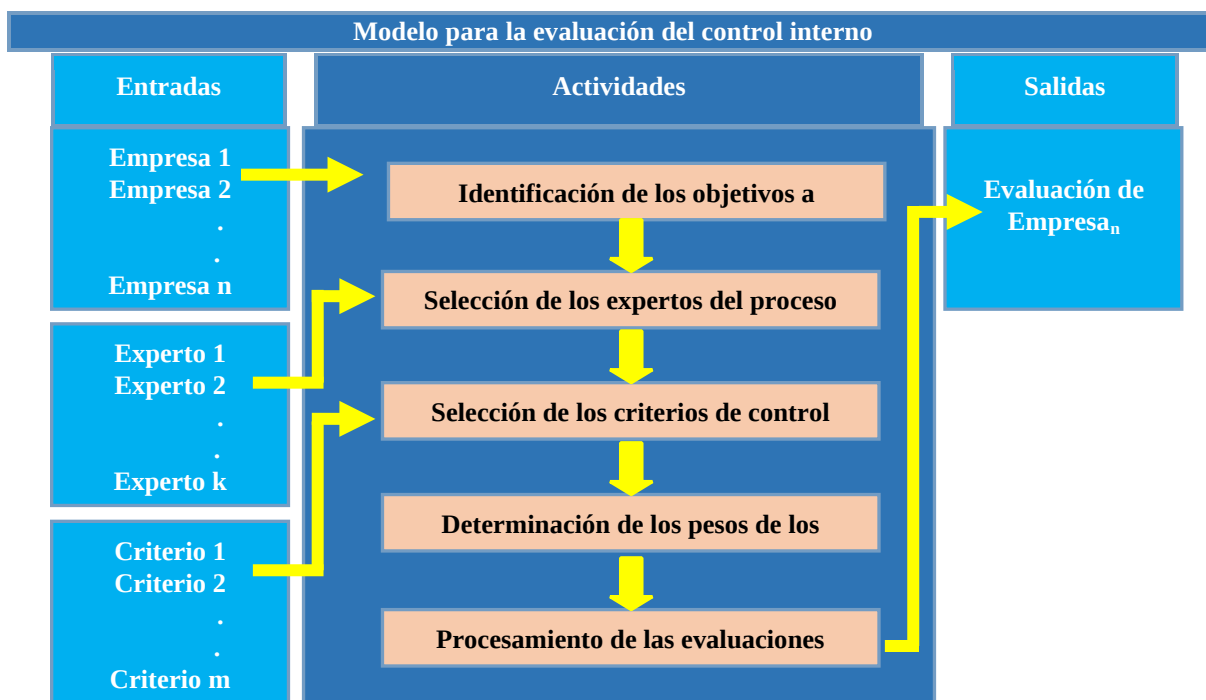


Figura 1: Propuesta de modelo para la evaluación del control interno.

El funcionamiento del modelo se basa en cinco pasos (identificación de los objetivos de control, selección de los expertos, selección de los criterios de control, determinación de los pesos de los criterios y procesamiento de las evaluaciones) [17] que son descritos a continuación:

- Paso 1. Identificación de los objetivos a controlar
- Paso 2. Selección de los expertos del proceso
- Paso 3. Selección de los criterios de control
- Paso 4. Determinación los pesos de los criterios evaluativos
- Paso 5. Procesamiento de las evaluaciones sobre el cumplimiento de los criterios A

continuación, se expone cómo se realizan cada uno de estos pasos:

El paso 1. Identificación de los objetivos a controlar representa un parámetro de entrada del modelo, consiste en la selección de las empresas que serán objeto de evaluación mediante la propuesta del modelo.

El paso 2. Selección de los expertos del proceso, consiste en identificar los expertos potenciales que intervienen para la evaluación del control interno, para ello se parte del reconocimiento de los expertos potenciales en el área del conocimiento que se modela, para ello se utiliza un enfoque multiexperto [6]. Se inicia con un cuestionario de auto evaluación a partir del cual se determina el coeficiente de conocimiento de los expertos de modo que:

$$K_c = V_r (0.5)$$

(1) Donde:

Kc: representa el coeficiente de conocimiento o información de los expertos consultados sobre el tema.

Vr: representa el valor de conocimiento reconocido por el experto.

Para Vr debe cumplir que $V_r \in [0,1]$

Se determinan los aspectos de mayor influencia a partir de los valores reflejados por cada experto, de esta forma se procesan los valores seleccionados por los expertos. La sumatoria de estos valores permite determinar el coeficiente de argumentación (Ka). El Ka se obtiene a partir de $K_a = \sum_{i=1}^n c$ Donde:

Ka: representa el coeficiente de argumentación.

C: son los valores correspondientes a los criterios alto, medio y bajo de cada fuente de argumentación.

Finalmente se calculó el coeficiente de competencia tal como expresa la siguiente ecuación:

$$K = 0,5(K_c + K_a) \quad (2)$$

Donde:

K: representa el coeficiente de competencia.

El valor de K obtenido se tomará como referencia para determinar el nivel de competencia (NK).

Si NK ($0,8 \leq K \leq 1,0$) se considera Alto;

Si ($0,5 < K < 0,8$) se considera Medio; Si

($K \leq 0,5$) se considera Bajo.

El paso 3. Selección de los criterios de control se basa en la selección de los principales indicadores evaluativos. Para la evaluación del control interno en el Comercial Manolo's utilizado como caso de estudio, se aplicó el informe o modelo COSO II [1], el mismo se encuentra conformado por sus cinco entornos o ambiente de control conformados por, entorno o ambiente de control, valoración de riesgos, actividades de control, información y comunicación, supervisión y monitoreo. Los criterios permiten identificar las debilidades de la empresa para la generación de recomendaciones en cada uno de sus componentes [7], [10]. El paso 4. Determinación los pesos de los criterios evaluativos. A partir de los criterios evaluativos seleccionados para el modelo, se determina la importancia atribuida a los criterios mediante un vector de importancia W. Los pesos se determinarán a través de las valoraciones de los expertos. Estos expresan sus preferencias a través de la comparación entre los criterios. Cuando los expertos emiten sus valoraciones respecto a los criterios, si dos criterios tienen igual valoración indica que ambos criterios son igualmente importantes y si un criterio tiene mayor valor que otro significa que este primero es más importante. Más de un criterio puede tener el mismo valor, el valor cero para algún criterio indica la no importancia del criterio, mientras que el valor más alto indica la máxima importancia para ese criterio.

Los valores de los pesos deben cumplir que:

$$0 \leq w_j \leq 1 \quad (3)$$

Donde:

W: representa el vector de importancia atribuido a la evaluación de un criterio.

j representa el puntero de desplazamiento en la selección de un criterio dentro de la función sumatoria.

A cada experto se le pide que emita su opinión acerca de la importancia que tiene cada indicador con relación a los demás para el caso a evaluar. La sumatoria de estos valores relativos debe ser igual a 1.

EP: Función promedio que mediante la cual es obtenido el valor relativo de cada criterio $EP = \sum_{i=1}^n W_i / E$

(4)

Donde:

W_i : representa el peso de los vectores de peso atribuido a un criterio.

E: cantidad de expertos que participa en el proceso.

El paso 5. Procesamiento de las evaluaciones sobre el cumplimiento de los criterios, consiste en computar la evaluación a partir del conjunto de datos métodos que intervinieron en el proceso. Para la evaluación se modelan los datos de las preferencias mediante números neutrosóficos expresados como se muestra a continuación.

$$v(p) = (T, I, F) \quad (5)$$

Donde:

$$N = \{(T, I, F) : T, I, F \subseteq [0, 1]\}^n,$$

es un valor neutrosófico que mapea un grupo de fórmulas proporcionales a N , por cada sentencia p . Para la selección de los atributos se emplea la escala lingüística propuesta por Sahin [12], [16]. La Tabla 1 muestra la propuesta de etiquetas lingüísticas con sus respectivos valores numéricos. La selección se realiza mediante las etiquetas lingüísticas que son sustituidas por sus términos equivalentes para realizar el procesamiento matemático.

Tabla 1: Términos lingüísticos empleados.

Término lingüístico	Números SVN
Extremadamente buena (EB)	(1,0,0)
Muy muy buena (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy buena (MB)	(0.8,0.15,0.20)
Buena (B)	(0.70,0.25,0.30)
Medianamente buena (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Media (M)	(0.50,0.50,0.50)
Medianamente mala (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Mala (MA)	(0.30,0.75,0.70)
Muy mala (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy mala (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente mala (EM)	(0,1,1)

Para el proceso de evaluación se emplea el método multicriterio Proceso de Jerarquía Analítica (AHP por sus siglas en Inglés) que tiene como objetivo calificar los criterios, subcriterios y alternativas de acuerdo con su preferencia [4]. El valor final se calcula por la media geométrica ponderada que satisface los requisitos [18], ver ecuación 6 y 7. Los pesos se utilizan para medir la importancia de los criterios de cada experto, donde algunos factores son considerados como la autoridad, el conocimiento, el esfuerzo de los expertos, entre otros.

$$- = \left(\prod_{i=1}^n x_i^{w_i} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}} \quad (6)$$

Si $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, cuando la sumatoria de los pesos suma 1, la ecuación 6 se transforma en la ecuación 7.

$$- = \prod_{i=1}^n x_i^{w_i} \quad (7)$$

Se obtienen las matrices cuadradas que representan la decisión del experto o expertos, que contiene la comparación por pares de criterios, subcriterios o evaluación de alternativas representado mediante un árbol genérico analítico [11], [18] tal como muestra la Figura 2.

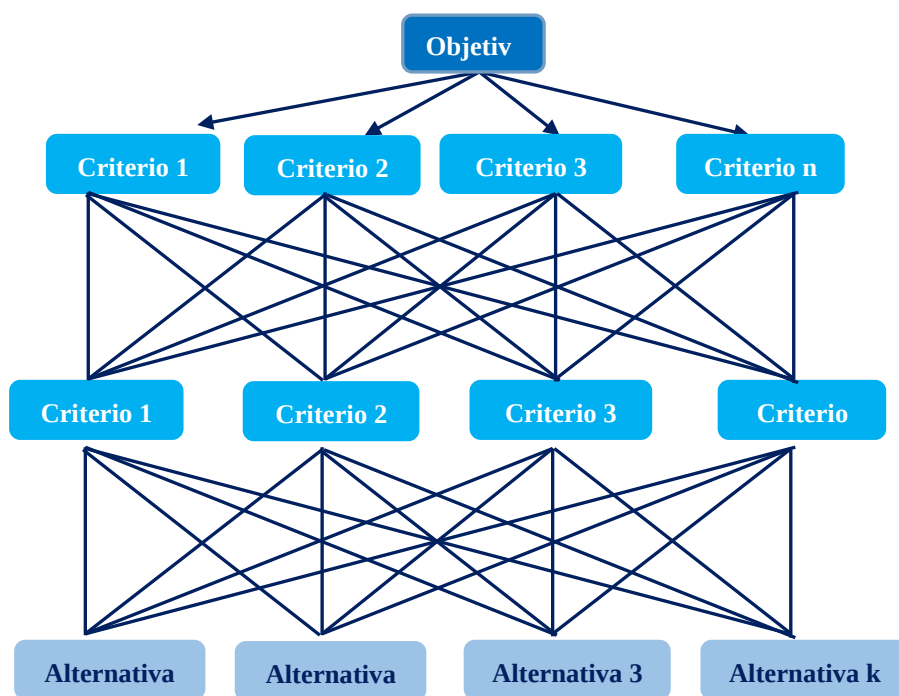


Figura 2: Árbol genérico analítico.

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MODELO

La presente sección introduce la propuesta en un contexto real. Se implementa el modelo para medir el control interno en el estado financiero del centro comercial Manolo's de Babahoyo en Ecuador como propuesta de caso de estudio. El objetivo es evaluar a partir de los criterios evaluativos sobre el control interno su comportamiento en el caso de estudio. A continuación, se describe la implementación de los pasos del modelo propuesto:

Paso 1. Identificación de los objetivos a controlar.

La identificación de los objetivos a control consiste en determinar cuál o cuáles son las empresas que serán analizados. La presente investigación identifica como objetivo a controlar el centro comercial Manolo's de Babahoyo en Ecuador.

Paso 2. Selección de los expertos del proceso.

Para el desarrollo de la actividad se les solicita a los expertos potenciales que sus respuestas sean objetivas y precisas respondiendo la siguiente interrogación.

Según su opinión ¿Cuál es el grado de conocimientos que usted posee sobre el control interno en la actividad económica financiera? Exprese su preferencia en un dominio de valores $[0,1]$, donde 0 representa el menor conocimiento y 1 representa el mayor conocimiento del tema. La Tabla 2 muestra la tabulación del resultado de los expertos que intervinieron en el proceso.

Tabla 2: Tabulación del grado de conocimiento expresado por los expertos.

Expertos	Valor reconocido de la información										Kc
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	

1										X	1
2							X				0.7
3									X		0.9
4										X	1
5										X	1
6										X	1
7									X		0.9

Se realiza una autovaloración de la incidencia que tiene cada uno de los aspectos de la tabla sobre el control interno en la actividad económica financiera. Marcado con una X en las categorías Alto, Medio o Bajo. La Tabla 3 presenta los aspectos valorativos.

Tabla 3: Aspectos valorativos sobre la actividad económica y financiera en el control interno.

Fuentes de argumentación	Alto	Medio	Bajo
1. Análisis teóricos realizados por usted sobre el tema	0.3	0.2	0.1
2. Estudio de trabajos realizados por autores ecuatorianos	0.5	0.4	0.2
3. Estudio de trabajos de autores extranjeros	0.05	0.04	0.03
4. Intercambio de experiencias con especialistas en control interno y la actividad económica y financiera	0.05	0.04	0.03

El coeficiente de argumentación se obtiene mediante la sumatoria de los valores correspondientes a los criterios Alto, Medio y Bajo de cada fuente de argumentación. La Tabla 4 muestra el resultado obtenido para el presente caso de estudio.

Tabla 4: Coeficiente de argumentación de los expertos consultados (Ka).

Expertos	Valores de la frecuencia de argumentación				Ka
	1	2	3	4	
1	0.3	0.5	0.05	0.05	1
2	0.3	0.5	0.05	0.05	0.99
3	0.3	0.5	0.05	0.05	0.99
4	0.3	0.5	0.05	0.05	0.99
5	0.3	0.5	0.05	0.05	0.99
6	0.3	0.5	0.05	0.05	0.99
7	0.3	0.4	0.05	0.05	0.9

La Tabla 5 muestra el resumen de los Kc, Ka, K, Mk de los expertos que intervienen en el proceso.

Tabla 5: Datos de cada experto según el coeficiente de conocimiento (Kc), coeficiente de argumentación (Ka), coeficiente de competencia (K) y el nivel de competencia (NK) recogido mediante el cuestionario de autoevaluación.

Expertos	Kc	Ka	K	NK
1	1	0.8	0.90	Alto
2	0.99	0.8	0.895	Alto
3	0.99	0.9	0.945	Alto

4	0.99	1	0.995	Alto
5	0.99	0.8	0.895	Alto
6	0.99	0.9	0.945	Alto
7	0.9	0.8	0.85	Alto

A partir del nivel de competencia obtenido por los expertos que intervienen en el proceso, son utilizados los 7 expertos que participaron por obtener un alto nivel de competencia.

Paso 3. Selección de los criterios de control.

La selección de los criterios evaluativos utilizados en el modelo propuesto fue obtenida a partir de los expertos que intervinieron en el proceso seleccionándose siete criterios de modo que:

$$C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7\}$$

Donde:

c_1 entorno o ambiente de control,

c_2 valoración de riesgos,

c_3 actividades de control, c_4 información y comunicación,

c_5 supervisión y monitoreo.

Paso 4. Determinación los pesos de los criterios evaluativos.

A partir del trabajo realizado por los expertos se obtuvieron los vectores de importancia W atribuidos a cada indicador. La Tabla 6 muestra los valores resultantes de la actividad.

Tabla 6: Pesos determinado para los indicadores.

Indicadores	Pesos W
1	0.68
2	0.85
3	0.75
4	0.91
5	0.88

Paso 5. Procesamiento de las evaluaciones sobre el cumplimiento de los criterios.

A partir de las evaluaciones expresadas por los expertos sobre el comportamiento de los indicadores en el caso de estudio se obtienen las preferencias promediadas por indicadores tal como expresa la Tabla 7.

Tabla 7. Resultado de las preferencias.

Criterios	C1	C2	C3	C4	C5
Evaluación	B	M	MA	MDB	B

A partir del resultado de las preferencias se obtuvo un vector de preferencia tal como se expresa: $S=[0.7, 0.50, 0.30, 0.60; 0.7]$

Finalmente, para el caso de estudio se obtuvo una evaluación general: $E = 0.62$

El resultado expresa que la organización que debe intensificar el subsistema de control para elevar la eficiencia financiera.

5. CONCLUSIONES

La investigación presentó un modelo para la evaluación del control interno para lo cual basó su funcionamiento en un enfoque multicriterio. Se modeló el grado de incertidumbre mediante números neutrosóficos para la evaluación.

La propuesta del modelo implementó en su procesamiento el método multicriterio Analítico Jerárquico que representó la base computacional de la evaluación. La propuesta fue introducida en el centro comercial Manolo's de Babahoyo en Ecuador a partir del cual se demostró la aplicabilidad del modelo propuesto. Para el desarrollo de futuras investigaciones se propone la experimentación del método multicriterio utilizado, para comparar el resultado con otros modelos de los existentes en la literatura científica.

RECEIVED: NOVEMBER , 2019.

REVISED: FEBRUARY, 2020.

REFERENCIAS

- [1] ABELLA UBIO, R., (2006). **COSO II y la gestión integral de riesgos del negocio**. Fundación Dialnet, España.
- [2] ALVARADO, P.I.R., (2018). Auditoría integral a los procesos administrativos y financieros de pyme. Experiencias en el caso cooperativa de ahorro y crédito "El sol de los Andes" (Ecuador). Killkana sociales. **Revista de Investigación Científica**, 2, 9-16.
- [3] ARVELO, M., ET AL., (2019). **Sistema de control interno y profesionalización de los servidores públicos en Ecuador. Dilemas Contemporáneos**. Educación, Política y Valores, México.
- [4] BONHAM, S.S., (2005). **IT project portfolio management**. Artech House.
- [5] CARRIÓN, P., ET AL., (2017). El control interno como herramienta indispensable para una gestión financiera y contable eficiente en las empresas bananeras del cantón Machala (Ecuador). **Revista Espacios**, 2017, 1-13
- [6] GIL, L. AND D. PASCUAL., (2012). La metodología Delphi como técnica de estudio de la validez de contenido. **Anales de Psicología**, 28, 1011-1020.
- [7] GONZÁLEZ, J., (2013). Propuesta de algoritmo de clasificación genética. **RCI**, 4, 37-42.
- [8] GRANADA, J.L.C., ET AL., (2019). La aplicación del control interno en las organizaciones de sector no financiero de la economía popular y solidaria del Ecuador. **Ciencia Digital**, 3, 464-480.
- [9] HERNÁNDEZ GONZÁLEZ, B., T., RAMÍREZ RAMÍREZ, AND O. MAR CORNELIO (2019). Sistema para la auditoría y control de los activos fijos tangibles. **Revista Universidad y Sociedad**, 11, 128-134.
- [10] MAR, O., (2014). Procedimiento para determinar el índice de control organizacional. **Revista Infociencia**, Vol.18(No.2).
- [11] MORENO-JIMÉNEZ, J.M. AND L.G. VARGAS., (2018). Cognitive Multiple Criteria Decision Making and the Legacy of the Analytic Hierarchy Process/Decisión Multicriterio Cognitiva y el Legado del Proceso Analítico Jerárquico. **Estudios de Economía Aplicada**, 36, 67-80.
- [12] SAHIN, R. AND M. YIGIDER., (2014). A Multi-criteria neutrosophic group decision making method based TOPSIS for supplier selection. **arXiv preprint arXiv:1412.5077**.
- [13] STEFANEL, F.N. AND L.M.R. BARRIOS., (2016). El control interno en los procesos de producción de la industria litográfica en Barranquilla. **Equidad & Desarrollo**, 245-267.
- [14] VARELA, M., L. DÍAZ, AND R. GARCÍA., (2012). Descripción y usos del método Delphi en investigaciones del área de la salud. **Investigación en Educación Médica**. 1, 90-95.
- [15] WANG, H., ET AL., (2005). Interval neutrosophic sets and logic: theory and applications in computing. **Theory And Applications In Computing**. Vol. 5: Infinite Study.
- [16] WANG, H., ET AL., (2010). Single Valued Neutrosophic Sets. **Review of the Air Force Academy**, 1, 10.
- [17] ZAMORA, W.M.M., ET AL., (2018). El control interno y su influencia en la gestión administrativa del sector público. **Dominio de las Ciencias**, 4, 206-240.
- [18] ZHOU, B., (2007). **Enterprise information technology project portfolio selection through system dynamics simulations**. Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts.

MODELO PARA LA RECOMENDACIÓN DE PRODUCTOS CÁRNICOS UTILIZANDO MÉTODO MULTICRITERIO CON EL EMPLEO DE SVN

Walter Bolívar Jarrín López ^{1*}, Nancy Silva Álvarez *, Miryan Arévalo Haro*

* Universidad Regional Autónoma de los Andes, Puyo, Pastaza, Ecuador

ABSTRACT

Maintaining the supply chain of cattle introduces a challenge in the production destined for consumption, representing meat a food highly demanded by people. Measuring product quality is an essential element to ensure user satisfaction. Quality can be modeled from the behavior of a set of evaluative indicators through a multicriteria approach. The degree of compliance of an indicator is expressed through a direct relationship of performance or denial of this with a spectrum of neutrality representing a domain of neutrosophic values. The implementation of Soft Computing techniques has been used to represent uncertainty in decision-making processes of this nature. The present investigation describes a solution to the problem posed by developing a model that uses multicriteria method with Single-Valued Neutrosophic Number (SVNN) for the evaluation of the quality of the beef.

KEYWORDS Multicriteria method, neutrosophic numbers, classification, beef.

MSC 03B80, 03E99, 90B30, 91B06

RESUMEN

Mantener la cadena de suministro del ganado vacuno introduce un reto en la producción destinada a su consumo, representando la carne un alimento altamente demandado por las personas. Medir la calidad del producto constituye un elemento esencial para garantizar la satisfacción de los usuarios. La calidad puede ser modelada a partir del comportamiento de un conjunto de indicadores evaluativos mediante un enfoque multicriterio. El grado de cumplimiento de un indicador se expresa mediante una relación directa del desempeño o la negación de este con un espectro de neutralidad representando un dominio de valores neutrosóficos. La implementación de técnicas de Soft Computing ha sido utilizada para representar la incertidumbre en procesos de toma de decisiones de esta naturaleza. La presente investigación describe una solución a la problemática planteada mediante el desarrollo de un modelo que emplea método multicriterio con datos Neutrosóficos de Valor Único (SVNN) para la evaluación y recomendación de la calidad de la carne vacuna.

PALABRAS CLAVES Método multicriterio, números neutrosóficos, clasificación, carne vacuna.

1. INTRODUCCIÓN

La carne por sus características representa un alimento de gran importancia para las personas. En la actualidad se posee un alto consumo atribuido a los hábitos alimenticios generados por las sociedades. Específicamente en Ecuador existe un alto índice de consumo de la carne proveniente del ganado vacuno. Dentro de los principales consumidores se encuentran los establecimientos gastronómicos y la población en general. A partir de la alta demanda sobre el consumo del ganado vacuno, la cadena de producción tiene como reto mantener la continuidad del suministro.

El proceso de producción ganadero debe garantizar la calidad y seguridad de la carne en dependencia de su finalidad ([5]). La calidad del producto por su parte representa el conjunto de características que satisfacen los deseos explícitos o implícitos del consumidor a partir de determinados requisitos. La evaluación de los principales parámetros de calidad garantiza una cadena de suministro para un mercado competitivo ([15]). Los consumidores expresan el nivel de calidad a partir de la terneza o blandura de la carne y su jugosidad, los cuales se consideran los atributos más importante que influyen en su calidad sensorial, [3]. Sin embargo, diversos son

¹ up.walterjarrin@uniandes.edu.ec

los criterios que intervienen en la calidad sensorial como el peso, corte, temperatura, menús en los que se sirven entre otros; influyendo estos directamente en su calidad, [11].

Los criterios están conformados por el grupo de indicadores que determinan la calidad sensorial del producto vacuno. En este sentido el problema de toma de decisiones puede ser modelado para la evaluación de la calidad de la carne vacuna. La implementación de técnicas de *Soft Computing* ha sido utilizada para representar la incertidumbre en procesos de toma de decisiones de esta naturaleza [8][12].

El grado de cumplimiento de un indicador se expresa mediante una relación directa del desempeño o la negación de este con un espectro de neutralidad representando un dominio numérico Neutrosófico de Valor Único (SVNN por sus siglas en Inglés) ([21]) La causalidad puede ser expresada mediante tres condiciones ([14])

- 1.El concepto $\langle A \rangle$ puede implicar negativamente el concepto $\langle B \rangle$ de modo que si $\langle A \rangle$ disminuye $\langle B \rangle$ disminuye según el nivel de implicación entre los conceptos con un grado de neutralidad $\langle \text{neut}A \rangle$.
- 2.El concepto $\langle A \rangle$ puede implicar positivamente el concepto $\langle B \rangle$ de modo que si $\langle A \rangle$ incrementa B incrementa según el nivel de implicación entre los conceptos con un grado de neutralidad $\langle \text{neut}A \rangle$.
- 3.El concepto $\langle A \rangle$ no posee implicación el concepto $\langle B \rangle$ de modo que las variaciones de $\langle A \rangle$ no poseen implicación en $\langle B \rangle$.

La neutrosofía ofrece varias ventajas cuando se aplica como base de modelos de toma de decisiones multicriterios. Cuando los decisores deben ordenar un conjunto de opciones en base a ciertos criterios, existe cierto grado de incertidumbre que se puede modelar con ayuda de la lógica difusa de Zadeh ([26]), la lógica intuicionista difusa de Atanassov ([1]) o la lógica intuicionista difusa en forma de intervalo ([2]), sin embargo, ninguna de estas teorías tienen en cuenta de manera explícita e independiente funciones de pertenencia sobre la indeterminación, como lo hace la lógica neutrosófica, donde la indeterminación en la toma de decisiones se produce por el desconocimiento, la inconsistencia, las contradicciones, entre otros estados del conocimiento sobre el objeto de estudio. Otra ventaja está en que la teoría de conjuntos neutrosóficos mantiene la posibilidad de evaluación con ayuda del lenguaje natural, que hereda de la lógica difusa, esto permite realizar evaluaciones más naturales para los decisores que el uso de escalas numéricas de evaluación, además que logra mayor precisión porque se evalúa en base a tres funciones de pertenencia ([19]) A partir de la formulación del problema planteado, se define como objetivo de la presente investigación desarrollar un modelo para la recomendación de productos cárnicos utilizando métodos multicriterios con el empleo de números Neutrosóficos de Valor Único.

Esta investigación contribuye con una metodología que puede servir a los decisores en el procesamiento de carne vacuna en el país. El método define los criterios para medir la calidad de este tipo de carne, además de una evaluación que posee a la vez exactitud e interpretabilidad para los decisores y directivos. Por otra parte es fácil de automatizar y es factible de hacerlo con un software amigable para los usuarios, lo que permitirá generalizar esta metodología a cualquier directivo que lo necesite.

2. PRELIMINARES

En la presente sección se introducen los principales referentes teóricos empleados para el desarrollo del modelo propuesto. Inicialmente en la Subsección 2.1. se presentan los términos asociados a la clasificación de la carne vacuna y los aspectos más importantes que suelen usarse en esta industria. En la Subsección 2.2, se presentan los métodos multicriterios para el contexto de la investigación, se comparan con los métodos monocriterios y se explica un operador de agregación utilizado en este concepto. Finalmente en la Subsección 2.3, se realiza una breve descripción de la teoría sobre los conjuntos SVNN, específicamente su definición.

2.1. Clasificación de carne vacuna

La carne por sus características es un alimento de gran importancia para la alimentación humana. Su consumo siempre se ha asociado al desarrollo económico, de modo que a mayor cantidad de carne consumida, más alto el nivel de calidad de vida o índice de riquezas atribuidas a una población. En Ecuador existe un alto índice de consumo de carne de ganado vacuno, y otras carnes, en los establecimientos gastronómicos y la población en general.

Los criterios fundamentales que están relacionados con la calidad de la carne pueden ser modelados por muchas variables dentro de las que se encuentran la edad del animal, el sexo, la raza, la alimentación, la zona de la que procede la pieza y el corte practicado, el peso, la temperatura, menús en los que se preparan, entre otros. La consecuencia es que de las carnes se pueden obtener muy variadas sensaciones gustativas, en textura, sabor y aroma, que son determinantes en su calificación. El corte de carne representa el elemento esencial que aporta la aceptación y satisfacción de los clientes al ser consumidas.

A partir del análisis antes expuesto, es posible modelar el fenómeno como un problema de toma de decisión multicriterio, véase [4][9].

Formalmente se representa como

1. Un conjunto de alternativas que representan la calidad atribuida a los productos vacunos $A = \{A_1, \dots, A_n\}$, $n \geq 2$;
2. Un conjunto de criterios que influyen en la calidad del producto vacuno $C = \{C_1, \dots, C_m\}$, $m \geq 2$.

2.2. Métodos Multicriterio

Los problemas de toma de decisiones pueden ser clasificados según las variables que intervienen en el proceso. Se pueden clasificar mediante un ambiente monocriterio o multicriterio.

Para un ambiente monocriterio existe una sola variable que determina el comportamiento sobre el procesamiento de las alternativas, por lo tanto existe una implicación directa. Se cumple la condición que $p \rightarrow q$, para todo valor que tome la variable objeto de estudio, el resultado implicará positiva o negativamente el valor del objetivo o alternativa ([13]).

Para un ambiente de toma de decisiones multicriterio, se tienen un conjunto de criterio que son las variables objeto de estudio que poseen una implicación sobre el valor del objetivo o alternativa a partir de una relación producida por un método de inferencia tal como muestra la Figura 1.

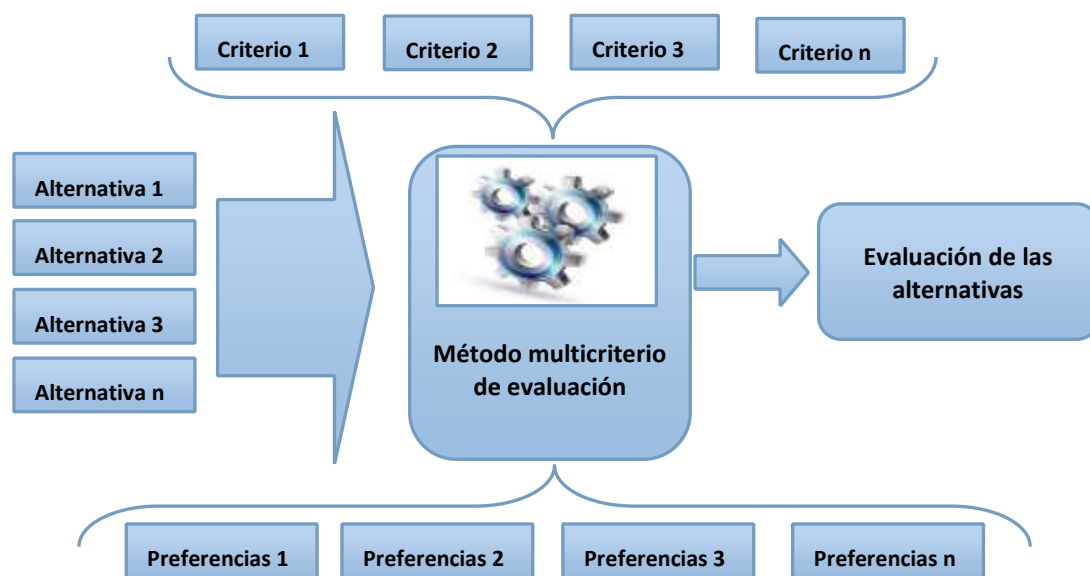


Figura 1 Ambiente de toma de decisiones multicriterio.

Los operadores de agregación representan un método de inferencia en el que sus funciones matemáticas son utilizadas en los procesos de toma de decisiones ([10]), combinan valores (x, y) en un dominio D y devuelven un valor único.

Dentro de los principales operadores para la agregación de información se encuentra la media aritmética y media ponderada ([16]), tal como se define a continuación

Definición 1. Un operador WA tiene asociado un vector de pesos V , con $v_i \in [0,1]$ y $\sum_{i=1}^n v_i = 1$, expresado de la siguiente forma ([7])

$$WA(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n v_i a_i$$

(1)

Donde v_i representa la importancia de la fuente a_i .

Un operador de agregación de información *Ordered Weighted Averaging*, (OWA por sus siglas en Inglés), Media Ponderada Ordenada propuesto en [24], permite unificar los criterios clásicos de decisión de incertidumbre en una expresión, [8][12].

2.3. Números Neutrosóficos de Valor Único

La neutrosofía consiste en la representación de la neutralidad, fue propuesta por Smarandache ([19]) Representa las bases para una serie de teorías matemáticas que generalizan las teorías clásicas y difusas tales como los conjuntos neutrosóficos y la lógica neutrosófica ([20])

La definición original de valor de verdad en la lógica neutrosófica es mostrado a continuación ([21]) sean $N = \{(T, I, F) \mid T, I, F \subseteq [0, 1]\}^n$, una valuación neutrosófica es un mapeo de un grupo de fórmulas proporcionales a N , esto es que por cada sentencia p se tiene

$$v(p) = (T, I, F) \quad (2)$$

Con el propósito facilitar la aplicación práctica a problema de toma de decisiones y de la ingeniería se realizó la propuesta de los conjuntos Neutrosóficos de Valor Único (SVNN) ([22][23]) los cuales permiten el empleo de variables lingüísticas ([21]) lo que aumenta la interpretabilidad en los modelos de recomendación y el empleo de la indeterminación.

Sea X un universo de discurso. Un SVNN sobre X es un objeto de la forma.

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) \mid x \in X\} \quad (3)$$

Donde $u : X \rightarrow [0, 1]$, $r : X \rightarrow [0, 1]$ y $v : X \rightarrow [0, 1]$ con $0 \leq u(x) + r(x) + v(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. El intervalo $[u_A(x), r_A(x)]$ y $v_A(x)$ denotan las membrecías verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un número SVNN será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$, y $a + b + c \leq 3$.

3. PROPUESTA DEL MODELO

En la presente sección se describe el funcionamiento del modelo matemático para la toma de decisiones sobre la calidad de la carne vacuna. Se presentan las características generales que facilitan la comprensión de la propuesta. La Subsección 3.1 presenta una idea general de las etapas que deben seguirse en caso de aplicarse el modelo propuesto. En la Subsección 3.2 se explican las ecuaciones necesarias y la utilización de la neutrosofía en el método que se propone, es donde se explica el método como tal.

El modelo para la recomendación de calidad de la carne vacuna, está diseñado para gestionar el flujo de trabajo del proceso de inferencia en general, realiza tres subprocesos entrada, procesamiento y salida de información. La Figura 2 muestra un esquema que ilustra el funcionamiento general del modelo.

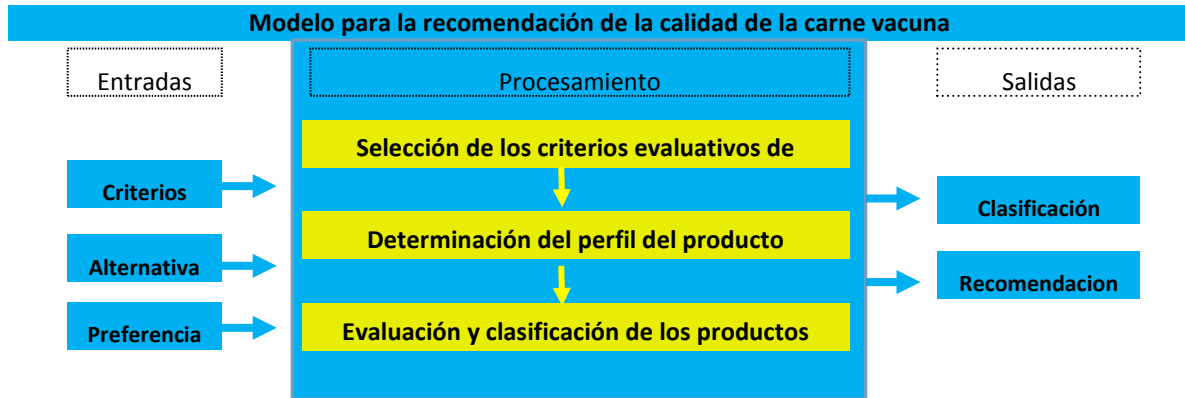


Figura 2 Esquema general del funcionamiento del modelo.

3.1 Descripción de las etapas del modelo

La entrada de información permite la introducción de los diferentes datos que son necesarios en el proceso de toma de decisiones. Los datos representan la principal fuente de información a ser utilizada en la etapa de procesamiento. En la propuesta, existen datos introducidos por el usuario tales como las variables que inciden en la calidad de la carne vacuna y las alternativas objeto de decisión del proceso de inferencia.

El procesamiento de información representa la capacidad del método para ejecutar cálculos matemáticos a partir de un método de inferencia utilizado que ejecuta una secuencia de operaciones. El procesamiento es la característica que permite la transformación de datos almacenados en información organizada con un objetivo específico.

La salida de información garantiza la representación del resultado generado a partir del procesamiento realizado. Permite devolver el comportamiento de las alternativas a partir del proceso de inferencia realizado mediante las variables objeto de estudio.

3.2 Flujo de trabajo del modelo

El flujo de trabajo describe la interacción de las diferentes entidades que intervienen en el modelo, garantiza la representación de términos lingüísticos y la indeterminación mediante números SVN. El flujo de trabajo está compuesto por cuatro actividades (identificación de los criterios de calidad, determinación del perfil del producto, evaluación y clasificación, recomendaciones) que soportan el proceso de toma de decisiones del modelo. A continuación se describen las diferentes actividades

Identificación de los criterios de calidad los criterios de calidad son el conjunto de características que describe el producto, representan la base de indicadores evaluativos sobre el cual se conforma el perfil del producto C_i . Determinación del perfil del producto el perfil del producto se obtiene de forma directa mediante criterios de expertos.

$$F_{a_j} = \{v_1^j, \dots, v_k^j, \dots, v_l^j\}, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

Las valoraciones de las características del producto, a_i , serán expresadas utilizando la escala lingüística S , $v_k^j \in S$ donde $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ es el conjunto de términos lingüísticos definidos para evaluar la característica c_k utilizando los números SVN. La descripción de las características está asociada al conjunto de productos de carne vacuna que representan las alternativas del proceso.

$$A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_n\} \quad (5)$$

Evaluación y clasificación para la evaluación y clasificación de los productos mediante números SVN [18][25], se tiene

Sea $A^* = (A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*)$ sea un vector de números SVN, tal que

$A_j^* = (a_j^*, b_j^*, c_j^*), j=(1,2, \dots, n), B_i = (B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{im}) (i=1,2, \dots, m)$, sean m vectores de n SVN

números, tal que y $B_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) (i = 1, 2, \dots, m), (j = 1, 2, \dots, n)$ entonces la distancia euclidiana es definida como. Las B_i y A^* resulta ([18])

$$= \left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \left\{ (|a_{ij} - a_j^*|)^2 + (|b_{ij} - b_j^*|)^2 + (|c_{ij} - c_j^*|)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

d

($i = 1, 2, \dots, m$)

A partir de esta distancia euclidiana se puede definir una medida de similitud ([17]) En la medida en que la alternativa se A_i se encuentra más semejante perfil del producto vacuno (s_i) mayor) mejor será esta, permitiendo establecer un orden entre alternativas ([21])

La obtención de las preferencias de las alternativas se hace a partir de la evaluación que se obtiene del comportamiento de los indicadores donde

$$A_i [F_{a_j}] = [Pre_y] \quad (7)$$

Para cada alternativa A que posee un perfil F_a se le hace corresponder un conjunto de preferencias Pre_y que una sobre el comportamiento del producto, donde $[Pre_y]$ es el arreglo resultante como preferencia de las alternativas respecto a un conjunto de indicadores $Pre \in \mathbb{N}, [0, 1]$. El valor de Pre_y . Para el proceso de inferencia sobre la calidad del producto se parte de

$$A_i = [Pre_y, W_z] \quad (8)$$

Donde Pre_y representa el conjunto de preferencia sobre A_i

W_z representa el vector de peso referido por z .

El proceso de evaluación se realiza mediante el método multicriterio WA. El conjunto de recomendaciones están asociadas al resultado obtenido en la evaluación a partir del cual es calculada la similitud entre el perfil del producto y es ordenada de acuerdo a la similitud obtenida. La mejor evaluación será aquella que mejor satisfaga las necesidades del perfil con mayor similitud.

Como se puede apreciar de la Ecuación 6, se cuenta con una función distancia dependiente de vectores con tres componentes, uno representa el valor de pertenencia, el segundo el valor de indeterminación y el tercero el valor de no pertenencia, que se pueden definir independientes cada uno de los demás. Esto permite mayor exactitud al evaluar cada elemento. Si se compara con paradigmas anteriores se nota un mayor número de elementos, la lógica difusa contiene solo la función de pertenencia como independiente y la lógica intuicionista difusa incluye además una función de no pertenencia, aunque no una función de indeterminación independiente.

4. APLICACIÓN DEL MODELO

La presente sección describe un ejemplo para demostrar la aplicabilidad del modelo en un caso de recomendación de la calidad de productos de la carne vacuna. El ejemplo presenta los elementos fundamentales sintetizados para facilitar la comprensión de los lectores. Este constituye una manera de ilustrar y validar la metodología que se propone. La Sección se divide en una primera Subsección donde se especifica la escala lingüística que se va a utilizar para la evaluación y su correspondiente SVN asociado. La Subsección 4.2 describe el ejemplo que se estudia según la metodología que se propone, específicamente se trata de un caso del Cantón Patate de Ecuador, que es una región de alto consumo de este tipo de carne en el país.

Para aplicar del método multicriterio WA, se estructuran los criterios evaluativos del problema y las alternativas objeto de estudio. A partir del comportamiento de los indicadores se obtienen las preferencias para evaluar las alternativas y realizar el proceso de clasificación. El objetivo es evaluar las preferencias sobre los indicadores que representa la calidad de la carne vacuna, los criterios evaluativos son representados por los principales indicadores de calidad de la carne vacuna.

Los expertos expresan la valoración del cumplimiento de los criterios mediante la valoración neutrosófica. Los atributos se formulan en la escala lingüística presentada en la Tabla 1, sustituyendo sus términos lingüísticos equivalentes. Las valoraciones de los expertos se muestran en la Tabla 2.

<u>Término lingüístico</u>	<u>Números SVN</u>
Extremadamente buena(EB)	(1,0,0)
Muy muy buena (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy buena (MB)	(0.8,0.15,0.20)
Buena(B)	(0.70,0.25,0.30)
Medianamente buena (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Media(M)	(0.50,0.50,0.50)
Medianamente mala (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Mala (MA)	(0.30,0.75,0.70)
Muy mala (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy mala (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente mala (EM)	(0,1,1)

Tabla 1 Términos lingüísticos empleados (Fuente [18]).

La Tabla 1 es una referencia a una de las ventajas que tiene el uso de la lógica neutrosófica para la evaluación en un método de toma de decisiones multicriterio. Concretamente se trata de la posibilidad de evaluar a partir de una escala de valores lingüísticos. Esta ventaja permite que los decisores expresen sus evaluaciones en una escala más afín a los seres humanos que es el lenguaje natural.

4.2 Análisis de los resultados

A continuación, se presenta un ejemplo demostrativo. La propuesta ha sido implementada en el Cantón Patate de Ecuador, la cual constituye un área de alto consumo de la carne vacuna. La problemática surge a partir de la dureza de la carne vacuna, que afecta la calidad general del producto. El problema es modelado mediante el conjunto de productos de la carne vacuna que representan las alternativas tal como se refiere a continuación

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

Que son descritos por el conjunto de atributos que representan los criterios evaluativos de la calidad

$$C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7\}$$

Donde c_1 representa la edad del animal, c_2 representa el sexo, c_3 representa la raza, c_4 representa la alimentación, c_5 representa la zona de la que procede la pieza, c_6 representa el corte practicado, c_7 representa el peso.

Para los cálculos se utilizó el software Octave 4.2.1 que es similar a Matlab, ambos permiten programar en lenguaje m, véase [6]. El algoritmo utilizado se programó en este lenguaje solo con el propósito de resolver el ejemplo, para fines de uso comercial se recomienda programar en un lenguaje de propósito general y de alto nivel.

En particular el algoritmo que se utilizó se basó en la posibilidad de representación en forma matricial propia del lenguaje m. A continuación enumeramos cada uno de los pasos seguidos en la programación

1. Una vez que el experto o los expertos evalúan varias alternativas con respecto a los siete criterios expuestos, estas evaluaciones se representan en forma de matrices de *strings*, donde cada elemento de la matriz representa la evaluación de la *i*-ésima alternativa dada en la fila *i*, evaluada según el *j*-ésimo criterio dada en la columna *j*.
2. Cada elemento de la matriz por cada experto se convierte a su SVN equivalente según la Tabla 1. Para ello se define una matriz de dimensión $l \times 7 \times 3$, donde *l* es el número de alternativas, 7 es el número

- de criterios y 3 corresponde al número de elementos de un SVNN. El lenguaje m permite representar este tipo de datos de manera sencilla.
3. En caso de contar con k expertos para $k > 1$, se aplica el operador WA siguiendo la Ecuación 1 donde se calcula el WA sobre el mismo elemento de las k matrices, por tanto el número de k matrices se reduce a una sola.
 4. Se provee las preferencias que se necesitan por cada criterio en forma de términos lingüísticos, este es un vector de siete strings, que se traducen a SVNN.
 5. Se calcula la similaridad de acuerdo a la Ecuación 6.
 6. Se ordenan las alternativas de mayor a menor según los valores de similaridad.
 7. Se selecciona la alternativa que ocupa la menor posición dentro del orden obtenido en el punto anterior.

La Tabla 2 muestra la vista de datos utilizadas para el presente caso de estudio.

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
a_1 MDB M MMB B MMB B M	a_2 B MD MB M MB M MD					
a_3 MMB	M	M	B	M	B	M
a_4 M	B	MMB	B	MMB	B	B

Tabla 2 Vista de datos de productos (Fuente Los autores).

Si un producto u_2 , desea recibir las recomendaciones del modelo, deberá proveer información al mismo expresando sus preferencias. En este caso

$$P_e = \{MDB, M, MMB, B, MB, B, M\}$$

El siguiente paso del ejemplo, es el cálculo de la similitud entre el perfil del producto y los almacenados en la base de datos.

a_1	a_2	a_3	a_4
0.42	0.84	0.72	0.64

Tabla 3 Cálculo de la función de similaridad aplicada al ejemplo (Fuente Los autores).

Para el proceso de generación de recomendaciones, se recomiendan aquellos productos que más se acerquen al perfil del producto posteriormente se realiza un ordenamiento de los perfiles.

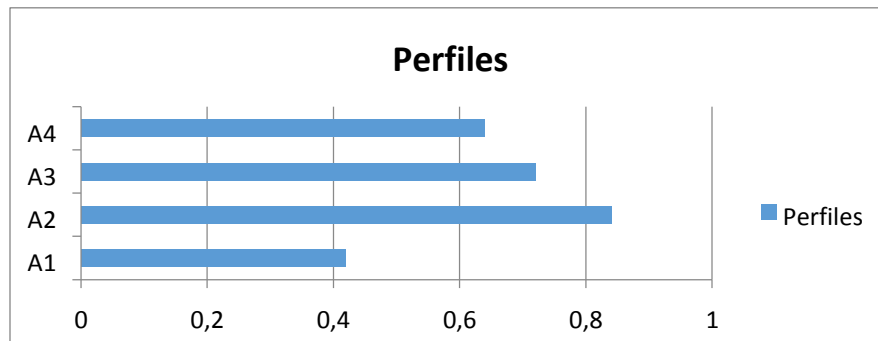


Figura 3. Ordenamiento de los perfiles.

A partir de esta comparación, los perfiles de productos resultantes son expresados mediante el siguiente orden de prioridad.

$$\{a_2, a_4, a_3, a_1\}$$

El modelo propuesto recomendará los dos productos más cercanos. Las recomendaciones están formadas por α_2, α_4

A partir del resultado, el perfil que mejor evaluación posee para representar la propuesta de evaluación óptima es α_2 .

5. CONCLUSIONES

El presente trabajo propuso un modelo para la recomendación de la calidad de la carne vacuna a partir de la utilización de un enfoque multicriterio. Se basó en la neutrosfía como la teoría que permitió abordar la incertidumbre y la imprecisión para la evaluación de la calidad.

El empleo de los números Neutrosóficos de Valor Único nutrió el modelo propuesto mediante su representación de la incertidumbre para la confección de perfiles de productos para evaluar su calidad. La propuesta contribuye mediante sus recomendaciones a la selección de la mejor evaluación de producto para un determinado fin.

Se propone para trabajos futuros trabajar en la inclusión de modelos de agregación más complejos, así como la hibridación con otros modelos de los existentes en la literatura científica.

RECEIVED: NOVEMBER , 2019.

REVISED: APRIL, 2020.

REFERENCIAS

- [1] ATANASSOV, K. T. (1986): Intuitionistic Fuzzy Sets, **Fuzzy Sets and Systems**, 20, 87-96.
- [2] ATANASSOV, K. T. (1989): Interval Valued Intuitionistic Fuzzy Sets, **Fuzzy Sets and Systems**, 31, 343-349.
- [3] BERGES, M., CASELLAS, K., PACE GUERRERO, I., LISERAS, N., URQUIZA JOZAMI, G. y ECHEVERRÍA, L. (2018) :¿ Cómo cambia el comportamiento del consumidor de carne vacuna a partir de la información que disponen? Impacto sobre la disposición a pagar a partir de un Logit Multivariado. **Artículo presentado en IV Jornadas Argentinas de Econometría.**
- [4] BOUZA, C. (2016) : Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en contabilidad, administración, economía. Tomado de https://www.researchgate.net/publication/303551295_METODOS_CUANTITATIVOS_PARA_LA_TOMA_DE_DECISIONES_EN_CONTABILIDAD_ADMINISTRACION_ECONOMIA Consultado el 20 de Enero de 2020.
- [5] CÁFFARO-TOMMASIELLO, E. M., LATORRE, M. E., CEPEDA, R. E., GARITTA, L., SOSA, M. y PURSLOW, P. P. (2018) : Valoración de aspectos vinculados al consumo, calidad y seguridad de la carne, en consumidores argentinos de carne. **Idesia (Arica)**, 36, 45-52.
- [6] EATON, J. W., BATEMAN, D., HAUBERG, S. y WEHBRING, R. (2017): **GNU Octave A high-level interactive language for numerical computations**, versión 4.2.1. url <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter>.
- [7] FILEV, D. y YAGER, R. (1998) : On the issue of obtaining OWA operator weights. **Fuzzy sets and systems**, 94, 157-169.
- [8] GARZA-RÍOS, R., GONZÁLEZ-SÁNCHEZ, C., PÉREZ-VERGARA, I., MARTÍNEZ-DELGADO, E. SANLER-CRUZ, M. (2012) : Concepción de un procedimiento utilizando herramientas cuantitativas para mejorar el desempeño empresarial. **Ingeniería Industrial**, 33, 239-248.
- [9] GRAJALES QUINTERO, A., SERRANO MOYA, E. y HAHAN VON, C. (2013) : Los métodos y procesos multicriterio para la evaluación. **Luna Azul**, 36, 285-306

- [10] GRAU, I. y GRAU, R. (2012) : Aplicación de sistemas neuroborrosos a problemas de resistencia antiviral del VIH. **Revista Cubana de Ciencias Informáticas**, 6,1-11.
- [11] IGLESIAS, A. N. (2018) : Rendimiento de la canal, de los cortes de carne y aspectos de la calidad tecnológica de la carne de novillos Holando Argentino comparada con la de novillos Aberdeen Angus. Tesis de Grado, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. url <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/>.
- [12] LEYVA, M. (2013) : Modelo de ayuda a la toma de decisiones basado en Mapas Cognitivos Difusos. (Tesis de Doctorado), Universidad de las Ciencias Informáticas. Tomado de https://www.researchgate.net/publication/263221297_MODELO_DE_AYUDA_A_LA_TOMA_DE_DE_CISIONES_BASADO_EN_MAPAS_COGNITIVOS_DIFUSOS, Consultado el 16 de Mayo de 2018.
- [13] MAR, O., SANTANA, I. y GULÍN, J. (2017) : Competency assessment model for a virtual laboratory system and distance using fuzzy cognitive map. **Revista Investigación Operacional**, 38, 170-178.
- [14] MARTÍNEZ, F. (2012) : Aplicaciones al modelo conexionista de lenguaje y su aplicación al reconocimiento de secuencias y traducción automática. Tomado de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/18066/tesisUPV3980.pdf?sequence=1>. Consultado el 5 de Febrero de 2018.
- [15] NOIA, M. A., OLIVERA, D. y CARDENAS, F. C. (2017) : Evaluación de los principales parámetros de calidad en carne equina. **Ciencia Veterinaria**, 11, 7-13.
- [16] PÉREZ, K. (2014) : **Modelo de proceso de logro de consenso en mapas cognitivos difusos para la toma de decisiones en grupo**. (Tesis Doctoral), Universidad de las Ciencias Informáticas.
- [17] PÉREZ-TERUEL, K., LEYVA-VÁZQUEZ, M. y ESTRADA-SENTÍ, V. (2015) :Mental models consensus process using fuzzy cognitive maps and computing with words. **Ingeniería y Universidad**, 19, 173-188.
- [18] SAHIN, R. y YIGIDER, M. (2014) : A Multi-criteria neutrosophic group decision making metod based TOPSIS for supplier selection. *arXiv preprint arXiv1412.5077*.
- [19] SMARANDACHE, F. (1999) : A Unifying Field in Logics Neutrosophic Logic. En **Philosophy, American Research Press. Rehoboth**, 1-141.
- [20] SMARANDACHE, F. (2005): **A Unifying Field in Logics Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, 6^{ta} Edición., InfoLearnQuest, Ann Arbor.
- [21] VÁZQUEZ, M. Y. L., TEUREL, K. Y. P., ESTRADA, A. F. y GONZÁLEZ, J. G. (2013) : Modelo para el análisis de escenarios basados en mapas cognitivos difusos estudio de caso en software biomédico. **Ingenieria y Universidad Engineering for Development**, 17, 375-390.
- [22] WANG, H., SMARANDACHE, F., SUNDERRAMAN, R. y ZHANG, Y. Q. (2005) : **Interval Neutrosophic Sets and Logic Theory and Applications in Computing Theory and Applications in Computing**, Hexis, Arizona.
- [23] WANG, H., SMARANDACHE, F., ZHANG, Y. y SUNDERRAMAN, R. (2010) : Single valued neutrosophic sets. **Review of the Air Force Academy**, 17, 10-14.
- [24] YAGER, R. (1988): On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, 18, 183-190.
- [25] YE, J. (2014) : Single-valued neutrosophic minimum spanning tree and its clustering method, **Journal of Intelligent Systems**, 23, 311-324.
- [26] ZADEH, L. A. (1965) : Fuzzy sets, **Information and Control**, 8, 338-353.

MANEJOS DE NUMEROS NEUTROSOFOICOS BASADOS EN EL CONSENSO PARA LA ELECCIÓN DE SERVICIOS DE COMPUTACIÓN EN LA NUBE

Luis Javier Molina Chalacán^{1*}, Andrea Zúñiga Paredes*, Luis Orlando Albarracín Zambrano*

* Universidad Regional Autónoma de los Andes, Quevedo, Los Ríos, Ecuador

ABSTRACT

Today, cloud computing services are an attractive alternative to use. Various organizations are looking to hire such services. However, there are many services available in the cloud and numerous criteria that must be considered in the selection process. Therefore, the process of selecting cloud services can be considered as a multi-stakeholder type of multi-criteria decision analysis problems. The present research proposes a model for the selection of services in the cloud taking into account the consensus and the use of single value neutrosophic numbers for the representation of indetermination. The proposed model consists of five activities, includes automatic search mechanisms for areas of conflict and recommendations to experts to bring their preferences closer. Finally, an illustrative example that corroborates the applicability of the model is presented.

KEYWORDS: Cloud Computing, Analysis of Decisions; Consensus, Neutrosophic numbers

MSC: 97M20, 62C86, 62P30

RESUMEN

En la actualidad los servicios de computación en la nube resultan una alternativa atractiva a utilizar. Diversas organizaciones están buscando contratar dichos servicios. Sin embargo, muchos son los servicios disponibles en la nube y numerosos criterios que se deben considerarse en el proceso de selección. Por lo tanto, el proceso de selección de servicios en la nube se puede considerar como un tipo de problemas de análisis de decisiones de criterios múltiples con múltiples partes interesadas. La presente investigación propone un modelo para la selección de servicios en la nube teniendo en cuenta el consenso y el uso de números neutrosóficos de valor único para la representación de indeterminación. El modelo propuesto se compone de ocho actividades, incluye mecanismos de búsqueda automática para áreas de conflicto y recomendaciones a los expertos para acercar sus preferencias. Finalmente se presenta un ejemplo ilustrativo que corrobora la aplicabilidad del modelo.

PALABRAS CLAVES: Cloud Computing, Análisis de Decisiones; Consenso; Números Neutrosófico.

1. INTRODUCCIÓN

La computación en la nube está experimentando una fuerte adopción en el mercado y se espera que esta tendencia continúe [1]. Producto a la diversidad de proveedores de servicios en la nube, es un desafío muy importante para las organizaciones seleccionar los servicios en la nube apropiados que puedan cumplir sus requisitos, ya que se deben cumplir numerosos criterios en el proceso de selección de servicios en la nube y participan diversos interesados. Por lo tanto, el proceso de selección de servicios en la nube se puede considerar como un tipo de problemas de análisis de decisiones de múltiples expertos con múltiples criterios [2-3]. El presente trabajo propone un modelo de apoyo al tomador de decisiones para evaluar diferentes servicios en la nube. Se proporciona un análisis de decisión neutrosófico de criterios múltiples que incluye un proceso de consenso. Para demostrar la pertinencia del modelo propuesto se presenta un ejemplo ilustrativo. La neutralidad es una teoría matemática desarrollada por Florentín Smarandache para tratar la indeterminación [4-6]. Ha sido la base para el desarrollo de nuevos métodos para manejar información indeterminada e inconsistente como los

¹ uq.luismolina@uniandes.edu.ec

conjuntos neutrosóficos y la lógica neutrosófica, especialmente utilizada en los problemas de toma de decisiones [7-8]. Debido a la naturaleza imprecisa de las evaluaciones lingüísticas, se han desarrollado nuevas técnicas. Los conjuntos neutrosóficos de un solo valor por sus siglas en inglés (*Single valued neutrosophic sets* SVNS) [9] para el manejo de información indeterminada e inconsistente es un enfoque relativamente nuevo. La presente investigación desarrolla un nuevo modelo para la selección del servicio en la nube basado en números neutrosóficos de un solo valor (número SVN) que permite el uso de variables lingüísticas [9-10]. Los sistemas complejos y el proceso de decisión en grupo hacen que sea recomendable desarrollar un proceso de consenso [11-14]. El consenso se define como un estado de acuerdo entre los miembros de un grupo. Un proceso de obtención de consenso es un proceso iterativo que comprende varias rondas en las que los expertos adaptan sus preferencias [13].

Este documento está estructurado de la siguiente manera: la Sección 2 revisa algunos conceptos preliminares sobre el análisis de decisión neutrosófica y el proceso de consenso. En la Sección 3, se presenta un modelo para seleccionar los servicios de computación en la nube basados en números neutrosóficos de valor único y en el proceso de consenso. La sección 4 muestra un ejemplo ilustrativo del modelo propuesto. El documento termina con conclusiones y recomendaciones de trabajo futuros.

2. PRELIMINARES

En esta sección, primero proporcionamos una breve revisión del análisis de decisiones de multicriterio neutrosófico, el proceso de consenso y la computación en la nube.

2.1. Análisis de decisión multicriterio neutrosófico.

La lógica difusa fue inicialmente propuesta por Zadeh [15], para ayudar a modelar el conocimiento de una manera más natural. La idea básica es la noción de la relación de pertenencia que toma valores de verdad en el intervalo $[0,1]$ [16].

K. Atanassov [17] introdujo el conjunto difuso intuicionista por sus siglas en inglés (*Intuitionistic fuzzy set* IFS) como un universo con una generalización de los conjuntos difusos. En IFS, además del grado de pertenencia ($\mu_A(x) \in [0,1]$) de cada elemento $x \in X$ a un conjunto A , se consideró un grado de no pertenencia $\nu_A(x) \in [0,1]$, tal como se muestra en la ecuación 1:

$$\forall x \in X, \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1 \quad (1)$$

El conjunto neutrosófico (NS) introdujo el grado de indeterminación (i) como componente independiente [6]. El valor de verdad en el conjunto neutrosófico es el siguiente [18]:

Sea N un conjunto definido como: $N = \{(T, I, F) : T, I, F \subseteq [0,1]\}$, una valoración neutrosófica n es un mapeo del conjunto de fórmulas proposicionales a N , es decir para cada oración p tenemos $v(p) = (T, I, F)$.

El conjunto neutrosófico de valor único (SVNS) [9] se desarrolló para facilitar las aplicaciones en el mundo real de los operadores de conjuntos neutrosóficos y teóricos de conjuntos. Un conjunto neutrosófico de valor único es un caso especial de conjunto neutrosófico propuesto como una generalización de conjuntos difusos intuicionistas para tratar información incompleta.

Los números neutrosóficos de valor único (número SVN) se denotan por $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0,1]$ y $a + b + c \leq 3$ [19]. En los problemas del mundo real, a veces podemos usar términos lingüísticos como "bueno", "malo" para obtener preferencias sobre una alternativa y no podemos usar algunos números para expresar información cualitativa. Algunos modelos clásicos de decisión multicriterio [20] se han adaptado a los neutrosóficos, por ejemplo, AHP [21], TOPSIS [22] y DEMATEL [23].

2.2. Proceso para el logro de consenso

El consenso es un área activa de investigación en campos como la toma de decisiones grupales y el aprendizaje [24-25]. Un proceso de alcance constante se define como un proceso dinámico e iterativo compuesto por varias rondas en las que los expertos expresan, discuten y modifican sus opiniones o preferencias [13], [26]. El proceso generalmente es supervisado por un moderador como se muestra en la Figura 1, que ayuda a los expertos a acercar sus preferencias a los demás.

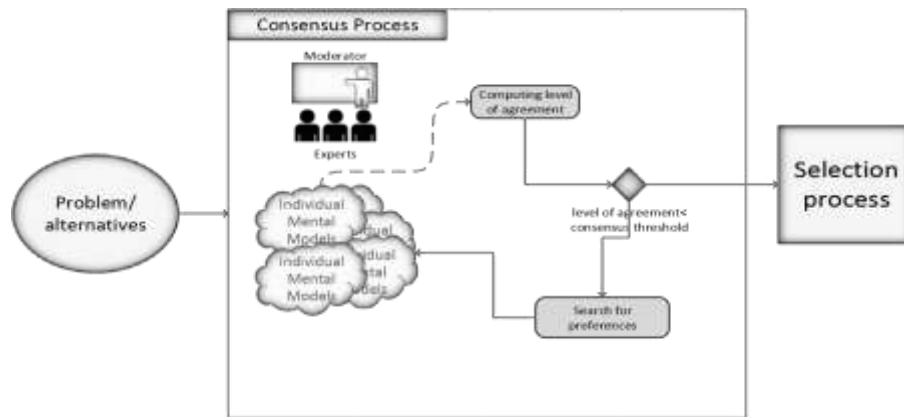


Figura 1. Fases del proceso de consenso supervisado por el moderador [26].

Un enfoque frecuente del modelado por consenso implica la agregación de preferencias y el cálculo de las diferencias individuales con ese valor [27]. En cada ronda, el moderador ayuda a acercar las opiniones con discusiones y consejos a expertos para cambiar las preferencias en el caso [12]. Un consenso previo a la toma de decisiones grupales permite la discusión y el cambio de preferencias para ayudar a alcanzar un estado de acuerdo que satisfaga a los expertos. Los puntos de vista consensuales obtenidos de este proceso proporcionan una base estable para la toma de decisiones [26].

2.2. Servicios de computación en la nube

La computación en la nube se ha convertido en un paradigma para entregar recursos a pedido como infraestructura, plataforma, software, entre otros, a clientes similares a otros servicios públicos. Tradicionalmente, las pequeñas y medianas empresas (PYMES) tenían que hacer una gran inversión de capital para adquirir infraestructura de software / TI, desarrolladores calificados y administradores de sistemas, lo que se traduce en un alto costo de propiedad. La computación en la nube tiene como objetivo brindar servicios virtuales para que los usuarios puedan acceder a ellos desde cualquier parte del mundo mediante suscripción a costos competitivos para las PYME [28].

Debido a la rápida expansión de la computación en la nube, se han desarrollado muchos servicios en la nube [29]. Por lo tanto, dada la diversidad de ofertas de servicios en la nube, un desafío importante para los clientes es descubrir quiénes son los proveedores de la nube "correctos" que pueden satisfacer sus requisitos. Se deben tener en cuenta numerosos criterios en el proceso de selección de los servicios en la nube y participan varias partes interesadas. En consecuencia, el proceso de selección de servicios en la nube se puede considerar como un tipo de problemas de análisis de decisiones de múltiples expertos con múltiples criterios [2-3].

3. PROPUESTA DE MODELO

El objetivo de la presente investigación es desarrollar un modelo para la selección del proveedor de servicios en la nube basado en un proceso de consenso tal como ilustra la Figura 2.

El modelo consta de ocho actividades: Marco de referencia, Recopilación de parámetros, Selección de preferencias, Cálculo del grado de consenso, Control del consenso, Generación del consenso, Clasificación de alternativas y Selección de servicios en la nube.

A continuación, se describe con más detalle el método de decisión propuesto, que muestra el funcionamiento de cada fase.

Actividad 1marco de referencia: En esta actividad, se define el marco de evaluación para el problema de decisión de la selección de servicios en la nube. El marco se establece de la siguiente manera:

$C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ con $n \geq 2$, un conjunto de criterios.

$E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ con $k \geq 2$, un conjunto de expertos.

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ con $m \geq 2$, un conjunto finito de tecnologías de información alternativas a los servicios en la nube.

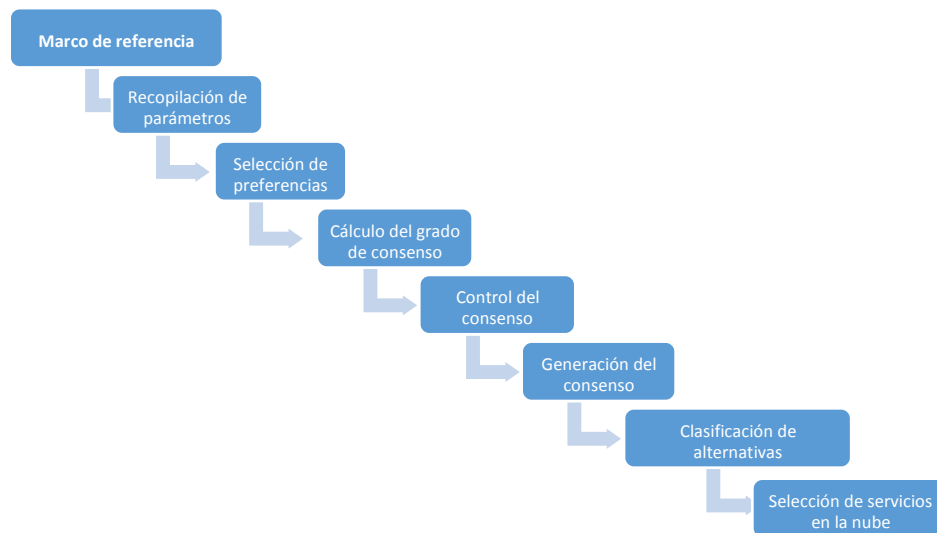


Figura 2: Un modelo para la selección de servicios en la nube.

Criterios y expertos podrían agruparse. El conjunto de expertos proporcionará las evaluaciones del problema de decisión. Los principales criterios para la selección del servicio en la nube se resumen visualmente tal como muestra la Figura 3.

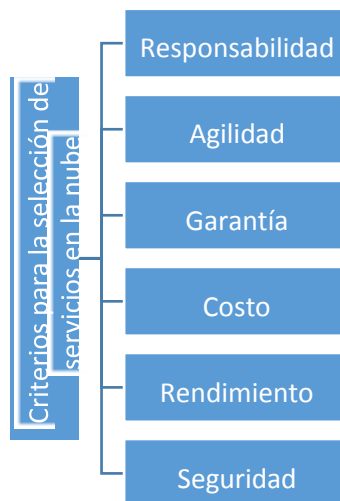


Figura 3. Criterios de selección del servicio en la nube

Actividad 2 recopilaciones de parámetros: Se selecciona la granularidad del término lingüístico. Los parámetros se reúnen para controlar el proceso de consenso: umbral de consenso $\mu \in [0,1]$ y $\text{MAXROUND} \in \mathbb{N}$ para limitar el número máximo de rondas de discusión. También se recopila el umbral de aceptabilidad $\varepsilon \geq 0$, para permitir un margen de aceptabilidad para evitar generar recomendaciones innecesarias.

Actividad 3 selecciones de preferencias: para cada experto, su preferencia se recopila utilizando el conjunto de términos lingüísticos elegido.

En esta actividad, cada experto, e_k proporciona las evaluaciones mediante vectores de evaluación:

$U^K = (v_i, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m)$ (2) La evaluación v_i^k , proporcionada por cada experto e_k , para cada criterio c_i de cada servicio en la nube alternativa x_j , se expresa mediante números SVN.

Actividad 4 cálculos del grado de consenso: se calcula el grado de convenio colectivo normalizado en un rango de valores [0,1].

Para cada par de expertos $e_k, e_t, (k < t)$, un vector de similitud [30], [31] vector $SM_{kt} = (sm_i^{kt})$, $sm_i^{kt} \in [0,1]$, se calcula:

$$sm_i^{kt} = 1 - \left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \left\{ (|t_i^k - t_i^t|)^2 + (|i_i^k - i_i^t|)^2 + (|f_i^k - f_i^t|)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

Se obtiene un vector de consenso $CM = (cm_i)$ agregándose valores de similitud:
 $cm_i = OAG_1(SIM_i)$ (4)

donde OAG_1 es un operador de agregación, $SIM_i = \{sm_i^{12}, \dots, sm_i^{1m}, \dots, sm_i^{(m-1)m}\}$ que representa a todos los pares de expertos ' similitudes en su opinión sobre la preferencia entre (v_i, v_j) y cm_i es el grado de consenso alcanzado por el grupo en su opinión. Finalmente, se computa un grado de consenso general:

$$cg = \frac{\sum_{i=1}^m cm_i}{n} \quad (5)$$

Actividad 5 controle del consenso: el grado de consenso cg se compara con el umbral de consenso (μ). Si $cg \geq \mu$, el proceso de consenso termina; de lo contrario, el proceso requiere discusión adicional. El número de rondas se compara con el parámetro MAXROUND para limitar el número máximo de rondas de discusión.

Actividad 6 generaciones del consenso: cuando $cg < \mu$, los expertos deben modificar las relaciones de preferencias para hacer que sus preferencias se cierren entre sí y aumentar el grado de consenso en la siguiente ronda. La generación de consejos comienza a computar las preferencias colectivas W^c . Este modelo de preferencia colectiva se calcula agregando el vector de referencia de cada experto:

$$W^c = OAG_2(v^1, \dots, v^m) \quad (6)$$

donde OAG_2 es un operador de agregación.

Después de eso, se obtiene un vector de proximidad (PP^k) entre cada uno de los e_k expertos y W^c . Los valores de proximidad, $pp_{ij}^k \in [0,1]$ se calculan como sigue:

$$pp_i^k = 1 - \left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \left\{ (|t_i^k - t_i^c|)^2 + (|i_i^k - i_i^c|)^2 + (|f_i^k - f_i^c|)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Posteriormente, se identifican las relaciones de preferencias para cambiar (CC). Se identifica la relación de preferencia entre los criterios c_i y c_j con grado de consenso bajo el definido (μ):

$$CC = \{w_i^c | cm_i < \mu\} \quad (8) \text{ Después, en función}$$

del CC, se identifican aquellos expertos que deberían cambiar de preferencia. Para calcular una proximidad promedio pp_i^A , las medidas de proximidad son agregadas

$$pp_i^A = OAG_2(pp_i^1, \dots, pp_i^m) \quad (9)$$

donde OAG_2 es un operador de agregación SVN.

Se recomienda a los expertos e_k cuyas $pp_i^k < pp_i^A$ modifiquen su relación de preferencia w_i^k .

Finalmente, las reglas de dirección se verifican para sugerir la dirección de los cambios propuestos. Se ha establecido un umbral $\varepsilon \geq 0$ para evitar generar un número excesivo de consejos innecesarios.

DR 1: Si $v_i^k - w_i^c < -\varepsilon$ entonces e_k debería aumentar su valor de la relación de preferencia v_i .

DR 2: Si $v_i^k - w_i^c > \varepsilon$ entonces e_k debería disminuir su valor de la relación de preferencia v_i . DR 3:

Si $-\varepsilon \leq v_i^k - w_i^c \leq \varepsilon$ entonces e_k no debe modificar el valor de la relación de preferencia v_i .

Los pasos del 3 al 6 se repiten hasta que el consenso alcance el número máximo de rondas.

Actividad 7 calificaciones de las alternativas: el objetivo de esta actividad es obtener una evaluación global para cada alternativa. Teniendo en cuenta la fase anterior, se calcula una evaluación para cada alternativa, utilizando el proceso de resolución seleccionado que permite gestionar la información expresada en el marco de decisión.

En este caso, las alternativas se clasifican según el operador de agregación de promedios ponderados neutrosóficos de un solo valor (SVNWA, por sus siglas en inglés) según lo propuesto por Ye [32] para los SVNS de la siguiente manera [10]:

$$F_w(A_1, A_2, \dots, A_n) = \left(1 - \prod_{j=1}^n \left(1 - T_{A_j}(x) \right)^{w_j}, \prod_{j=1}^n \left(I_{A_j}(x) \right)^{w_j}, \prod_{j=1}^n \left(F_{A_j}(x) \right)^{w_j} \right) \quad (10)$$

donde $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ es el vector de ponderación de $A_j (j = 1, 2, \dots, n)$, $w_n \in [0, 1]$ and $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

Actividad 8 selecciones de servicios en la nube: En esta etapa, las alternativas se clasifican y se elige la mejor función de puntuación [33], [16] [33], [16]. De acuerdo con las funciones de puntuación y precisión de los conjuntos SVN, Se puede generar un orden de clasificación del conjunto de alternativas [34]. Seleccionando las opciones con mayor puntuación.

Para ordenar alternativas se usa una función de puntuación [35]:

$$s(V_j) = 2 + T_j - F_j - I_j \quad (11)$$

Adicionalmente se define una función de precisión:

$$\alpha(V_j) = T_j - F_j \quad (12)$$

Y entonces

1. Si $s(V_j) < s(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , denotado por $V_j < V_i$
2. Si $s(V_j) = s(V_i)$, entonces V_j y V_i son iguales, denotado por $V_j = V_i$
 - a. Si $\alpha(V_j) < \alpha(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , denotado por $V_j < V_i$
 - b. Si $\alpha(V_j) = \alpha(V_i)$, entonces V_j y V_i son iguales, denotado por $V_j = V_i$
1. Si $s(V_j) < s(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , denotado por $V_j < V_i$
2. Si $s(V_j) = s(V_i)$
 - a. Si $\alpha(V_j) < \alpha(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , denotado por $V_j < V_i$
 - b. Si $\alpha(V_j) = \alpha(V_i)$, entonces V_j y V_i son iguales, denotados por $V_j = V_i$

Otra opción es usar la función de puntuación propuesta en [22]:

$$s(V_j) = (1 + T_j - 2F_j - I_j)/2 \quad (13)$$

donde $s(V_j) \in [-1, 1]$.

Si $s(V_j) < s(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , indicado por $V_j < V_i$

De acuerdo con el método de clasificación de la función de puntuación de conjuntos SVN, se puede generar el orden de clasificación del conjunto de alternativas de servicio en la nube y se puede determinar la mejor alternativa.

4. EJEMPLO ILUSTRATIVO

En este estudio de caso, se pregunta a tres expertos $E = \{e_1, e_2, e_3\} (n = 3)$ acerca de sus preferencias. Se utiliza un conjunto de términos lingüísticos con cardinalidad nueve (Tabla 1).

Términos lingüísticos	SVNSs
Excelentemente bueno(EG)	(1,0,0)
Muy muy bueno(VVG)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy bueno (VG)	(0.8,0.15,0.20)
Bueno (G)	(0.70,0.25,0.30)
Medio bueno (MG)	(0.60,0.35,0.40)
Medio (M)	(0.50,0.50,0.50)

Medio malo (MB)	(0.40,0.65,0.60)
Malo (B)	(0.30,0.75,0.70)
Muy malo (VB)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy malo (VVB)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente malo (EB)	(0,1,1)

Tabla 1. Términos lingüísticos utilizados para proporcionar las evaluaciones [22].

El alcance del proceso de consenso se define mediante cinco criterios $C = (c_1, \dots, c_5)$ que se muestran en la Tabla 2.

Nodo	Descripción
A	Responsabilidad
B	Agilidad
C	Garantía
D	Costo
E	Rendimiento
F	Seguridad

Tabla 2. Criterios para la selección del servicio en la nube

Los parámetros utilizados en este estudio de caso se muestran en la Tabla 3

Umbral de consenso	$\mu = 0.9$
Número máximo de rondas de discusión	$MAXROUND = 10$
Umbral de aceptabilidad	$\varepsilon = 0.15$

Tabla 3. Parámetros definidos

Inicialmente, los expertos proporcionan las siguientes preferencias.

	A	B	C	D	E
E1	G	M	B	G	B
E2	VG	VG	M	G	VB
E3	G	G	G	G	VG

Tabla 4. Ronda de preferencias 1

Primera ronda

Se obtienen vectores de similitud.

$$S^{12} = [0.9, 0.682, 0.782, 1, 0.9]$$

$$S^{13} = [1, 0.782, 0.564, 1, 0.465]$$

$$S^{23} = [0.9, 0.9, 0.782, 1, 0.365]$$

El vector de consenso $CV = [0.933, 0.676, 0.79, 1, 0.577]$ Finalmente, se computa un grado de consenso general: $cg = 0.795$

Debido a que $cg = 0.795 < \mu = 0.9$, se activa la generación de consejos.

Las preferencias colectivas se calculan utilizando el operador SVNWA, dando en este caso la misma importancia a cada experto $W^k = [(0.64, 0.246, 0.377), (0.591, 0.303, 0.427), (0.437, 0.492, 0.578), (0.62, 0.287, 0.416), (0.428, 0.495, 0.587)]$

Los vectores de proximidad se calculan α

$$PP^1 = [0.944, 0.68, 0.817, 0.916, 0.823]$$

$$PP^2 = [0.852, 0.801, 0.942, 0.916, 0.632]$$

$$PP^3 = [0.944, 0.899, 0.739, 0.916, 0.632]$$

Luego se identifican las preferencias de cambio (CC) (11).

$$CC = \{W_i | cv_i < 0.9\} = \{w_2, w_3, w_5\}$$

La proximidad promedio para este valor se calcula de la siguiente manera:

$$(pp_2^A = 0.793, pp_3^A = 0.833, pp_5^A = 0.696)$$

Los valores de proximidad para cada experto en preferencias $\{w_2, w_3, w_5\}$ son los siguientes:

$$\begin{aligned} & (pp_2^1 = 0.68, pp_3^1 = 0.817, pp_5^1 = 0.823) \\ & (pp_2^2 = 0.81, pp_3^2 = 0.942, pp_5^2 = 0.632) \\ & (pp_2^3 = 0.899, pp_3^3 = 0.739, pp_5^3 = 0.632) \end{aligned}$$

Los conjuntos de preferencias a $pp_i^k < pp_i^A$ cambiar () son:

$$\{v_2, v_3, v_5, v_3, v_{3,2,3}\}$$

De acuerdo con la regla DR1, los expertos están obligados a aumentar las siguientes relaciones: $\{v_3^1, v_4^2\}$,

De acuerdo con la regla DR2, los expertos están obligados a disminuir las siguientes relaciones: $\{v_3^3, v_5^3\}$,

y de acuerdo con la regla DR3, estas relaciones no deben ser cambiadas: $\{v_2^1\}$.

Segunda ronda

De acuerdo con los consejos anteriores, los expertos implementaron cambios y las nuevas preferencias obtenidas

	A	B	C	D	E
E1	G	M	M	G	B
E2	VG	VG	M	G	B
E3	G	G	M	G	B

Tabla 4. Preferencias Ronda 2.

Se obtienen nuevamente vectores de similitud:

$$S^{12} = [0.9, 0.682, 1, 1, 1]$$

$$S^{13} = [1, 0.782, 1, 1, 1]$$

$$S^{23} = [0.9, 0.9, 1, 1, 1]$$

El vector de consenso CV = [0.933, 0.676, 1, 1, 1]

Finalmente, se computa un grado de consenso general: $cg = 0.922$

Debido a que $cg = 0.93 > \mu = 0.9$, se alcanza el nivel de consenso deseado.

5. CONCLUSIONES

La rápida expansión de la computación en la nube ha provocado el desarrollo de muchos servicios en la nube. Dada la diversidad de las ofertas de servicios en la nube, un desafío importante para los clientes es descubrir quiénes son los proveedores de la nube "correctos" que pueden satisfacer sus requisitos con numerosos criterios que deben considerarse en el proceso de selección y con las diversas partes interesadas involucradas. Por lo tanto, el proceso de selección de servicios en la nube se puede considerar como un tipo de problemas de análisis de decisiones de múltiples expertos con múltiples criterios. Un proceso de consenso permite desarrollar un proceso de decisión de grupo con mayor fiabilidad.

Los conjuntos neutrosóficos y su aplicación a la toma de decisiones de múltiples atributos se han convertido en un tema de gran importancia para los investigadores y los profesionales. La presente investigación obtuvo como resultado un nuevo modelo para selección de servicios en la nube teniendo en cuenta el consenso y el uso de números neutrosóficos de valor único para la representación de indeterminación.

El modelo propuesto se compone de ocho actividades, incluye mecanismos de búsqueda automática para áreas de conflicto y recomendaciones a los expertos para acercar sus preferencias. Este modelo abre el camino al desarrollo y aplicación de modelos de consenso en ambiente neutrosóficos permitiendo aumentar la fiabilidad en las recomendaciones brindadas por los modelos de decisión.

Se aplicó un ejemplo demostrativo para demostrar la aplicabilidad del modelo propuesto.

Los trabajos adicionales se concentrarán en extender el modelo para tratar con información heterogénea y el desarrollo de una herramienta de software. Adicionalmente, se desarrollarán nuevas medidas de consenso basadas en la teoría neutrosófica y su aplicación a la computación con palabras.

RECEIVED: NOVEMBER, 2019

REVISED: FEBRUARY, 2020

REFERENCIAS

- [1] ABDEL-BASSET, M. (2018): A hybrid approach of neutrosophic sets and DEMATEL method for developing supplier selection criteria, **Design Automation for Embedded Systems**, 8, 1-22.
- [2] ABDEL-BASSET, M., M. MOHAMED, and F. SMARANDACHE. (2018): An Extension of Neutrosophic AHP–SWOT Analysis for Strategic Planning and Decision-Making. *Symmetry*, 10, 116. [3] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M., and CHANG, V. (2018): NMCDA: A framework for evaluating cloud computing services. **Future Generation Computer Systems**, 86, 12-29.
- [4] ALAVA, M. V., FIGUEROA, S. P. D., ALCIVAR, H. M. B., and VÁZQUEZ, M. L. (2018): Single Valued Neutrosophic Numbers and Analytic Hierarchy Process for Project Selection. **Neutrosophic Sets and Systems**, 21.
- [5] BISWAS, P., PRAMANIK, S., and GIRI, B. C. (2016): TOPSIS method for multi-attribute group decision-making under single-valued neutrosophic environment. **Neural computing and Applications**, 27, 727-737.
- [6] BRYSON, N., MOBOLURIN, A., and JOSEPH, A. (1997): Generating consensus fuzzy cognitive maps. Paper presented at the Proceedings **Intelligent Information Systems. IIS'97**.
750
- [7] COSTA, P., SANTOS, J. P., and DA SILVA, M. M. (2013): Evaluation criteria for cloud services. Paper presented at the 2013 **IEEE Sixth International Conference on Cloud Computing**.
- [8] DEL MORAL, M. J., CHICLANA, F., TAPIA, J. M., and HERRERA-VIEDMA, E. (2018): A comparative study on consensus measures in group decision making. **International Journal of Intelligent Systems**, 33, 1624-1638.
- [9] DELGADO, C. F. M., VERA, P. J. M., and NORY ANALIDHIA PINELA MORAN, M. (2016): Las habilidades del marketing como determinantes que sustentaran la competitividad de la Industria del arroz en el cantón Yaguachi: **Infinite Study**.
- [10] DELI, I. (2015): Linear weighted averaging method on SVN-sets and its sensitivity analysis based on multi-attribute decision making problems.
- [11] DIAS, R. B., CHOEZ, W. O., ALCIVAR, I. M., and AGUILAR, W. O. (1974): Neutrosophy for software requirement prioritization. **Neutrosophic Sets and Systems**, 93, 123-146.
- [12] GARG, S. K., VERSTEEG, S., and BUYYA, R. (2013): A framework for ranking of cloud computing services. **Future Generation Computer Systems**, 29, 1012-1023.
- [13] HERRERA-VIEDMA, E., CABRERIZO, F. J., PÉREZ, I. J., COBO, M. J., ALONSO, S., and HERRERA, F. (2011): Applying linguistic OWA operators in consensus models under unbalanced linguistic information. **Recent Developments in the Ordered Weighted Averaging Operators. Theory and Practice**, 167-186, Springer, Berlin.
- [14] IAKOVIDIS, D. K., and PAPAGEORGIOU, E. (2011): Intuitionistic Fuzzy Cognitive Maps for Medical Decision Making. *Information Technology in Biomedicine*, **IEEE Transactions on**, 15, 100-107. doi: 10.1109/TITB.2010.2093603
- [15] KLIR, G. J., and YUAN, B. (1995): **Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications**. Upper Saddle River, 563, N. York.
- [16] LEYVA, M. (2018): A framework for PEST analysis based on fuzzy decision maps. **ESPACIOS**, 39, 116-129.
- [17] LIU, P., and LI, S. (2017): Some neutrosophic uncertain linguistic number Heronian mean operators and their application to multi-attribute group decision making. **Neural Computing and Applications**, 28, 10791093.
- [18] LIU, P., and LI, H. (2017): Multiple attribute decision-making method based on some normal neutrosophic Bonferroni mean operators. **Neural computing and Applications**, 28, 179-194.
- [19] LIU, P., and TENG, F. (2018): Multiple attribute decision making method based on normal neutrosophic generalized weighted power averaging operator. **International Journal of Machine Learning and Cybernetics**, 9, 281-293.
- [20] MA, Y., ZHOU, W., and WAN, Q. (1974): Covering-Based Rough Single Valued Neutrosophic Sets. **Neutrosophic Sets and Systems**, 3.

- [21] MATA, F. (2006): **Modelos para Sistemas de Apoyo al Consenso en Problemas de Toma de Decisión en Grupo definidos en Contextos Lingüísticos Multigranulares**. Doctoral Thesis.
- [22] MATA, F., MARTÍNEZ, L., and HERRERA-VIEDMA, E. (2009): An adaptive consensus support model for group decision-making problems in a multigranular fuzzy linguistic context. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 17, 279-290.
- [23] MODAL, K., and PRAMANIK, S. (2015): Neutrosophic Tangent Similarity Measure and Its Application to Multiple Attribute Decision Making.
- [24] PÉREZ-TERUEL, K., LEYVA-VÁZQUEZ, M., and ESTRADA-SENTÍ, V. (2015): Mental models consensus process using fuzzy cognitive maps and computing with words. **Ingeniería y Universidad**, 19, 173-188.
- [25] PRAMANIK, S., MALLICK, R., and DASGUPTA, A. (2018): **Contributions of selected indian researchers to multi attribute decision making in neutrosophic environment: an overview**. Infinite Study.
- [26] ŞAHİN, R., and M. YİĞİDER. (2014): A Multi-criteria neutrosophic group decision making method based TOPSIS for supplier selection. **arXiv preprint arXiv: 1412.5077**.
- [27] SENGE, P. (2005): **La Quinta Disciplina En La Practica/Fifth Discipline In The Practice**. Ediciones Granica SA.
- [28] SMARANDACHE, F. (1999): **A unifying field in Logics: Neutrosophic Logic Philosophy** 1-141, American Research Press.751
- [29] SMARANDACHE, F. (2005): **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**. Infinite Study.
- [30] SMARANDACHE, F., and LEYVA-VÁZQUEZ, M. (2018): **Fundamentos de la lógica y los conjuntos neutrosóficos y su papel en la inteligencia artificial**. Infinite Study.
- [31] SMARANDACHE, F., and PRAMANIK, S. (2016): **New trends in neutrosophic theory and applications Vol. 1**, Infinite Study.
- [32] WEEDEN, S., and VALIENTE, T. (2012): Cloud computing: Every silver lining has a cloud. **Citi Research**, 1-116.
- [33] YE, J. (2014): A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems**, 26, 2459-2466.
- [34] YE, J., and ZHANG, Q. (2014): Single valued neutrosophic similarity measures for multiple attribute decision making. **Neutrosophic Sets and Systems**, 2, 48-54.
- [35] ZADEH, L. A. (1965): Fuzzy sets. **Information and Control**, 8, 338-353.

NÚMEROS NEUTROSÓFICOS DE VALOR ÚNICO Y PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO PARA LA DISCRIMINACIÓN DE PROYECTOS

Ariel Romero Fernández^{1*}, Rogelio Meléndez Carballido**, Alexandra Andino Herrera**

* Universidad Regional Autónoma de los Andes, Ambato, Tungurahua, Ecuador

** Universidad Regional Autónoma de los Andes, Santo Domingo, Santo Domingo de los Tsáchilas, Ecuador

ABSTRACT

Neutrosophic sets and their application in support of decision-making have become a topic of paramount importance. In this document, a new model for decision-making is presented for the selection of projects based on single-value neutrosophic numbers (SVN numbers) and the analytical hierarchical process (AHP). The proposed framework consists of five activities: reference framework, criteria weighting, information gathering, classification of alternatives and project selection. The project alternatives are classified according to the aggregation operator and the classification of the alternatives is based on the scoring and precision functions. The AHP method that allows a correct weighting of the different criteria involved is included. In addition, the common decision resolution scheme is used to help decision makers reach a reliable decision by providing methodological support. A case study is developed showing the applicability of the proposal for the selection of information technology projects. Further works will focus on extending the proposal for group decision making and developing a software tool.

KEYWORDS: Decision Analysis, SVN Numbers, analytic hierarchy process, project selection.

RESUMEN

Los conjuntos neutrosóficos y su aplicación en apoyo a la toma de decisiones se han convertido en un tema de gran importancia. En este documento, se presenta un nuevo modelo para la toma de decisiones en la selección de proyectos basado en números neutrosóficos de valor único (números SVN) y el proceso jerárquico analítico (AHP). El marco propuesto se compone de cinco actividades: marco de referencia, ponderación de criterios, recopilación de información, clasificación de alternativas y selección de proyectos. Las alternativas del proyecto se clasifican según el operador de agregación y la clasificación de las alternativas se basan en las funciones de puntuación y precisión. Se incluye el método AHP que permite una ponderación correcta de los diferentes criterios involucrados. Además, se utiliza el esquema de resolución de decisión común para ayudar a los responsables de la toma de decisiones a llegar a una decisión confiable brindando apoyo metodológico. Se desarrolla un caso de estudio que muestra la aplicabilidad de la propuesta para la selección de proyectos de tecnologías de la información. Otros trabajos se concentrarán en extender la propuesta para la toma de decisiones grupales y desarrollar una herramienta de software.

PALABRAS CLAVE: Análisis de decisiones, números SVN, proceso analítico jerárquico, selección de proyectos.

INTRODUCCIÓN

La lógica difusa o lógica multivalor se basa en la teoría de conjuntos difusos propuesta por Zadeh [1], para ayudar a modelar el conocimiento de una manera más natural. La idea básica es la noción de la relación de pertenencia que toma valores de verdad en el intervalo cerrado de números reales $[0, 1]$ [2]. K. Atanassov introdujo el conjunto difuso intuicionista (IFS) en un universo como una generalización de los conjuntos difusos [3]. En IFS, además del grado de pertenencia ($\mu_A(x) \in [0,1]$) de cada elemento $x \in X$ a un conjunto A , se consideró un grado de no pertenencia $\nu_A(x) \in [0,1]$, tal que:

$$\forall x \in X \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1 \quad (1)$$

Más tarde, el conjunto neutrosófico (NS) fue introducido por F. Smarandache, quien presentó el grado de indeterminación (i) como componente independiente [4].

El análisis de decisiones es una disciplina cuyo objetivo es calcular una evaluación general que resume la información recopilada y proporciona información útil sobre cada elemento evaluado [5]. En la toma de decisiones del mundo real, se presentan incertidumbres y se recomienda el uso de información lingüística para modelar y gestionar dicha incertidumbre [6].

¹ dir.investigacion@uniandes.edu.ec

Los expertos se sienten más cómodos proporcionando su conocimiento utilizando términos cercanos a la forma en que los seres humanos usan [7] por medio de variables lingüísticas. Una variable lingüística es una variable cuyos valores son palabras o frases en un lenguaje natural o artificial [8].

Debido a la naturaleza imprecisa de las evaluaciones lingüísticas, se han desarrollado nuevas técnicas. Los conjuntos neutrosóficos de valor único (SVNS) [9] para el manejo de información indefinida e inconsistente es un enfoque relativamente nuevo. En este documento, se desarrolla un nuevo modelo de selección de proyecto basado en un número neutrosófico de valor único (número SVN) que permite el uso de variables lingüísticas [10, 11] y el proceso jerárquico analítico (AHP) para los criterios de ponderación según su importancia [12]. Los criterios de ponderación son importantes en los problemas de toma de decisiones. En algunas propuestas similares se da peso pero no se explica ningún método [13] o [14]. Además, el esquema común de resolución de decisiones para ayudar a los decisores a alcanzar una decisión confiable se usa para brindar un apoyo metodológico sólido.

Este documento está estructurado de la siguiente manera: la Sección 2 revisa algunos conceptos preliminares sobre el marco de análisis de decisión, los números SVN y el método AHP para encontrar el peso de los atributos. En la Sección 3, un marco de análisis de decisiones basado en números SVN para la selección de proyectos. La sección 4 muestra un caso de estudio del modelo propuesto. El documento termina con conclusiones y recomendaciones de trabajo adicionales.

PRELIMINARES

En esta sección, primero proporcionamos una breve revisión de un esquema de decisión general, el uso de información lingüística mediante números SVN para la selección de proyectos y el Proceso Jerárquico Analítico.

Esquema de decisión

El análisis de decisiones es una disciplina cuyo objetivo es ayudar a quienes toman las decisiones a alcanzar una decisión confiable.

Un esquema común de resolución de decisiones consta de las siguientes fases [6, 15]: □

Identificar decisiones y objetivos.

- Identificar alternativas.
- Marco de referencia.
- Recopilación de información.
- Valoración de las alternativas.
- Elegir la(s) alternativa(s):
- Análisis sensible.
- Tomar una decisión.

Durante la fase marco de referencia, se definen las estructuras y elementos del problema de decisión. Los expertos proporcionan información, de acuerdo con el marco definido.

La información suministrada por los expertos se agrega luego en la fase de calificación para obtener un valor colectivo de alternativas. En la fase de calificación, es necesario llevar a cabo un proceso de resolución para calcular las evaluaciones colectivas para el conjunto de alternativas, utilizando operadores de agregación [16].

Los operadores de agregación son importantes en la toma de decisiones. El operador de agregación, $\oplus$, es una función con la siguiente forma:

$$\oplus: N \rightarrow N$$

(2)

Algunos ejemplos de operadores son la media de Bonferroni, que es un operador de agregación muy útil, y puede considerar las correlaciones entre los argumentos agregados [18-20], el operador geométrico ponderado [21, 22], las medias Heronianas para considerar las interrelaciones entre los parámetros [23, 24] y el operador de agregación Heroniano [25] entre otros.

La selección de proyectos es un problema de decisión multicriterio [26]. Este hecho hace que el proceso de selección de proyectos de sistemas de información sea adecuado para el modelo de esquema de análisis de decisión.

Números SVN

La neutrosofía es una teoría matemática desarrollada por Florentín Smarandache para tratar la indeterminación. [27]. Ha sido la base para el desarrollo de nuevos métodos para manejar información

indeterminada e inconsistente como los conjuntos neutrosóficos y la lógica neutrosófica y, especialmente, en los problemas de toma de decisiones [28, 29][26].

El valor de verdad en el conjunto neutrosófico es el siguiente [27]:

Sea N un conjunto definido como: $N = \{(T, I, F) : T, I, F \subseteq [0, 1]\}$, una valoración neutrosófica n es un mapeo del conjunto de fórmulas proposicionales, es decir que para cada sentencia p tenemos $v(p) = (T, I, F)$.

El conjunto neutrosófico de valor único (SVNS) [9] se desarrolló con el objetivo de facilitar las aplicaciones en el mundo real de los conjuntos de neutrosóficos y los operadores de conjuntos teóricos. Un conjunto neutrosófico de valor único es un caso especial de conjunto neutrosófico, propuesto como una generalización de los conjuntos clásicos, conjuntos difusos y conjuntos difusos intuicionistas para tratar información incompleta [10].

Un conjunto neutrosófico de valor único (SVNS) se define de la siguiente manera (Definición 1) [9]:
Definición 1: Sea X un universo de discurso. Un conjunto neutrosófico de valor único A sobre X es un objeto que tiene la forma de:

$$A = \{ (x, (u_A(x), r_A(x), v_A(x))) : x \in X \} \quad (3)$$

Donde $u_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$, $r_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ y $v_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ con $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todos los $x \in X$. Los intervalos $u_A(x)$, $r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan el grado de pertenencia de verdad, el grado de pertenencia de indeterminación y el grado de pertenencia de falsedad de x al conjunto A respectivamente.

Los números neutrosóficos de valor único (número SVN) se denotan por $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0, 1]$ y $a+b+c \leq 3$.

Las alternativas se clasifican frecuentemente según la distancia de Euclidiana en SVN [28-30].

Definición 2: Sea $A^* = (A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*)$ un vector de n números SVN tal que $A_j^* = (a_j^*, b_j^*, c_j^*)$ $j=1, 2, \dots, n$ y $B_i = (B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{im})$ ($i=1, 2, \dots, m$) sean m vectores de n números SVN tales que $B_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ ($i=1, 2, \dots, m$), ($j=1, 2, \dots, n$). Entonces la medida de separación entre B_i 's y A^* se define como sigue:

$$= \left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \left\{ (|a_{ij} - a_j^*|)^2 + (|b_{ij} - b_j^*|)^2 + (|c_{ij} - c_j^*|)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

($i=1, 2, \dots, m$)

En [31] se pueden encontrar algunas medidas de similitud de vectores híbridos y medidas de similitud de vectores híbridos ponderados para conjuntos neutrosóficos de valor único e intervalo.

En los problemas del mundo real, a veces podemos usar términos lingüísticos como "bueno", "malo" para describir el estado o el rendimiento de una alternativa y no podemos usar algunos números para expresar información cualitativa [32].

El modelo lingüístico de 2 tuplas [33] podría usarse para información cualitativa pero carece de indeterminación. En este documento, el concepto de variables lingüísticas [34] se usa por medio de números neutrosóficos de valor único [29] para desarrollar un marco para el apoyo a la decisión debido al hecho de que proporciona modelos computacionales adecuados para tratar la información lingüística [34] en la decisión permitiendo incluir el manejo de lo indeterminado e inconsistente en la selección de proyectos.

El método AHP

El Proceso Jerárquico Analítico (AHP) es una técnica creada por Tom Saaty [35] para tomar decisiones complejas. Los pasos para implementar el modelo de AHP son [36]:

1. Descomponer el problema en una jerarquía de objetivos, criterios, subcriterios y alternativas.
2. Recopilar datos de expertos o decisores correspondientes a la estructura jerárquica, comparando por pares las alternativas en una escala cualitativa.
3. Asignar un peso a los criterios y subcriterios.
4. Calcular la puntuación para cada una de las alternativas a través de la comparación por pares. Una de las grandes ventajas del proceso jerárquico analítico es su simplicidad. Independientemente de la cantidad de criterios involucrados en la toma de decisiones, el método AHP solo requiere comparar un par de elementos. Otra ventaja importante es que permite la inclusión de variables tangibles como el costo, el tiempo y las variables intangibles como comodidad, belleza en la decisión [37].

La ponderación de los criterios es importante para la toma de decisiones. En algunos ejemplos se da una ponderación, pero no se explica ningún método [13, 38] o [14]. En este trabajo, la integración del modelo AHP con la selección de proyectos permite asignar un peso a cada uno de los criterios involucrados, más a tono con la realidad y, por lo tanto, más confiables.

MARCO PROPUESTO

Nuestro objetivo es desarrollar un marco para la selección de proyectos basado en números SVN y el método AHP. El modelo se ha adaptado del esquema de decisión común mostrado en la Fig. 1.

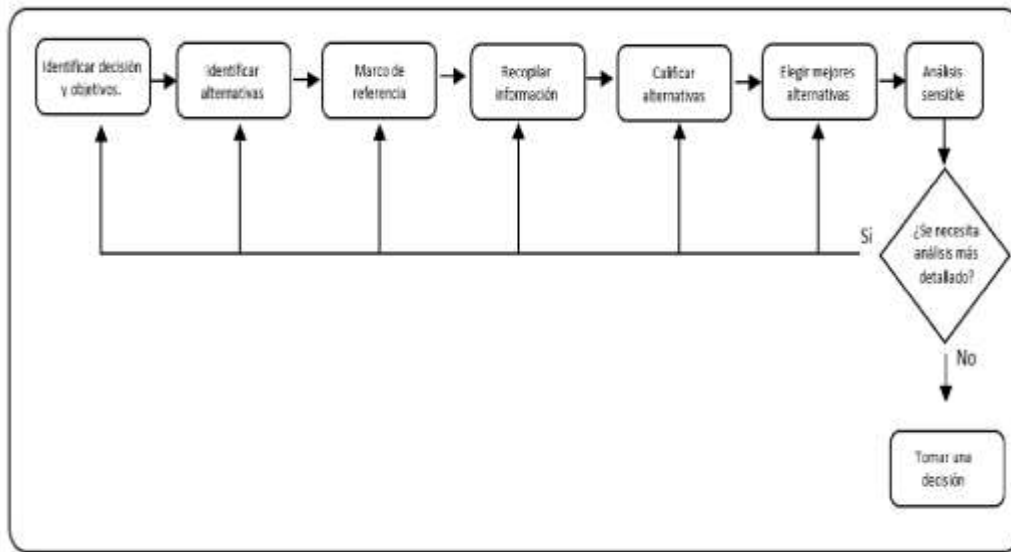


Figura 1: Esquema de resolución de decisiones.

El modelo se compone de las siguientes fases (fig. 2).

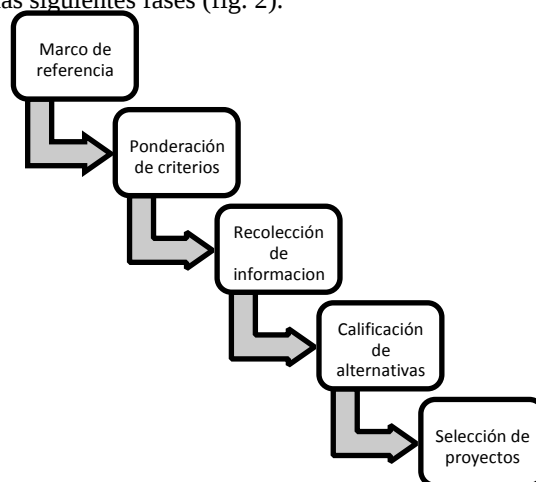


Figura 2: Marco para la selección de proyectos.

El marco propuesto está compuesto por cinco actividades:

- Marco de referencia
- Ponderación de criterios
- Recopilación información, □ Calificación de alternativas □ Selección de proyectos.

A continuación, se describe con más detalle el método de decisión propuesto, mostrándose el funcionamiento de cada fase.

Marco de referencia

En esta fase, el marco de evaluación, se define el problema de decisión de la selección de proyectos. El marco se establece de la siguiente manera:

- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ con $n \geq 2$, un conjunto de criterios.
- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ con $k \geq 1$, un conjunto de expertos.
- $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ con $m \geq 2$, un conjunto finito de alternativas de proyectos de tecnologías de la información.

Criterios y expertos podrían agruparse. El conjunto de expertos proporcionará las evaluaciones del problema de decisión. **Ponderación de criterios**

El primer paso en un análisis de AHP es construir una jerarquía, también llamada modelado de decisión, y consiste simplemente en construir una jerarquía para analizar la decisión.

El segundo paso en el proceso de AHP es derivar los pesos relativos para los criterios. Se llama relativo porque los criterios obtenidos se miden entre sí mediante la escala de comparación de Saaty (Tabla I).

Juicio verbal	Valor numérico
Extremadamente importante	9
	8
Muy fuertemente más importante	7
	6
Fuertemente más importante	5
	4
Moderadamente más importante	3
	2
Igualmente importante	1

Tabla I. Escala de comparación por pares de Saaty

En base a las respuestas de los expertos, se deriva una matriz de preferencias para cada encuestado para cada criterio involucrado en la decisión con el siguiente formato.

Objetivo	Criterio1	Criterio 2	...	Criterio n
Criterio 1				
Criterio 2				
...				
Criterio n				

Tabla II. Matriz de comparación de criterios por pares

Las celdas en las matrices de comparación tendrán un valor de la escala numérica que se muestra en la Tabla I, para reflejar la preferencia relativa también llamada juicio de intensidad o simplemente juicio en cada uno de los pares comparados [37].

Si a_{ij} es el elemento de la fila i columna j de la matriz, entonces la diagonal inferior se llena con la siguiente fórmula:

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \quad (5)$$

Tenga en cuenta que todos los elementos de la matriz de comparación son positivos, $a_{ij} > 0$.

Para calcular los pesos de los criterios, el método aproximado se considera el más simple. El método aproximado para AHP requiere la normalización de la matriz de comparación, agregando los valores en cada columna. A continuación, cada celda se divide por el total de la columna.

Se propone otro enfoque en [39] basado en las medias geométricas de fila de la matriz de comparación por pares:

$$w_i = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}}{\sum_{i=1}^n \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}} \quad (6)$$

Saaty [40] propuso el método de valor propio calculando el vector propio principal w' . Este vector corresponde al valor propio más grande, λ_{max} de la matriz D, como sigue:

$$Dw' = \lambda_{max} w' \quad (7)$$

Se han desarrollado algunos debates, pero no hay una conclusión clara sobre el mejor método para determinar el peso.

Una vez que se han ingresado los juicios, es necesario verificar que sean consistentes. AHP calcula una relación de consistencia (CR) comparando el índice de consistencia (IC) de la matriz con nuestros juicios versus el índice de consistencia de una matriz aleatoria (RI) [41]:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (8)$$

Se acepta una relación de consistencia (CR) de 0.10 o menos para continuar el análisis de AHP. Si la coherencia es mayor que 0.10, es necesario revisar los juicios para localizar la causa de la inconsistencia y luego corregirla [41].

Recopilación de información

En esta fase, cada experto, e_k proporciona las evaluaciones mediante vectores de evaluación:

$$U = v_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m^k \quad (k = 1, \dots, K) \quad (9)$$

La evaluación v_{ij}^k , proporcionada por cada experto e_k , para cada criterio c_i de cada alternativa de proyecto x_i , se expresa mediante números SVN.

Dado que los humanos pueden sentirse más cómodos usando palabras por medio de etiquetas o términos lingüísticos para articular sus preferencias, las calificaciones de cada alternativa con respecto a cada atributo se dan como variables lingüísticas caracterizadas por números SVN en el proceso de evaluación. La granularidad de las evaluaciones lingüísticas podría variar según la incertidumbre y la naturaleza de los criterios, así como los antecedentes de cada experto.

Calificación de las alternativas

El objetivo de esta fase es obtener una evaluación global para cada alternativa. Teniendo en cuenta la fase previa, se realiza una evaluación para cada alternativa, utilizando el proceso de resolución seleccionado que permite gestionar la información expresada en el marco de decisión.

La información se agrupa seleccionando operadores de agregación para obtener una evaluación global para cada alternativa que resuma la información recopilada.

En este caso, las alternativas se clasifican de acuerdo con el operador de agregación de promedios ponderados neutrosóficos de valor único (SVNWA) que Ye [42] propuso para los SVNS de la siguiente manera [10]:

$$F_w(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle 1 - \prod_{j=1}^n (1 - T_{A_j}(x))^{w_j}, \prod_{j=1}^n (I_{A_j}(x))^{w_j}, \prod_{j=1}^n (F_{A_j}(x))^{w_j} \rangle \quad (10)$$

donde $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ es el vector de ponderación de A_j ($j = 1, 2, \dots, n$), $w_n \in [0, 1]$ y $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

o el operador de agregación de promedios geométricos ponderados neutrosóficos de valor único (G_w) [42]

$$G_w(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle 1 - \prod_{j=1}^n T_{A_j}(x)^{w_j}, \prod_{j=1}^n I_{A_j}(x)^{w_j}, \prod_{j=1}^n F_{A_j}(x)^{w_j} \rangle \quad (11)$$

donde $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ es el vector de ponderación de A_j ($j = 1, 2, \dots, n$), $w_n \in [0, 1]$ and $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

Los pesos (w) en ambos casos se obtienen por el método AHP en la fase 2.

Selección de proyectos

En esta fase se clasifican las alternativas y la función de puntuación [43, 44] elige la más deseable. De acuerdo con las funciones de puntuación y precisión para conjuntos SVN, se puede generar un orden de clasificación del conjunto de alternativas [45, 46]. Seleccionando la(s) opción(es) con puntuaciones más altas.

Para ordenar alternativas se usa una función de puntuación [47]:

$$s(V_j) = 2 + T_j - F_j - I_j \quad (12)$$

Adicionalmente se define una función de precisión:

$$a(V_j) = T_j - F_j \quad (13) \quad Y$$

entonces

1. Si $s(V_j) < s(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , denotado por $V_j < V_i$
2. Si $s(V_j) = s(V_i)$
 - a. Si $a(V_j) < a(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , denotado por $V_j < V_i$
 - b. Si $a(V_j) = a(V_i)$, entonces V_j y V_i son iguales, denotado por $V_j = V_i$

Otra opción es usar la función de puntuación propuesta en [29]:

$$s(V_j) = (1 + T_j - 2F_j - I_j)/2 \quad (14)$$

donde $s(V_j) \in [-1,1]$.

Si $s(V_j) < s(V_i)$, entonces V_j es menor que V_i , denotado por $V_j < V_i$

De acuerdo con el método de clasificación de la función de puntuación de conjuntos SVN, se puede generar el orden de clasificación del conjunto de alternativas del proyecto y se puede determinar la mejor alternativa.

EJEMPLO ILUSTRATIVO

En esta sección, presentamos un ejemplo ilustrativo para mostrar la aplicabilidad del marco propuesto para la selección de proyectos de tecnologías de la información.

En el mundo actual, resulta provechoso para cualquier empresa y es de hecho, prácticamente inconcebible la existencia de una empresa que no tenga presencia en internet, pues esto trae consigo numerosas ventajas, dentro de las que podemos destacar las siguientes:

- Darse a conocer y conseguir publicidad con el mayor alcance y un mínimo de costo.
- Ofrecer atención al cliente las 24 horas y generar retroalimentación.
- Conseguir nuevos clientes y afianzar los ya conseguidos.
- Posicionarse y ser encontrado cuando se hagan búsquedas en internet.

Pero dado el sinnúmero de tecnologías y plataformas existentes en la actualidad, y su constante y creciente desarrollo y diversificación, la tarea de seleccionar cuál es la mejor opción para desarrollar una aplicación web puede tornarse un tanto engorrosa.

En este caso de estudio, el marco de evaluación está compuesto por un experto que evalúa 3 alternativas de proyectos de desarrollo de tecnologías de la información (aplicaciones Web).

x_1 : SPA. x_2 :

PWA.

x_3 : Aplicación Web tradicional.

Estos proyectos se describen en la Tabla III.

Id	Nombre	Descripción
1	SPA.	Aplicación Web de una sola Página (Single Page Application)
2	PWA.	Aplicación Web Progresiva (Progressive Web Application)
3	Aplicación Web tradicional.	Aplicación Web Tradicional

Tabla III. Opciones de Proyectos

Se incluyen 3 criterios, que se muestran a continuación:

c_1 : Versatilidad c_2 : Factibilidad c_3 : Beneficios

En la Tabla 2, proporcionamos el conjunto de términos lingüísticos utilizados por los expertos para proporcionar las evaluaciones.

Término Lingüístico	Conjuntos SVNS
Extremadamente bueno (EB)	(1,0,0)
Muy muy bueno (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy bueno (MB)	(0.8,0,15,0.20)
Bueno (B)	(0.70,0.25,0.30)
Medio bueno (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Medio (MD)	(0.50,0.50,0.50)

Medio malo (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Malo (M)	(0.30,0.75,0.70)
Muy malo (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy malo (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente malo (EM)	(0,1,1)

Tabla IV. Términos lingüísticos utilizados para hacer las evaluaciones [29]

Una vez que se ha determinado el marco de evaluación, se recopila la información sobre los proyectos (ver Tabla III).

	x_1	x_2	x_3
c_1	MDB	EB	MDB
c_2	B	MDB	MD
c_3	MDB	MDB	B

Tabla V. Resultados de la recopilación de información.

Usando el método AHP se obtuvo la siguiente estructura de pesos (Tabla IV). Estos se traducen en un vector de peso asociado con el criterio $W = (0.55, 0.26, 0.19)$. **Pesos**

Criterios	c_1	c_2	c_3	Pesos
c_1	1	3	2	0.55
c_2	1/3	1	2	0.26
c_3	1/2	1/2	1	0.19

Tabla VI. Cálculo de los pesos de los criterios.

Para calificar las alternativas se desarrolla un proceso de agregación inicial. Luego, la matriz de decisión SVN agregada obtenida mediante la agregación de opiniones de los decisores se construye mediante la ecuación (10). El resultado se da en la Tabla V.

	Agregación	Función de puntuación	Ordenamiento
x_1	(0.53, 0.4, 0.56)	1.73	2
x_2	(0.43, 0.0, 0.0)	2.43	1
x_3	(0.66, 0.52, 0.63)	1.62	3

Tabla VII. Distancia a la solución ideal

Según la función de puntuación, las tres alternativas se clasifican como: $x_2 \succ x_1 \succ x_3$.

CONCLUSIONES

Recientemente, los conjuntos neutrosóficos y su aplicación a la toma de decisiones de múltiples atributos se han convertido en un tema de gran importancia para los investigadores y los profesionales. En este documento, se aplicó un nuevo modelo de selección de proyecto basado en el número SVN que permite el uso de variables lingüísticas. Se incluye el método AHP permitiendo una ponderación correcta de los diferentes criterios involucrados.

Para demostrar la aplicabilidad de la propuesta se muestra un ejemplo ilustrativo. Nuestro enfoque tiene muchas aplicaciones de selección de proyectos que incluyen la indeterminación y la ponderación de los criterios.

Otros trabajos se centrarán en ampliar el modelo para tratar con información heterogénea. Otra área de trabajo futuro es el desarrollo de nuevos modelos de agregación basados en el operador de promedio ponderado ordenado priorizado[48] y la integral de Choquet al considerar las correlaciones entre los atributos [49].

RECEIVED: NOVEMBER, 2019. REVISED: MARCH, 2020.

REFERENCIAS

- [1] AL-HARBI, K. M. A.-S. (2001) Application of the AHP in project management, **International journal of project management**, 19, 19-27.
- [2] ATANASSOV, K. T. (1986) Intuitionistic fuzzy sets, **Fuzzy sets and Systems**, 20, 87-96.

- [3] BATISTA HERNÁNDEZ, N., IZQUIERDO, N. V., LEYVA-VÁZQUEZ, M., and SMARANDACHE, F. (2018) Validation of the pedagogical strategy for the formation of the competence entrepreneurship in high education through the use of neutrosophic logic and Iadov technique, **Neutrosophic Sets & Systems**, 23, 45-51.
- [4] BISWAS, P., PRAMANIK, S. y GIRI, B. C. (2016) TOPSIS method for multi-attribute group decision-making under single-valued neutrosophic environment, **Neural computing and Applications**, 27, 727-737.
- [5] BISWAS, P., PRAMANIK, S. y GIRI, B. C. (2016) Aggregation of triangular fuzzy neutrosophic set information and its application to multi-attribute decision making, **Neutrosophic sets and systems**, 12, 20-40.
- [6] BISWAS, P., PRAMANIK, S. y GIRI, B. C. (2016) Value and ambiguity index based ranking method of singlevalued trapezoidal neutrosophic numbers and its application to multi-attribute decision making, **Neutrosophic Sets and Systems**, 12, 127-137.
- [7] CABEZAS, R., RUIZ, J. G. y LEYVA, M. (2017) A Knowledge-based Recommendation Framework using SVN, **Neutrosophic Sets and Systems**, 16, 24-27.
- [8] CALVO, T., KOLESÁROVÁ, A., KOMORNÍKOVÁ, M. y MESIAR R. (2002) Aggregation operators: properties, classes and construction methods, En **Aggregation Operators**, 3-104: Springer, Heidelberg.
- [9] CLEMEN, R. T. (1996) **Making Hard Decisions: An Introduction to Decision Analysis**: Duxbury Press, Pacific Grove.
- [10] CRAWFORD, G. y WILLIAMS, C. (1985) A note on the analysis of subjective judgment matrices, **Journal of mathematical psychology**, 29, 387-405.
- [11] DALAPATI, S., PRAMANIK, S., ALAM, S., SMARANDACHE, F. y ROY, T. K.. (2017) IN-cross Entropy Based MAGDM Strategy under Interval Neutrosophic Set Environment, **Neutrosophic Sets & Systems**, 18, 4357.
- [12] DELI, I. (2020) Linear weighted averaging method on SVN-sets and its sensitivity analysis based on multiattribute decision making problems, **TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics**, 10, 128-137.
- [13] ESPINILLA, M., PALOMARES, I., MARTINEZ, L. y RUAN, D. (2012) A comparative study of heterogeneous decision analysis approaches applied to sustainable energy evaluation, **International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems**, 20, 159-174.
- [14] ESTRELLA, F. J., ESPINILLA, M., HERRERA, F. y MARTÍNEZ, L. (2014) FLINTSTONES: A fuzzy linguistic decision tools enhancement suite based on the 2-tuple linguistic model and extensions, **Information Sciences**, 280, 152-170.
- [15] ESTUPIÑAN RICARDO, J., LLUMIGUANO POMA, M. E., ARGÜELLO PAZMIÑO, A. M., ALBÁN NAVARRO, A. D., MARTÍN ESTÉVEZ, L. y BATISTA HERNANDEZ, N. (2019) Neutrosophic model to determine the degree of comprehension of higher education students in Ecuador, **Neutrosophic Sets & Systems**, 26, 55-61.
- [16] HENRÍQUEZ ANTEPARA, E. J., ARZUBE, A., OMAR, O., ARROYAVE, C., ARTURO, J., ALVARADO UNAMUNO E. A. y LEYVA VAZQUEZ, M. (2017), Competencies evaluation based on single valued neutrosophic numbers and decision analysis schema, **Neutrosophic Sets & Systems**, 17, 16-19.
- [17] KLIR, G. y YUAN, B. (1995) **Fuzzy sets and fuzzy logic**: Prentice hall New Jersey.
- [18] LEYVA VÁZQUEZ, M., BATISTA HERNANDEZ, N. y SMARANDACHE, F. (2018) **Métodos Multicriterios Para Determinación De La Efectividad De La Gestión Pública Y El Análisis De La Transparencia**: Infinite Study Pons, Bruselas, 56-68.
- [19] LEYVA VÁZQUEZ, M., SANTOS BAQUERIZO, E., PEÑA GONZÁLEZ, M., CEVALLOS TORRES, L. y GUIJARRO RODRÍGUEZ, A. (2016) The Extended Hierarchical Linguistic Model in Fuzzy Cognitive Maps. En **International Conference on Technologies and Innovation** (pp. 39-50). Springer, Cham.
- [20] LIU, P. (2017) Multiple attribute group decision making method based on interval-valued intuitionistic fuzzy power Heronian aggregation operators, **Computers & Industrial Engineering**, 108, 199-212.
- [21] LIU, P. y CHEN, S.-M. (2017) Group decision making based on Heronian aggregation operators of intuitionistic fuzzy numbers, **IEEE transactions on cybernetics**, 47, 2514-2530.
- [22] LIU, P. y CHEN, S.-M. (2018) Multiattribute group decision making based on intuitionistic 2-tuple linguistic information, **Information Sciences**, 430, 599-619.
- [23] LIU, P., CHEN, S. y LIU, J. (2017) Some intuitionistic fuzzy interaction partitioned Bonferroni mean operators and their application to multi-attribute group decision making, **Information Sciences**, 411, 98-121.
- [24] LIU, P. y LI, H. (2017) Multiple attribute decision-making method based on some normal neutrosophic Bonferroni mean operators, **Neural Computing and Applications**, 28, 179-194.
- [25] LIU, P., LIU, J. y CHEN, S.-M. (2018) Some intuitionistic fuzzy Dombi Bonferroni mean operators and their application to multi-attribute group decision making, **Journal of the Operational Research Society**, 69, 1-24.
- [26] LIU, P., LIU, J. y MERIGÓ, J. M. (2018) Partitioned Heronian means based on linguistic intuitionistic fuzzy numbers for dealing with multi-attribute group decision making, **Applied Soft Computing**, 62, 395-422.
- [27] LIU, P. y SHI, L. (2017) Some neutrosophic uncertain linguistic number Heronian mean operators and their application to multi-attribute group decision making, **Neural Computing and Applications**, 28, 1079-1093.

- [28] LIU, P. y TANG, G. (2016) Multi-criteria group decision-making based on interval neutrosophic uncertain linguistic variables and Choquet integral, **Cognitive Computation**, 8, 1036-1056.
- [29] LIU, P. y TENG, F. (2018) Multiple attribute decision making method based on normal neutrosophic generalized weighted power averaging operator, **International Journal of Machine Learning and Cybernetics**, 9, 281-293.
- [30] LIU, P. y WANG, Y. (2016) Interval neutrosophic prioritized OWA operator and its application to multiple attribute decision making, **Journal of Systems Science and Complexity**, 29, 681-697.
- [31] LIU, P. y WANG, P. (2018) Some q Rung Orthopair Fuzzy Aggregation Operators and their Applications to Multiple Attribute Decision Making, **International Journal of Intelligent Systems**, 33, 259-280.
- [32] LIU, P., ZHANG, L., LIU, X. y WANG, P. (2016) Multi-valued neutrosophic number Bonferroni mean operators with their applications in multiple attribute group decision making, **International Journal of Information Technology & Decision Making**, 15, 1181-1210.
- [33] MU, E. y PEREYRA-ROJAS, M. (2018) Understanding the Analytic Hierarchy Process. En: **Practical Decision Making using Super Decisions**, 7-22, Springer, Cham.
- [34] PRAMANIK, S., BISWAS, P. y GIRI, B. C. (2017) Hybrid vector similarity measures and their applications to multi-attribute decision making under neutrosophic environment, **Neural computing and Applications**, 28, 1163-1176.
- [35] PRAMANIK, S., DALAPATI, S., ALAM, S., SMARANDACHE, F. y ROY, T. K. (2018) NS-cross entropybased MAGDM under single-valued neutrosophic set environment, **Information**, 9, 37-57.
- [36] RIVIECCIO, U. (2008) Neutrosophic logics: Prospects and problems, **Fuzzy sets and systems**, 159, 1860-1868.
- [37] RODRÍGUEZ, R. M. y MARTÍNEZ, L. (2013) An analysis of symbolic linguistic computing models in decision making, **International Journal of General Systems**, 42, 121-136.
- [38] SAATY, T. L. (1980) **The analytical hierarchical process**, J Wiley, New York.
- [39] SAATY, T. L. (1988) What is the analytic hierarchy process? En: **Mathematical models for decision support**, 109-121: Springer, Berlín.
- [40] SAATY, T. L. (1990) **Decision making for leaders: the analytic hierarchy process for decisions in a complex world**: RWS publications, Pittsburgh.
- [41] ŞAHİN, R. y YİĞİDER, M. (2014) A Multi-criteria neutrosophic group decision making metod based TOPSIS for supplier selection, **arXiv preprint arXiv:1412.5077**, Disponible en: <https://arxiv.org/abs/1412.5077>.
- [42] SMARANDACHE, F. (1998) **Neutrosophy: neutrosophic probability, set, and logic: analytic synthesis & synthetic analysis**, American Research Press, Rehoboth.
- [43] TORRA, V. y NARUKAWA, Y. (2007) **Modeling decisions: information fusion and aggregation operators**: Springer-Verlag, Berlín.
- [44] VAIDYA, O. S. y KUMAR, S. (2006) Analytic hierarchy process: An overview of applications, **European Journal of operational research**, 169, 1-29.
- [45] WANG, H., SMARANDACHE, F., ZHANG, Y. y SUNDERRAMAN, R. (2010) Single valued neutrosophic sets, **Review of the Air Force Academy**, 2010, 1-10.
- [46] YE, J. (2014) Single-valued neutrosophic minimum spanning tree and its clustering method, **Journal of intelligent Systems**, 23, 311-324.
- [47] YE, J. (2014) A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets, **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, 26, 2459-2466.
- [48] ZADEH, L. (1965) Fuzzy sets, **Journal of Information and Control**, 8, 338-353.
- [49] ZADEH, L. A. (1975) The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I, **Information sciences**, 8, 199-249.

SISTEMA EXPERTO PARA EL RAZONAMIENTO JURIDICO BASADO EN CASOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN DELITOS PENALES EN ECUADOR

Carlos Alfredo Medina Riofrio ^{*1}, Edmundo Pino Andrade, Juan Alberto Rojas Cárdenas*

*Universidad Regional Autónoma de los Andes, Puyo, Pastaza, Ecuador.

ABSTRACT

Frequently making a fair decision about a crime becomes an arduous task for the jurists who are part of the process. This is because this decision is subjective, where there exists partial clarity of the fact that is judged, there may be a lack of information, contradictory opinions, among other characteristics that may leave doubts about the fairness of the decision to be made. The present investigation proposes the design of an Expert System that supports and does not replace the final decision of the jurists on a criminal act. For this end, the method of Artificial Intelligence known as Case-Based Reasoning (CBR) is proposed, which mimics the ability of human beings to solve new problems that arise from similar some ones previously resolved. In the present investigation, the Neutrosophic AHP technique is applied to determine the importance of each of the evaluation criteria, if a particular case should to be quantitatively evaluated. There will be a Case Base to compare the new case with previous ones and the probability of winning it. Measurement scales will be used in form of linguistic terms.

KEYWORDS: Expert System, Case-Based Reasoning, Neutrosophic Set, Neutrosophic AHP.

MSC: 62C99, 68T35, 68T37

RESUMEN

Frecuentemente tomar una decisión justa sobre un delito penal se convierte en una tarea ardua para los juristas que forman parte del proceso. Esto se debe a que esta decisión es subjetiva, donde no existe claridad total del hecho que se juzga, puede existir falta de información, opiniones encontradas, entre otras características que pueden dejar margen a dudas sobre la justeza de la decisión que se ha de tomar. En la presente investigación se propone el diseño de un Sistema Experto que apoye y no sustituya, la decisión final de los juristas sobre un hecho criminal. Para ello se propone el método de la Inteligencia Artificial conocido como Razonamiento Basado en Casos (RBC) que imita la capacidad de los seres humanos para resolver nuevos problemas que se le presentan a partir de algunos parecidos resueltos con anterioridad. En la presente investigación se aplica la técnica de AHP Neutrosófico para determinar la importancia de cada uno de los criterios de evaluación, si se quisiera evaluar cuantitativamente un caso en particular. Se tendrá una Base de Casos para comparar el caso nuevo con otros anteriores y la probabilidad de ganarlo. Se utilizarán escalas de medición en forma de términos lingüísticos.

PALABRAS CLAVES: Sistema Experto, Razonamiento Basado en Casos, Conjunto Neutrosófico, AHP Neutrosófico.

1. INTRODUCCIÓN.

Tomar una decisión penal justa puede convertirse en una tarea ardua para los que imparten justicia ante crímenes penales. Esto se debe a que estamos ante un proceso subjetivo, donde las partes tienen puntos de vista contradictorios, y el que imparte la justicia debe de ser imparcial ante los hechos, para determinar el grado de culpabilidad del acusado. A esto se adiciona la posible falta de información sobre los hechos, la naturaleza multidisciplinar de las investigaciones, pues contiene componentes de las ciencias naturales, psicológicas, sociales, penales, entre otras. Es por ello que un Sistema Experto podría servir de apoyo para la toma de esta decisión, aunque no la sustituye.

Un Sistema Experto es un programa automático que imita el comportamiento de un experto en un tema determinado. Estos surgen por la incapacidad de los expertos humanos de explicar las reglas que siguen para emitir un criterio, véase [9][11].

En este artículo se aplicará la Teoría de conjuntos neutrosóficos. La Neutrosofía es la rama de la filosofía que aborda todo lo relacionado con la neutralidad. Específicamente, por primera vez los conjuntos neutrosóficos contienen funciones de pertenencia de indeterminación independientes, que incluye la información desconocida, las contradicciones, las inconsistencias entre otras causas de indeterminación. Es por ello que los

¹ Email: up.carlosmedina@uniandes.edu.ec

conjuntos neutrosóficos generalizan otros como los conjuntos difusos, los conjuntos intuicionistas difusos, los conjuntos difusos en forma de intervalo, entre otros, véase [6][13][14].

La técnica AHP (*Analysis Hierachical Process*) de Saaty por sus siglas en inglés ([12]), es una técnica de Decisión Multicriterio, que se utiliza para evaluar un conjunto de alternativas basadas en criterios por parte de un grupo de expertos en el tema. Esta técnica parte de un árbol, donde la hoja del nivel superior representa el objetivo, las hojas en el nivel inmediato inferior representan los criterios para evaluar tal objetivo, en el nivel aún más inferior están las hojas que representan los sub-criterios sobre los criterios y así sucesivamente. El nivel más bajo contiene las hojas que representan las alternativas.

En este método los elementos del mismo nivel dentro del árbol, se comparan por pares, en cuanto a la importancia de uno sobre otro, esto le da una puntuación a cada criterio y sub-criterio con respecto a sus similares. Estas puntuaciones influyen en la evaluación de las alternativas. En el presente artículo se utiliza el AHP Neutrosófico, véase [2], donde se aplica la técnica AHP dentro del marco de los conjuntos neutrosóficos. En especial esta técnica se aplicará para medir el peso de los criterios de los expertos en el tema.

Los pesos calculados con el AHP neutrosófico se utilizan dentro de un Sistema Experto bajo el método de Razonamiento Basado en Casos (RBC), véase [1][3][4][5][7][8][10]. El RBC imita el aprendizaje de los seres humanos, donde la solución de problemas con anterioridad se utiliza como experiencia para resolver nuevos problemas parecidos.

El Sistema Experto propuesto utiliza la técnica AHP Neutrosófico para determinar los pesos de cada criterio de evaluación sobre la gravedad de los hechos que se evalúan. Este paso es opcional. Por otra parte se comparan las evaluaciones de los hechos en términos lingüísticos con los más parecidos guardados en una Base de Casos anteriores. Estos términos lingüísticos se evalúan y agregan cuantitativamente se acuerdo a una escala de números neutrosóficos, además de compararse con ayuda de funciones de similaridad entre números neutrosóficos.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Esta sección contiene las principales definiciones, técnicas, teorías y métodos que se utilizarán para el diseño que se propone. Para ello se comenzará con las principales definiciones de la teoría de conjuntos neutrosóficos, luego se expone la técnica de AHP Neutrosófico y finalmente se aborda el método de Razonamiento Basado en Casos.

Definición 1. Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico* (CN) está caracterizado por tres funciones de pertenencia, $u_A(x), r_A(x), v_A(x) : X \rightarrow]^{-0}, 1^{+}[$, que satisfacen la condición $0 \leq \inf u_A(x) + \inf r_A(x) + \inf v_A(x) \leq \sup u_A(x) + \sup r_A(x) + \sup v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente, y sus imágenes son subconjuntos estándares o no estándares de $]^{-0}, 1^{+}[$, véase [6].

Definición 2. Sea X un universo de discurso. Un *Conjunto Neutrosófico de Valor Único* (CNVU) A sobre X es un objeto de la forma:

$$A = \{(x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)) : x \in X\} \quad (1)$$

Donde $u_A, r_A, v_A : X \rightarrow [0,1]$, satisfacen la condición $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) \leq 3$ para todo $x \in X$. $u_A(x), r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las funciones de pertenencia a verdadero, indeterminado y falso de x en A , respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un *Número Neutrosófico de Valor Único* (NNVU) será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0,1]$ y satisface $0 \leq a + b + c \leq 3$, véase [6].

Definición 3. ([6]) Un *Número Neutrosófico Triangular de Valor Único* (NNTVU), que se denota por: $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, es un CN sobre $\mathbb{R}$, cuyas funciones de pertenencia de veracidad, indeterminación y falsedad se definen a continuación:

$$T_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1} \right), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \alpha_{\tilde{a}} \left(\frac{a_3-x}{a_3-a_2} \right), & a_2 < x \leq a_3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

$$I_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \beta_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \beta_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \beta_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

$$F_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \gamma_{\tilde{a}}(x - a_1))}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \gamma_{\tilde{a}}, & x = a_2 \\ \frac{(x - a_2 + \gamma_{\tilde{a}}(a_3 - x))}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 1, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

Donde $\alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \in [0, 1]$, $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ y $a_1 \leq a_2 \leq a_3$

Definición 4. ([6]) Dados $\tilde{a} = \langle (a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$ y $\tilde{b} = \langle (b_1, b_2, b_3); \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{b}} \rangle$ dos NNTVU y $\square$ es cualquier número real no nulo. Entonces se definen las siguientes operaciones

Adición: $\tilde{a} + \tilde{b} = \langle (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Substracción: $\tilde{a} - \tilde{b} = \langle (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle$

Inversión: $\tilde{a}^{-1} = \langle (a_3^{-1}, a_2^{-1}, a_1^{-1}); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle$, donde $a_1, a_2, a_3 \neq 0$.

Producto por un escalar:

$$\lambda \tilde{a} = \begin{cases} \langle (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda > 0 \\ \langle (\lambda a_3, \lambda a_2, \lambda a_1); \alpha_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}, \gamma_{\tilde{a}} \rangle, & \lambda < 0 \end{cases}$$

División de dos NNTVU:

$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \begin{cases} \langle (\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (\frac{a_3}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_3}); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Multiplicación de dos NNTVU:

$$\tilde{a} \tilde{b} = \begin{cases} \langle (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 > 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 > 0 \\ \langle (a_3 b_3, a_2 b_2, a_1 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}}, \gamma_{\tilde{a}} \vee \gamma_{\tilde{b}} \rangle, & a_3 < 0 \text{ y } b_3 < 0 \end{cases}$$

Donde, $\wedge$ es una t-norma y $\vee$ es una t-conorma.

Una t-norma y una t-conorma es un operador $O: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que ambas cumplen con los axiomas siguientes para todo a, b, c y d en $[0, 1]$:

$O(a, b) \square O(c, d)$ si $a \square c$ y $b \square d$ (Monotonía)

$O(a, b) = O(b, a)$ (Conmutatividad)

$O(a, O(b, c)) = O(O(a, b), c)$ (Asociatividad)

Adicionalmente la t-norma $T(x, y)$ satisface: $T(0, 0) = 0$, $T(a, 1) = a$, mientras que la t-conorma $S(x, y)$ satisface: $S(1, 1) = 1$, $S(a, 0) = a$.

El método AHP se inicia con la identificación del objetivo que se desea alcanzar, véase [2][12]. Luego se seleccionan los criterios de evaluación sobre el objetivo, estos criterios pueden descomponerse a su vez en sub-criterios de evaluación y así sucesivamente. Finalmente se determinan las alternativas que se evaluarán. Esto se representa en un árbol, donde la primera hoja en el nivel superior representa el objetivo de evaluación, en un nivel más bajo se representan los criterios, aún más bajo están los sub-criterios y así sucesivamente.

Mientras que el nivel inferior representa las alternativas.

En este artículo se utiliza una escala en NNTVU, véase Tabla 1 tomada de [2].

Escala de Saaty	Definición	Escala Neutrosófica Triangular
1	Igualmente influyente	
3	Ligeramente influyente	$\tilde{3} = \langle (2, 3, 4); 0,30; 0,75; 0,70 \rangle$
5	Fuertemente influyente	$\tilde{5} = \langle (4, 5, 6); 0,80; 0,15; 0,20 \rangle$
7	Muy fuertemente influyente	$\tilde{7} = \langle (6, 7, 8); 0,90; 0,10; 0,10 \rangle$
9	Absolutamente influyente	$\tilde{9} = \langle (9, 9, 9); 1,00; 0,00; 0,00 \rangle$
2, 4, 6, 8 Valores esporádicos entre dos escalas $\tilde{2} = \langle (1, 2, 3); 0,40; 0,65; 0,60 \rangle$ cercanas entre las anteriores		

Tabla 1. Escala de Saaty llevada a una Escala de NNTVU.

A continuación, aparecen otros conceptos necesarios para aplicar el método AHP Neutrosófico: Una matriz neutrosófica de comparación de pares se define en la Ecuación 5.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \dots & \tilde{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & \tilde{a}_{nn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tal que $\tilde{A}$ satisface la condición $\tilde{a}_{ji} = \tilde{a}_{ij}^{-1}$, según la operación de inversión que aparece en la Definición 4. Adicionalmente, se definen dos índices para convertir un NNTVU en un valor numérico real. Estos índices son los de Puntuación en la Ecuación 6 y de Precisión en la Ecuación 7:

$$S(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} - \gamma_{\tilde{a}}) \quad (6)$$

$$A(\tilde{a}) = \frac{1}{8} [a_1 + a_2 + a_3] (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}} + \gamma_{\tilde{a}}) \quad (7)$$

El AHP Neutrosófico consiste en aplicar los pasos siguientes:

1. Seleccionar un grupo de expertos que sean capaces de realizar el análisis.
2. Los expertos deben diseñar un árbol AHP. Esto implica que deben especificarse los criterios, subcriterios y las alternativas para realizar la evaluación.
3. Crear las matrices por cada nivel del árbol AHP para los criterios, sub-criterios y alternativas, según las evaluaciones de los expertos expresados en forma de escalas de NNTVU, como se especifica en la Ecuación 5.
4. Estas matrices se forman comparando la importancia de cada par de criterios, sub-criterios y alternativas, siguiendo las escalas que aparecen en la Tabla 1.
5. Verificar la consistencia de las evaluaciones por cada matriz. Para ello es suficiente convertir $\tilde{A}$ en una matriz numérica $M = (a_{ij})_{n \times n}$, tal que $a_{ij} = A(\tilde{a}_{ij})$ o $a_{ij} = S(\tilde{a}_{ij})$, definidas en una de las Ecuaciones 6 y 7, para luego aplicar los métodos usados en el AHP original. Que consiste en lo siguiente:
 - Calcular el *Índice de Consistencia* (IC) que depende de $\lambda_{\max}$, el máximo valor propio de la matriz M y que se define por:

$$\lambda_{\max} - n \quad (8) \quad IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

Donde n es el orden de la matriz.

- Calcular la *Proporción de Consistencia* (PC) con ecuación $PC = IC/IR$, donde IR se toma de la Tabla 2.

Orden (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IR	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Tabla 2. IR asociado al orden de la matriz

- Si $PC \geq 10\%$ se considera que es suficiente la consistencia de la evaluación por los expertos y se puede aplicar el método AHP. En caso contrario se recomienda que los expertos reconsideren sus evaluaciones.
6. De aquí en adelante las matrices $\tilde{A}$ se sustituyen por sus matrices numéricas equivalentes M , calculadas en el paso anterior. Entonces se procede como sigue:
- Normalizar las entradas por columna, dividiendo los elementos de la columna por la suma total.
 - Calcular el total de los promedios por filas, cada uno de estos vectores se conoce como *vector de prioridad*.

Se procede a calcular las puntuaciones finales comenzando desde el nivel superior (Objetivo), hasta el nivel más bajo (Alternativas), donde se tienen en cuenta los pesos obtenidos para el vector de prioridad correspondiente al nivel inmediatamente superior. Este cálculo se realiza multiplicando cada fila de la matriz de vectores de prioridad del nivel inferior por el peso obtenido por cada uno de estos respecto a los del nivel superior, luego se suma por fila y este es el peso final del elemento de esta matriz.

Una función que será útil en el presente artículo es la función de similitud S_i entre n NNVU, $A_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$) ($j = 1, 2, \dots, n$) y un vector de valores $B_j^* = (a_j^*, b_j^*, c_j^*)$, véase [6].

$$S_i = 1 - \left(\left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \left\{ (a_{ij} - a_j^*)^2 + (b_{ij} - b_j^*)^2 + (c_{ij} - c_j^*)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (9)$$

El Razonamiento Basado en Casos es una técnica de la Inteligencia Artificial, cuyo principio básico es la imitación de la capacidad de los seres humanos para resolver nuevos problemas a partir de las soluciones encontradas a problemas anteriores similares.

Una ventaja del uso de los conjuntos neutrosóficos consiste en que es posible utilizar términos lingüísticos para realizar las evaluaciones. Esto facilita a los expertos, usuarios y decisores la comunicación. Es por ello que se adiciona la Tabla 3 que relaciona términos lingüísticos con números neutrosóficos. Esta es una modificación de la Tabla que aparece en [6] donde se sustituye el término “Bien” por “Leve” y “Mal” por “Grave”.

El RBC consiste en las siguientes fases, véase Figura 1.

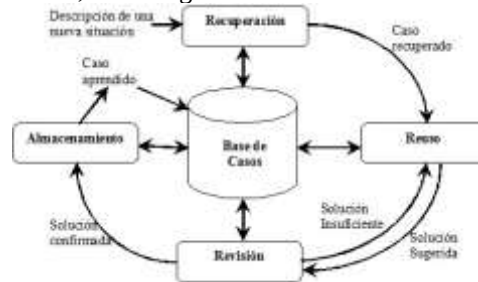


Figura 1. Esquema de las fases de un Razonamiento Basado en Casos, véase [8].

1. **Recuperación:** Se definen los elementos del problema actual para buscar en la Base de Casos aquellos casos que más se parezcan y después de seleccionados se estima el grado de similitud.
2. **Reuso:** después de determinar el caso más similar al problema actual, el sistema lo utiliza ajustándolo a las particularidades de la situación a resolver. Esta fase también es conocida como la fase de adaptación y es altamente relevante en procesos complejos.
3. **Revisión:** Este paso se realiza después de haber aplicado la solución del problema y consiste en la revisión de los resultados obtenidos. Se verifica el éxito de la solución, en caso de que esta haya fallado se intenta explicar las causas y se repara el plan.
4. **Almacenamiento:** En esta última fase, el sistema almacena en la Memoria de Casos la nueva experiencia a través de un caso que incorpora el problema actual, la solución y sus resultados. Si la solución fracasó, se almacena la información necesaria para prevenir fracasos similares.

Término lingüístico	NNVU
Extremadamente leve (EL)	(1;0;0)
Muy muy leve (MML)	(0,9; 0,1; 0,1)
Muy leve (ML)	(0,8;0,15;0,20)
Leve (L)	(0,70;0,25;0,30)
Medianamente leve (MDL)	(0,60;0,35;0,40)

Medio (M)	(0,50;0,50;0,50)
Medianamente grave (MDG)	(0,40;0,65;0,60)
Grave (G)	(0,30;0,75;0,70)
Muy grave (MG)	(0,20;0,85;0,80)
Muy muy grave (MMG)	(0,10;0,90;0,90)
Extremadamente grave (EG)	(0;1;1)

Tabla 3. Términos lingüísticos empleados

3. RESULTADOS

En esta sección se explica la definición y el funcionamiento del Sistema Experto que se propone.

La Base de Casos parte de Hipótesis Semillas sobre casos reales, véase [10], esto puede ser: “Robo”, “Hurto”, “Homicidio”, entre otros. Además de varios tipos de restricciones que se clasifican en:

1. Restricciones generales: Aquellas que afectan el tiempo, lugar, actor, o generalidades.
2. Restricciones retóricas: Aquellas que afectan la prominencia y otras hipótesis.
3. Restricciones pedagógicas: Aquellas con casos extremos.
4. Restricciones de sentido común: Aquellas concernientes a personas, ocupaciones, dueños de propiedades.
5. Restricciones doctrinales de dominio específico: aquellos de dominio específico como contextos legales, jurisdicción personal, entre otros.

Una Base de Casos genérica se puede apreciar en la Tabla 4.

Caso	R ₁		R ₂		R ₃		R ₄		R ₅		Prob.
A Hurto	Simple	G	-	-	-	-	-	-	-	-	Alta
B Hurto	Con menores	MG	-	-	Con violencia	MG	-	-	-	-	Muy Alta

Tabla 4. Base de Casos genérica que contiene dos casos posibles. Se reflejan cada una de las cinco

restricciones posibles con la evaluación correspondiente más la probabilidad de la Fiscalía de ganar el caso. En la Tabla 4 se muestra que para casos de hurtos simples la probabilidad de ganar es “Alta” por parte de la fiscalía. Esto se calcula por el porciento de casos ganados de este tipo. En el caso de que el hurto se realice utilizando menores de edad y con violencia, la probabilidad de ganar la Fiscalía es “Muy Alta”. El símbolo “-” significa vacío, en cuyo caso el cálculo se sustituye por (1;0;0).

El RBC consiste en comparar el vector en forma de NNVU, $B_j^* = \{a_j^*, b_j^*, c_j^*\}$ con $j = 1, 2, 3, 4, 5$, donde cada j representa una de las restricciones antes expuestas. Se compara B_j^* con cada uno de los vectores A_{ij} contenidos en la Base de Casos mediante la función de similaridad dada en la Ecuación 9, se devuelve la probabilidad expresada en la última columna de la o las filas de la tabla que den mayores valores de S_i . En caso de tener más de un resultado de probabilidad para un mismo caso, se toma la probabilidad mayor. Adicionalmente se recomienda utilizar el método AHP Neutrosófico para establecer los pesos de cada una de las restricciones, de manera que $\sum_{i=1}^5 w_i = 1$, donde w_i es el peso asignado a la restricción i mediante el método AHP Neutrosófico. Se utiliza el operador definido por la Ecuación siguiente para calcular el NNVU que representa la gravedad del hecho:

$$\bar{A} = \sum_{j=1}^5 w_j a_j, \sum_{j=1}^5 w_j b_j, \sum_{j=1}^5 w_j c_j \quad (10)$$

Ejemplo 1. Supóngase que se desea determinar la probabilidad de ganar una causa penal por parte de la Fiscalía, donde se tiene que es un hurto con menores y con violencia. Se tiene en este caso $B_1^* = (0,20; 0,85; 0,80)$; $B_2^* = (1; 0; 0)$; $B_3^* = (0,20; 0,85; 0,80)$; $B_4^* = (1; 0; 0)$; $B_5^* = (1; 0; 0)$.

Los cálculos dan como resultado $S_1 = 0,17690$ y $S_2 = 1$, por lo tanto, se selecciona el segundo caso y la probabilidad de que la Fiscalía lo gane es “Muy Alto”.

Supóngase ahora que después de aplicar AHP Neutrosófico con ayuda de los expertos, se concluyó que $w_j = 1/5$ para todo $j = 1, 2, \dots, 5$. Al aplicar la fórmula dada en la Ecuación 10 sobre los elementos de $B^* = \{B_1^*, B_2^*, B_3^*, B_4^*, B_5^*\}$ se obtiene un valor de gravedad del delito igual a (0,68;0,34;0,32).

4. CONCLUSIONES

En este artículo se propuso el diseño de un Sistema Experto donde se utiliza la técnica conocida como Razonamiento Basado en Casos. Este Sistema Experto parte de una Base de Casos, que contiene casos almacenados y sus variaciones en cuanto a cinco restricciones. Cuando ocurre un caso no analizado, se compara con los casos almacenados en la Base de Casos. Todos los elementos de la Base de Casos se representan en forma de términos lingüísticos, lo que ayuda a una mejor comunicación y comprensión por parte de todos los elementos que forman parte del proceso. Los términos lingüísticos tienen como escalas de números neutrosóficos de valor único equivalentes que permiten el cálculo cuantitativo. Por otra parte, se provee de términos lingüísticos que reflejan la probabilidad de ganar el caso. Se propone además la técnica de AHP Neutrosófico para calcular los pesos de los criterios que se miden y para proponer un valor final de la gravedad del caso.

RECEIVED: NOVEMBER 2019.

REVISED: APRIL, 2020.

REFERENCIAS

- [1] AAMODT, A., PLAZA, E. (1994) Case-Based Reasoning: Foundational Issues, Methodological Variations, and System Approaches, **AI Communications**, 7, 39-59.
- [2] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M. y SMARANDACHE, F. (2018) An Extension of Neutrosophic AHP–SWOT Analysis for Strategic Planning and Decision-Making, **Symmetry**, 10, 116-134.
- [3] BISWAS, S. K., SINHA, N., PURKAYASTHA, B. (2014) A review on fundamentals of case-based reasoning and its recent application in different domains, **International Journal of Advanced Intelligence Paradigms**, 6, 235-254.
- [4] CHAMORRO VALENCIA, D., MOLINA GUTIÉRREZ, T. J., BURBANO GARCÍA, L. H. y CADENA POSSO, A. A. (2019) Cased-based reasoning and neutrosophic logic to identify the employment limitations for Law School graduates at UNIANDES Ibarra, **Neutrosophic Sets and Systems**, 26, 84-91.
- [5] GONZÁLEZ BENÍTEZ, N. (2016) Sistema Experto basado en casos para el diagnóstico de la Fasciola Hepática en el ganado bovino, **Revista electrónica de Veterinaria**, 17, 1-11.
- [6] LEYVA VÁZQUEZ, M. y SMARANDACHE, F. (2018) **Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre**, Pons, Bruselas.
- [7] MONTOYA QUINTERO, D. M. (2015) **Modelo para la extracción de conocimiento de un experto humano en un sistema basado en conocimientos usando razonamiento basado en casos**, Tesis Doctoral en Ingeniería de Sistemas e Informática, Departamento de Ciencias de la Computación y de la Decisión, Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- [8] MORENO, R., JOYANES, L., GIRALDO, L. M., DUQUE, N. D. y TABARES, V. (2015) Modelo para personalización de actividades educativas aprovechando la técnica de Razonamiento Basado en Casos (RBC), **Campus Virtuales**, 4, 118-127.
- [9] RICH, E. y KNIGHT, K. (1994) **Inteligencia Artificial**, Segunda Edición, McGraw-Hill/Interamericana de España S.A., Madrid.
- [10] RISSLAND, E. (1983) Examples in legal reasoning: Legal hypotheticals. In: **Proceedings of the Eighth International Joint Conference on Artificial Intelligence**, IJCAI, Karlsruhe.
- [11] RUSSELL, S. y NORVIG, P. (1995) **Artificial Intelligence A Modern Approach**, Upper Saddle River, New Jersey.
- [12] SAATY, T. L. (1990) How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process, **European Journal of Operational Research**, 48, 9-26.
- [13] SMARANDACHE, F. (2002) **Neutrosophy, a new Branch of Philosophy**. Infinite Study.
- [14] SMARANDACHE, F. (2005) **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**, Infinite Study.

SISTEMA DE APOYO A LA TOMA DE DECISIONES DURANTE LA GESTIÓN DE PROYECTOS BASADO EN MAPAS COGNITIVOS NEUTROSÓFICOS

Salah Hassan Al-subhi^{*19}, Pedro Piñero Pérez^{*}, Roberto García Vacacela^{**}, Gaafar Sadeq S. Mahdi^{*}, Luis Alvarado Acuña^{***}

^{*} Universidad de Ciencias Informáticas, La Habana, Cuba

^{**} Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador

^{***} Universidad Católica del Norte, Departamento de Gestión de la Construcción, Chile

ABSTRACT

The growth of project management as international discipline was encouraged by the increasing of projects complexity all over the world. Despite of the effort made by the principal standards of project management, the number of failed and renegotiated projects still very high. Decision making process is one of the root causes of projects failure. During project development, decisions are made according to the evaluations performed in projects cut. In each cut, experts make, sequentially, diagnosis, decision, and prediction processes. This paper aims at creating a new model that integrate the diagnosis, decision, and prediction processes in one platform for decision making during projects development. The new model is based on Neutrosophic Cognitive Maps (NCMs) with a triangular neutrosophic number in map's connections. The suggested model deals efficiently with the uncertainty and vagueness, since it considers the truth, indeterminacy, and falsity degrees. Finally, the proposed model has been compared, in terms of efficacy, with a traditional FCM-based model for decision making in projects.

KEYWORDS: Decision Making, Projects Management, Neutrosophic Cognitive Maps, Triangular Neutrosophic Number.

RESUMEN

El crecimiento de la gestión de proyectos como disciplina internacional fue impulsado por el crecimiento de la complejidad de los proyectos en todo el mundo. A pesar de los esfuerzos desplegados por las principales escuelas de gestión de proyectos, aún la cantidad de proyectos fallidos y renegociados es alta. El proceso de toma de decisiones figura entre las principales causas de fracaso en los proyectos. Durante la ejecución de proyectos, las decisiones son tomadas en base de las evaluaciones en los cortes de proyectos. En cada corte, los expertos realizan de forma secuencial los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico. Este artículo tiene como objetivo la creación de un nuevo modelo que integre los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico en una sola plataforma para la toma de decisiones durante el desarrollo de proyectos. El modelo propuesto está basado en los Mapas Cognitivos Neutrosóficos (MCNs) con números neutrosóficos triangulares en las conexiones del mapa. El nuevo modelo trata de forma eficiente la incertidumbre y vaguedad, ya que considera los grados de verdad, indeterminación y falsedad. Finalmente, el modelo basado en los MCNs ha sido comparado en términos de eficacia, con otro modelo basado en los MCDs tradicionales para la toma de decisiones en proyectos.

PALABRAS CLAVES: Toma de decisiones, gestión de proyectos, mapas cognitivos neutrosóficos, número neutrosófico triangular.

1. INTRODUCCIÓN

La gestión de proyecto es un campo interdisciplinario donde convergen elementos de psicología, técnicas de dirección, toma de decisiones, gestión económica, gestión logística, conocimientos técnicos del área concreta donde se aplique, las ciencias matemáticas y las tecnologías de la información y las comunicaciones para alcanzar un objetivo bien determinado, con un conjunto de recursos limitados, en un tiempo determinado, con una calidad deseada y a través de un conjunto de acciones organizadas de forma óptima o cuasi óptima manteniendo un balance entre costo, tiempo y calidad [26].

A pesar de que existen numerosas escuelas de gestión de proyectos tales como, el PMBOK [28], CMMI [37] y la norma ISO 21500 [8]; aún la cantidad de proyectos fallidos y renegociados es alta. Un ejemplo de lo anterior se refleja en el último estudio realizado por *The Standish Group International Incorporated* en 2018 [17], ver Tabla 1.

Tabla 1. Proyectos exitosos, renegociados y fracasados en dependencia de sus tamaños, tomado de [17]

Tamaño	Exitoso	Renegociado	Fracasado
--------	---------	-------------	-----------

¹⁹ salahcuba@yahoo.com

Muy grande	4%	53%	43%
Grande	12%	59%	29%
Mediano	18%	59%	23%
Moderado	25%	62%	13%
Pequeño	57%	35%	8%

Según el PMI [29], el 47% de los proyectos fallidos son impactados por decisiones pobres, destacando que el proceso de toma de decisiones requiere más atención. Cunha et al. [10] menciona que el éxito de los proyectos depende de cómo los gestores de proyectos traten los problemas y tomen decisiones.

Durante la ejecución de proyectos, las decisiones son tomadas en base de las evaluaciones en cada corte del proyecto. Un corte de proyecto constituye un punto de control del proyecto donde se evalúa el estado del mismo. Estas evaluaciones se realizan considerando indicadores cualitativos y cuantitativos estrechamente relacionados con las principales áreas de conocimiento de la dirección de proyectos tales como, costo, tiempo, calidad, logística y rendimiento de los recursos humanos. En cada corte, los expertos realizan de forma secuencial los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico. El diagnóstico es llevado a cabo con el fin de identificar defectos y desviaciones en los proyectos. Los expertos seguidamente toman decisiones asociadas a resolver los defectos detectados en los proyectos en caso que existan. Finalmente, se pronostica la evolución del proyecto de acuerdo a las decisiones tomadas, ver figura 1.

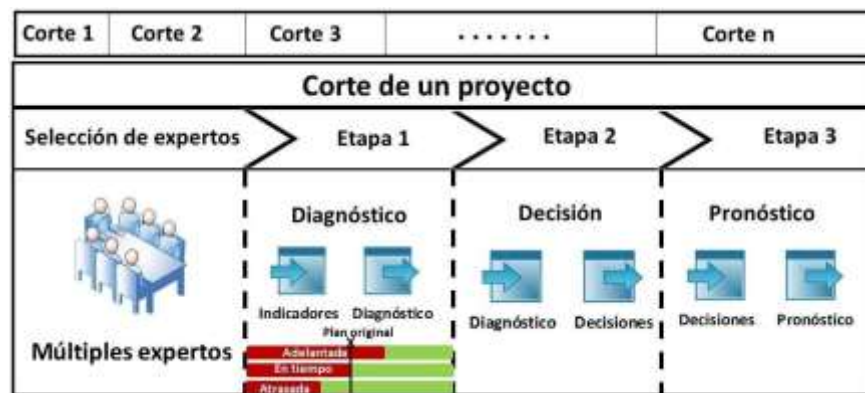


Figura 1. Los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico durante un corte de proyecto

En la gestión de proyectos, el proceso de toma de decisiones tiene una alta dependencia a los recursos humanos involucrados en el proyecto y sus preferencias. Como consecuencia, la toma de decisiones en gestión de proyectos se caracteriza por la existencia de información ambigua, imprecisa y con alto nivel de incertidumbre [9]; para resolver esta situación, se propone en este trabajo el uso de técnicas de *soft computing* [27].

Entre las técnicas de *soft computing* más utilizadas para la toma de decisiones en gestión de proyectos se reportan: las redes neuronales [38], [20], las redes bayesianas [18], los sistemas basados en reglas [23], los árboles de decisión [16], los sistemas basados en casos [39] y los mapas cognitivos difusos [21].

Los mapas cognitivos difusos (MCDs) introducidos por Kosko en 1986 [19] ofrecen ventajas como:

- La escalabilidad en entornos dinámicos [24]. En las organizaciones orientadas a proyectos, el dinamismo es provocado por la evolución de las propias organizaciones a partir de la experiencia y los procesos de mejora haciendo que las alternativas también pueden cambiar.
- La interpretabilidad de los resultados [13], [14]. En particular, en la gestión de proyectos es imprescindible que los expertos humanos puedan interpretar fácilmente las decisiones por las herramientas propuestas por los investigadores.
- La agregación del conocimiento de múltiples expertos [12], [32]. En la modelación del proceso de toma de decisión en gestión de proyectos, deben intervenir varios expertos para disminuir el sesgo que se produce cuando interviene un único experto. El conocimiento de estos expertos debe ser agregado en una sola estructura de conocimiento.

- La posibilidad de manejar información cualitativa [25], [22]. Es más cómodo para los expertos en algunas ocasiones expresar sus preferencias en lenguaje natural, o sea, a través de información cualitativa, por ejemplo, sus preferencias asociada al análisis de calidad y la motivación de los recursos humanos.
- La capacidad para representar las relaciones retroalimentación e indeterminación que con frecuencia se presentan en las decisiones que se tomen durante el desarrollo de proyectos [11].

Como consecuencia, los MCDs han sido utilizados para modelar problemas en gestión de proyectos. Stach y Kurgan [33] emplean los MCDs para analizar el efecto de la cantidad de desarrolladores y la comunicación entre ellos sobre el desarrollo de un proyecto de *software*. Los mismos autores desarrollaron en [34] un modelo basado en MCDs paralelos, el modelo fue aplicado para la planificación de proyectos de *software*. Salmeron propone en [30] un sistema de apoyo a la toma de decisiones basado en los MCDs para la selección de proyectos. El mismo autor aplica su modelo basado en MCDs y la Teoría de los Sistemas Gris [31] para el análisis de riesgos en los proyectos de *software*. Bhatia y Kapoor desarrollaron en [6] una herramienta informática basada en los MCDs para la predicción de riesgos durante el desarrollo de proyectos de *software*. Atul Kumar et al. [3] propone un MCD para la predicción de las desviaciones en el tiempo de ejecución de proyectos de *software*. Zare Ravasan et al. [40] propone un modelo dinámico basado en MCDs para identificar los factores que influyen en el fracaso de los proyectos de desarrollo de sistemas ERP. Bhutani et al. [7] propone un modelo basado en Mapas Cognitivos Neutrosóficos para la identificación y evaluación de los factores de éxito en proyectos de tecnología de la información. Jamshidi et al. [15] emplea los MCDs para la toma de decisiones durante el análisis dinámico de riesgos en la gestión de proyectos, tomando en cuenta la probabilidades de ocurrencia y el impacto de cada factor de riesgo. Bağdatlı, Akbiyıklı y Papageorgiou desarrollaron en [4] un modelo de toma de decisiones basado en MCDs para el análisis de costo – beneficio de proyectos de construcción de autopistas, tomando en consideración el análisis de riesgos. Betancourt- Vázquez et al. [5] propone el uso de los Mapas Cognitivos Neutrosóficos para modelar las dependencias entre riesgos en portafolios de proyectos.

A partir del análisis bibliográfico, se constata que:

- Los trabajos anteriores no toman en cuenta que la toma de decisiones en la gestión de proyectos se centra en cortes, y que en cada corte ocurren los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico de forma secuencial.
- Los trabajos que emplean los Mapas Cognitivos Neutrosóficos representan las relaciones de indeterminación mediante la letra *I*, que se arrastra durante el proceso de simulación, indicando cuales son los nodos de salida con indeterminación. De esta manera, no se puede cuantificar los grados de veracidad, falsedad e indeterminación en las salidas. Este elemento es importante, a juicio de los autores de este trabajo, que se tenga en consideración a la hora de generar las salidas, para un mejor tratamiento de la incertidumbre.

Como objetivo principal de este trabajo, se propone desarrollar un modelo basado en los Mapas Cognitivos Neutrosóficos para la toma de decisiones simultáneas de los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico, durante la gestión de proyectos. El modelo tiene en cuenta además la secuencialidad de los tres procesos durante el corte y modela las relaciones de indeterminación mediante conjuntos neutrosóficos triangulares. El resto del artículo se estructura como lo siguiente: sección 2 describe conceptos preliminares y notaciones de la teoría de neutrosofía. En sección 3, se propone un modelo basado en los MCNs para la toma de decisión en proyectos. Sección 4 está dedicada al análisis y discusión. Sección 5 está devotada a las conclusiones y las líneas futuras de trabajo.

2. MAPAS COGNITIVOS NEUTROSÓFICOS, CONCEPTOS BÁSICOS

Los conjuntos neutrosóficos tienen sus antecedentes en los conjuntos difusos introducidos por Zadeh en 1965 [41] y los conjuntos difusos intuitivos propuestos por Atanassov en 1986 [2].

- Un conjunto difuso $A = \{(x, L, T_A(x)) \mid x \in U\}$ es definido por un término lingüístico L y una función de membresía $T_A(x) \in [0, 1]$, definida para cada $x \in U$, donde $T_A(x)$ es el grado de pertenencia de x a A en el universo de discurso U .
- Un conjunto difuso intuicionista $A = \{(x, L, T_A(x), F_A(x)) \mid x \in U\}$ es definido por un término lingüístico L y dos funciones de membresía, $T_A(x) \in [0, 1]$ que indica el grado de pertenencia de x a A y $F_A(x) \in [0, 1]$ que indica el grado de no pertenencia de x a A . Las dos funciones deben cumplir con la restricción

$$T_A(x) + F_A(x) \leq 1 \quad [4].$$

Los conjuntos neutrosóficos incluyen una tercera función de membresía I_A , que indica el grado de indeterminación [1].

Definición 1: Un conjunto neutrosófico $A = \{(x, L, T_A(x), I_A(x), F_A(x)) \mid x \in U\}$ es definido por un término lingüístico L y tres funciones de membresía, $T_A(x) \in [0, 1]$, $I_A(x) \in [0, 1]$ y $F_A(x) \in [0, 1]$. La inclusión de la indeterminación

establece que la neutralidad e ignorancia son también formas de la incertidumbre. Por lo tanto $0 \leq \sup T_A(x) + \sup I_A(x) + \sup F_A(x) \leq 3$.

Definición 2: Un conjunto neutrosófico triangular $\tilde{A}$ es un vector $\tilde{A} = (x, l, \mu_A(a_1, a_2, a_3), \alpha_A, \theta_A, \beta_A)$, tal que $\mu_A(a_1, a_2, a_3)$ representa una función triangular y $\alpha_A, \theta_A, \beta_A \in [0,1]$ son valores que permiten calcular $T_A(x)$, $I_A(x)$ y $F_A(x)$ a partir de μ_A para todo $x \in U$, de la siguiente forma:

$$T_A(x) = \begin{cases} \alpha_A \frac{(x-a_1)}{a_2-a_1} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ \alpha_A \frac{(a_3-x)}{a_3-a_2} & (a_2 < x \leq a_3) \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.1)$$

$$I_A(x) = \begin{cases} \frac{(a_2-x+\theta_A(x-a_1))}{(a_2-a_1)} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ \theta_A & (x = a_2) \\ \frac{(x-a_2+\theta_A(a_3-x))}{(a_3-a_2)} & (a_2 < x \leq a_3) \\ 1 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$F_A(x) = \begin{cases} \frac{(a_2-x+\beta_A(x-a_1))}{(a_2-a_1)} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ \beta_A & (x = a_2) \\ \frac{(x-a_2+\beta_A(a_3-x))}{(a_3-a_2)} & (a_2 < x \leq a_3) \\ 1 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.3)$$

Definición 3. Sea z un número neutrosófico de valor único (SVN), se representa por el vector $z = (z_c, T_A(z_c), I_A(z_c), F_A(z_c))$, tal que $z_c \in \mathfrak{R}$ y $T_A(z_c), I_A(z_c), F_A(z_c) \in [0,1]$ son los grados de pertenencia, indeterminación y no pertenencia respectivamente del número z al conjunto neutrosófico $\tilde{A}$.

Definición 4. Sea x un número neutrosófico triangular, se representa por el vector $x = (x_{11}, x_{12}, x_{13}, T_A(x_{12}), I_A(x_{12}), F_A(x_{12}))$, tal que (x_{11}, x_{12}, x_{13}) representa un número triangular $x_{11}, x_{12}, x_{13} \in \mathfrak{R}, x_{11} \leq x_{12} \leq x_{13}$ y $T_A(x_{12}), I_A(x_{12}), F_A(x_{12}) \in [0,1]$ son los grados de pertenencia, indeterminación y no pertenencia respectivamente del número triangular x al conjunto neutrosófico $\tilde{A}$.

Definición 5. Una variable lingüística neutrosófica se define como un quintuplo $(r, LBTL, X, M, G)$, tal que r es el nombre de la variable, $LBTL$ es el conjunto básico de términos lingüísticos, X es el universo de discurso, M es una regla semántica que asocia a cada valor lingüístico z su significado $M(z)$, siendo $M(z)$ un conjunto neutrosófico triangular y G es una regla sintáctica que describe la relación entre los conjuntos neutrosófico triangulares respecto a su ubicación en el plano y los puntos de intersección entre ellos.

3. MAPA COGNITIVO NEUTROSÓFICO PARA EL DIAGNÓSTICO, DECISIÓN Y PRONÓSTICO EN PROYECTOS

En esta sección, se presenta el nuevo modelo basado en los MCNs que integre los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico en una sola plataforma que sirva como un sistema de apoyo a la toma de decisiones durante la evaluación de proyectos. El mapa es ejecutado por diferentes etapas y con orden secuencial. En la primera etapa se lleva a cabo el proceso de diagnóstico a partir de un grupo de indicadores cuantitativos que toman valores entre 0 y 1, estos indicadores reflejan el estado real de un proyecto durante un corte. En la segunda etapa se efectúa el proceso de decisión tomando como datos de entrada los nodos de salida del diagnóstico. Las decisiones generadas en la etapa anterior se emplean como datos de entrada de la etapa de pronóstico. En esta última etapa se pronostica la evolución del proyecto a partir de las decisiones tomadas. Todas las conexiones del mapa están representadas por números neutrosóficos triangulares, ver definición 4. A continuación, se muestra la notación que se empleará en la descripción de los algoritmos.

Tabla 2. Notación de los variables empleados en los algoritmos

Notación	Significado
----------	-------------

Mc	Mapa cognitivo para la toma de decisión. M_{e_i}	El mapa construido por el experto e .
M_{agg}	El mapa agregado.	
A_i	Valor del concepto i -ésimo que representa el nodo i del mapa M_c .	f Función de activación.
w_{ji}	El peso de relación entre los conceptos A_i y A_j del mapa M_c .	
LBTL	Conjuntos de términos lingüísticos.	
P	Peso de los expertos tal que p_i representa el peso del i -ésimo experto.	

Para la construcción del mapa se definió una estructura que tiene en cuenta las relaciones secuenciales entre los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico. Teniendo en consideración, además, que los tres procesos deben ser modelados en diferentes etapas ya que cada proceso depende de la salida que genera el proceso predecesor respectivamente, excepto la etapa del diagnóstico que depende de un grupo de indicadores. Como trabajo futuro se identifica la necesidad de realizar un estudio exploratorio acerca de las diferentes arquitecturas de los MCDs y su aplicabilidad en la solución del problema en cuestión.

El modelo MCN fue construido y ejecutado basado en los siguientes algoritmos:

Algoritmo_1. el pseudo-código del algoritmo para la construcción de mapas cognitivos neutrosóficos de forma prescriptivas con la ayuda de múltiples expertos

1. Definir el problema de toma de decisión.
2. Seleccionar K expertos ($K > 2$) y definir el vector P que representa los pesos de los expertos, p_i es el peso del experto i tal que $\sum_{i=1}^K p_i = 1$.
3. Analizar el problema e identificar los conceptos a relacionar por cada una de las etapas del proceso de toma de decisión ($A_1, A_2 \dots x_n$).
4. Establecer la variable lingüística V que se empleará para la definición de las relaciones causales entre los conceptos. El conjunto de términos lingüísticos que conforma la variable se denota $LBTL = \{neg_altísimo, neg_muy_alto, neg_alto, neg_media, neg_bajo, neg_muy_bajo, nada, muy_bajo, bajo, media, alto, muy_alto, altísimo, indeterminación\}$.
5. Cada experto e_i construye un mapa M_{e_i} expresando sus preferencias sobre la dirección e intensidad de las relaciones entre los conceptos, tal que w_{ij} representa el peso de la conexión entre A_i y A_j .
6. Agregar los M_{e_i} mapas construidos por los expertos obteniendo el mapa agregado M_{agg} .
7. Devolver el mapa M_{agg} como el mapa final para la toma de decisión que se denota M_c .

A partir del algoritmo 1 se definieron los nodos del mapa MCN, que consiste en cuatro tipos de nodos. El primer tipo representa los indicadores que reflejan el estado real de un proyecto. El Segundo tipo está asociado a los nodos de diagnóstico y el tercero a los nodos de decisión. El último tipo corresponde a los nodos de pronóstico. Finalmente, los expertos identificaron un total de 37 nodos, ver Tabla 3.

Tabla 3. Los nodos del MCN

Indicadores	IRP	Índice de Rendimiento de la Planificación
	IRC	Índice de Rendimiento de Costos
	IREF	Índice de Rendimiento de la Eficacia
	IRL	Índice de Rendimiento de la Logística
	ICD	Índice de Calidad del Dato
	IRHC	Índice de la Calidad de la Planificación (Correlación entre el plan y el real)
	IRHE	Índice de Rendimiento de Eficacia de Recursos Humanos
	IRHF	Índice de Rendimiento de Eficiencia de Recursos Humanos
	F1	Defectos en el alcance

			Tipo	Nodos	Descripción
Conceptos de diagnóstico	F2	Defectos en el control de calidad			
	F3	Defectos en el control de tareas			
	F4	Defectos en la planificación			
	F5	Defectos en la planificación de costo			
	F6	Defectos en la logística			
	F7	Defectos en la eficiencia de los recursos humanos			
	F8	Defectos en la eficacia de los recursos humanos		F9	No significantes defectos
Conceptos de decisión	D1	Replanificación del alcance			
	D2	Incrementar el control de calidad	Incrementar		
	D3	el control de los hitos			
	D4	Replanificación			
	D5	Planificación de horas extras			
	D6	Disminuir el costo			
	D7	Mejorar la gestión de la logística			
	D8	Despedir el director del proyecto			
	D9	Recompensar los recursos humanos			
	D10 D11	Penalizar los recursos humanos			
	D12	Contratar más personal			
		Felicitar el equipo de trabajo			
Conceptos de predicción	P1	Disminuir la variación del alcance			
	P2	Mejorar la calidad			
	P3	Recuperar atrasos			
	P4	Incrementar el balance de costo			
	P5	Mejorar la gestión de logística			
	P6	Incrementar la motivación de los recursos humanos			
	P7	Disminuir la motivación de los recursos humanos			
	P8	Continuar satisfactoriamente			

Cada experto construye su propio mapa mediante la asignación de las relaciones causales entre los conceptos identificados en la tabla 3, empleando números neutrosóficos triangulares, ver definición 1, que conforman la variable lingüística que muestra la relación entre los conceptos del proceso de evaluación de proyectos.

Existen cuatro tipos de relaciones entre los conceptos del mapa, como se muestra a continuación:

- Relaciones directamente proporcionales o excitadoras: se representan como relaciones positivas entre los conceptos, como por ejemplo la relación "alta", que relaciona el concepto de indicadores "correlación entre el tiempo planificado y tiempo real dedicado" y el concepto de diagnóstico "Defectos en la planificación".
- Relaciones de inhibición: representan relaciones competitivas entre conceptos de la misma etapa de toma de decisión, se representan por relaciones negativas como por ejemplo la relación "neg_alta" que relaciona los conceptos del diagnóstico "no defectos significativos" y el concepto "defectos en el control de tareas".
- Relaciones inversamente proporcionales entre los conceptos de diferentes etapas del proceso de toma de decisiones, se representan como relaciones negativas, como por ejemplo la relación "neg_media" que relaciona el concepto de diagnóstico "defectos en la eficacia de los recursos humanos" y el concepto de la decisión "recompensar los recursos humanos".
- Relaciones de indeterminación. Ocurre con frecuencia en la toma de decisión en gestión de proyectos que la relación entre dos eventos es indeterminada. Por ejemplo, se conoce que la decisión de incrementar el control de calidad tiene una alta incidencia en el incremento del indicador de planificación IRP. No obstante, esta misma decisión pueda o no incidir en el concepto de pronóstico de Incrementar la motivación de los recursos humanos.

La variable lingüística "Intensidad de la relación entre conceptos" de toma de decisiones en proyectos (r , $LBTL$, X , M , G) tal que:

- r : Intensidad de la relación entre conceptos

- $LBTL = \{Negativamente\ altísimo\ (NASMO),\ Negativamente\ muy\ alto\ (NMA),\ Negativamente\ alto\ (NA),\ Negativamente\ medio\ (NM),\ Negativamente\ bajo\ (NB),\ Negativamente\ muy\ bajo\ (NMB),\ Nada\ (N),\ Muy\ bajo\ (MB),\ Bajo\ (B),\ Medio\ (M),\ Alto\ (A),\ Muy\ alto\ (MA),\ Altísimo\ (ASMO),\ Indeterminación(IND)\}$
- $X \in [0,1]$
- $M: \{(x, NASMO, \mu_{NASMO}(-1.0, -1.0, -0.83), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, NMA, \mu_{NMA}(-1, -0.83, -0.67), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, NA, \mu_{NA}(-0.83, -0.67, -0.5), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, NM, \mu_{NM}(-0.67, -0.5, -0.33), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, NB, \mu_{NB}(-0.5, -0.33, -0.17), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, NMB, \mu_{NMB}(-0.33, -0.17, 0), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, N, \mu_N(0, 0.07, 0.17), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, MB, \mu_{MB}(0, 0.17, 0.33), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, B, \mu_B(0.17, 0.33, 0.5), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, M, \mu_M(0.33, 0.5, 0.67), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, A, \mu_A(0.5, 0.67, 0.83), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, MA, \mu_{MA}(0.67, 0.83, 1.0), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, ASMO, \mu_{ASMO}(0.83, 1.0, 1.0), 0.95, 0.45, 0.15),$
 $(x, IND, \mu_{IND}(0, 0, 0), 0.1, 0.9, 0.1)\}$

Los mapas individuales luego son agregados como se muestra a continuación:

Sea $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ las preferencias de n expertos, siendo $\alpha_1 = (\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13})$; $\alpha_i, \theta_i, \beta_i$, entonces, la agregación de las preferencias es calculada con el operador Agg en la ecuación 4: $Agg(\alpha, \alpha, \dots, \alpha) = (\frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{i1}}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{i2}}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{i3}}{n}, T(\alpha_i), S_1(\theta_i), S_2(\beta_i))$ (3.1)

Siendo T una función t-norma $T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, por ejemplo (min), y S_1, S_2 : una función s-norma $S: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ por ejemplo (max) [36].

La gran cantidad de nodos y la intensidad del mapa²⁰ hace que el proceso de construcción del mapa sea una tarea engorrosa y costosa en tiempo. Por lo que los autores de este artículo recomiendan en trabajos futuros, la creación del mapa a partir de los datos, mediante el uso de métodos automatizados o semiautomatizados.

Luego de construir el mapa, se llevó a cabo un proceso de aprendizaje activo, con la ayuda de los expertos, mediante el cual se refinaron finalmente los pesos del mapa.

El mapa final agregado es mostrado de forma parcial en la Figura 2.

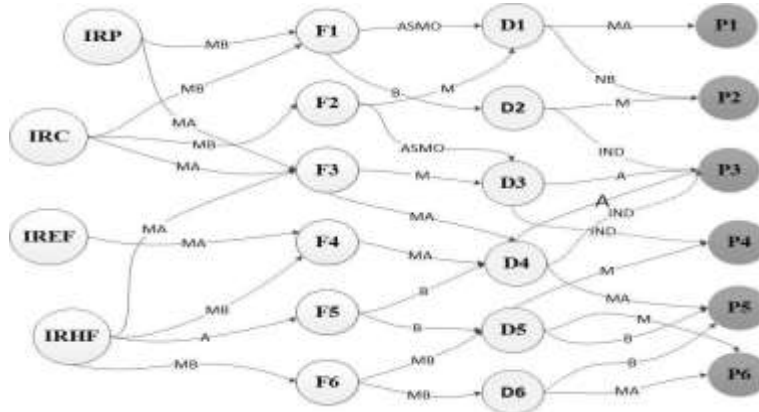


Figura 2. Una representación parcial del MCN agregado

En el proceso de simulación, se emplea el algoritmo 2. La base del algoritmo es la siguiente ecuación:

$$A_i^{t+1} = f(A_i^t + \sum_{j=1}^n W_{ji} \cdot A_j^t) \quad (3.2)$$

²⁰ Porciento de las conexiones existentes en el mapa respecto a todas las posibles conexiones que pueden existir entre los conceptos del mapa [35].

Donde el vector A_i^{t+1} representa el valor del nodo i en el instante $t+1$, w_{ji} representa el peso de las relaciones causales entre los conceptos, que se representa en este trabajo mediante números neutrosóficos triangulares, ver definición 4. Mientras que $f(x)$ es la función de activación representada en este trabajo por la tangente hiperbólica, ver la siguiente ecuación:

$$\tanh(x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}} \quad (3.3)$$

Algoritmo_2. el pseudo-código del algoritmo para la explotación del Mapa M_c

Entradas:

M_c : mapa cognitivo para la toma de decisión donde w_{ji} representa el peso de la relación causal entre los conceptos A_i y A_j del mapa M_c .

c_i : caso a analizar, $c_i \in C$ siendo C el conjunto de casos en un corte de proyecto.
 f : función de activación.

ϵ : épsilon que representa el error admisible de la estabilidad del mapa.

max_iteración: representa la máxima cantidad de iteraciones que se van a ejecutar en el mapa que influye en la condición de parad.

1. Cargar el mapa M_c ,
2. $A_0 = c_i$, $t = 1$
3. $estabilidad = false$
4. Realizar diagnóstico
5. Mientras not $estabilidad$ && $t \leq max_iteración$ do
 6. $A_i^{t+1} = f((A_i^t + \sum^n w_{ji} \odot A_j^t))$
 7. $estabilidad = \forall A^t, |A^{t+1} - A^t| < \epsilon$
 8. $t = t + 1$
 9. Fin del mientras
10. $D_0 = A^t$, $t = 1$
11. $estabilidad = false$
12. Realizar decisión
13. Mientras not $estabilidad$ && $t \leq max_iteración$ do
 14. $D_i^{t+1} = f((D_i^t + \sum^n w_{ji} \cdot D_j^t))$
 15. $estabilidad = \forall A^t, |A^{t+1} - A^t| < \epsilon$
 16. $t = t + 1$
 17. Fin del mientras
18. $R_0 = D^t$, $t = 1$
19. $estabilidad = false$
20. Realizar pronóstico
21. Mientras not $estabilidad$ && $t \leq max_iteración$ do
 22. $R_i^{t+1} = f((R_i^t + \sum^n w_{ji} \cdot R_j^t))$
 23. $estabilidad = \forall A^t, |A^{t+1} - A^t| < \epsilon$
 24. $t = t + 1$
 25. Fin del mientras
26. Devolver (A^t, D^t, R^t)

4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

Con el objetivo de validar el modelo basado en el mapa cognitivo neutrosófico (MCN), este es comparado con otro modelo basado en un MCD tradicional para la toma de decisiones en proyectos de *software*. Durante el proceso de validación, se empleó la base de datos DPME6 del repositorio de investigación de la Universidad de Ciencias Informáticas [1]. Esta base de datos contiene 1012 registros que representan 553 diferentes proyectos de *software*. En cada registro se describe el estado real de un proyecto de *software* en un momento determinado de su ciclo de vida. DPME6 contiene 3038 registros en donde los proyectos están evaluados como “mal”, 605 registros con los proyectos evaluados como “regular”, y 2247 registros con proyectos evaluados como “bien”. Cada registro tiene 8 atributos de

entrada que corresponden a los indicadores de un proyecto, y diferentes atributos de salida que representan los posibles diagnósticos, decisiones, y predicciones, respectivamente.

Para la comparación de los dos modelos en términos de eficacia, se introduce una métrica de éxito C con el fin de evaluar los dos mapas de la siguiente manera: Sea $\square$ un modelo, una métrica de éxito C está definida en (4.1) como el porcentaje de registros clasificados como lo hace un experto, donde n representa el número de registros. Esta ecuación fue aplicada con el objetivo de evaluar el resultado de los procesos de diagnóstico, decisión y predicción de ambos modelos, el basado en un MCD tradicional y el basado en MCN propuesto.

$$C(\rho) = 100 \frac{\sum_{i=1}^n S_i(\rho)}{n} \quad (4.1)$$

$$S_i(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{si no coincide con los expertos} \\ 1 & \text{si coincide con los expertos} \end{cases} \quad (4.2)$$

Así mismo, se introdujeron las métricas de precisión $P(\rho)$ (4.3) y el *recall* $R(\rho)$ (4.4) para evaluar la capacidad de los dos modelos en la detección de la indeterminación de la siguiente forma:

$$P(\rho) = 100 \frac{|Z(\rho) \cap I|}{|Z(\rho)|} \quad (4.3)$$

$$R(\rho) = 100 \frac{|Z(\rho) \cap I|}{|I|} \quad (4.4)$$

$Z(\square)$ es el conjunto de registros que un modelo $\square$ detecta con alta indeterminación y I es el conjunto de registros con verdaderamente alta indeterminación.

En el proceso de validación, el algoritmo 1 fue empleado para la construcción de ambos modelos, el basado en MCN propuesto y el basado en un MCD tradicional. El mapa MCD fue construido empleando los conceptos definidos por los expertos en la Tabla 3. La influencia de un concepto sobre otro está dada por variables lingüísticas en el intervalo $[-1, 1]$, solo con relaciones causales positivas e inhibitoras, sin considerar las relaciones de indeterminación, como se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. Términos lingüística para representar las relaciones del MCD

Términos Lingüísticos	El valor de las relaciones
Negativamente altísimo (NASMO)	-1.0
Negativamente muy alto (NMA)	-0.83
Negativamente alto (NA)	-0.67
Negativamente medio (NM)	-0.5
Negativamente bajo (NB)	-0.33
Negativamente muy bajo (NMB)	-0.17
Nada (N)	0.07
Muy bajo (MB)	0.17
Bajo (B)	0.33
Medio (M)	0.5
Alto (A)	0.67
Muy alto (MA)	0.83
Altísimo (ASMO)	1.0

Respecto a las evaluaciones exitosas en los procesos de diagnóstico, decisión y predicción, el MCN propuesto reportó mejores resultados que el MCD, como se muestra en la Tabla 5. En cuanto a la precisión en la detección de indeterminación (P) y el *recall* de la detección de indeterminación (R), el MCN propuesto arrojó buenos resultados. En el caso del MCD, este no reportó ningún resultado, ya que los MCDs tradicionales no consideran las relaciones de indeterminación.

Tabla 5. Los resultados de comparación entre MCD y MCN propuesto

Algoritmo	MCD	MCN propuesto
Diagnóstico exitoso (diagnóstico)	87%	96,98
(decisión)		
(predicción)		

Decisión exitosa	92%	99%
Predicción exitosa	83,3%	95,25%
Precisión en la detección de indeterminación $P(\text{diagnóstico})$	-	62%
Precisión en la detección de indeterminación $P(\text{decisión})$	-	77%
Precisión en la detección de indeterminación $P(\text{predicción})$	-	71%
Recall en la detección de indeterminación $R(\text{diagnóstico})$	-	99%
Recall en la detección de indeterminación $R(\text{decisión})$	-	99,4%
Recall en la detección de indeterminación $R(\text{predicción})$	-	96%

Además, los resultados de la simulación revelaron que los principales problemas en el proceso de diagnóstico fueron: “defectos en el control de tareas” y “defectos en la eficiencia de recursos humanos”. Mientras las principales decisiones sugeridas por el mapa NCM fueron: “replanificación” y “contratar más personal”. Adicionalmente, el modelo propuesto ha sido aplicado en un caso de estudio en proyecto de *software* que tiene como propósito el desarrollo de los siguientes módulos:

- Un módulo para la gestión de procedimientos para la Oficina 1.
- Un subsistema para la gestión de procedimientos para la Oficina 2.
- Un subsistema para la gestión de contabilidad y finanzas.

La aplicación del modelo condujo a identificar los siguientes defectos en el proceso de diagnóstico: “defectos en el control de tareas” y “defectos en la planificación”. No obstante, sólo 4 de 10 interesados involucrados en el proyecto se mostraron satisfechos con los resultados del modelo. Con el objetivo de corregir las desviaciones del proyecto de *software* detectadas durante el proceso del diagnóstico, el modelo sugirió las siguientes decisiones: “replanificación”, “planificación de horas extras” y “contratar más personal”.

Finalmente, las decisiones recomendadas por modelo propuesto condijeron a mejorar la calidad del *software*, e incrementar la calidad percibida, logrando que el proyecto finalizara satisfactoriamente y que la mayoría de los interesados mostraran su satisfacción con los resultados del producto de *software*.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este artículo, se presenta un nuevo modelo basado en un Mapa Cognitivo Neutrosófico (MCN) para la toma de decisiones durante los cortes de proyectos. En el modelo propuesto se modelan los procesos de diagnóstico, decisión y pronóstico de forma secuencial como parte de un proceso integrado de toma de decisiones durante el desarrollo de proyectos. Las conexiones del MCN propuesto, están representadas por números neutrosóficos triangulares. El mapa propuesto goza de las mismas ventajas que los MCDs tradicionales, pero es más robusto que los tradicionales al considerar aspectos asociados la vaguedad, la incertidumbre y la indeterminación. Adicionalmente, el nuevo modelo fue comparado con otro modelo basado en un MCD tradicional para la toma de decisiones en proyectos de *software*, demostrando su superioridad con respecto a las evaluaciones exitosas en los procesos de diagnóstico, decisión y predicción. Finalmente, el modelo fue aplicado en un caso de estudio en un proyecto de *software* conllevando a mejorar los resultados del proyecto. Como trabajos futuros, se investigará en la construcción de los MCNs a partir de los métodos de aprendizaje semiautomatizados y la comparación de diferentes arquitecturas de mapas para la solución del problema en cuestión.

RECEIVED: FEBRUARY, 2020.
REVISED: APRIL, 2020.

REFERENCIAS

- [1] ABDEL-BASSET, M. and MOHAMED, M. (2018): The role of single valued neutrosophic sets and rough sets in smart city: Imperfect and incomplete information systems. **Measurement**, 124, 47- 55.
- [2] ATANASSOV, K.T. (1986): Intuitionistic fuzzy sets. **Fuzzy Sets and Systems**, 20, 342-354.
- [3] ATUL KUMAR, DALWINDER SINGH SALARIA and DR. R. C. GANGWAR (2014): Fuzzy Cognitive Map based Prediction Tool for Schedule Overrun. **Global Journal of Computer Science and Technology**, 14.

- [4] BAĞDATLI, M.E.C., AKBIYIKLI, R. and PAPAGEORGIOU, E.I. (2017): A Fuzzy Cognitive Map Approach Applied in Cost–Benefit Analysis for Highway Projects. **International Journal of Fuzzy Systems**, 19, 1512-1527.
- [5] BETANCOURT-VÁZQUEZ, A., LEYVA-VÁZQUEZ, M. and PEREZ-TERUEL, K. (2015): Neutrosophic cognitive maps for modeling project portfolio interdependencies. **Critical Review**, 10, 40-44.
- [6] BHATIA, N. and KAPOOR, N. (2011): Fuzzy Cognitive Map Based Approach for Software Quality Risk Analysis. **ACM SIGSOFT Software Engineering Notes**, 36, 1–9.
- [7] BHUTANI, K., KUMAR, M., GARG, G. and AGGARWAL, S. (2016): Assessing it Projects Success with Extended Fuzzy Cognitive Maps & Neutrosophic Cognitive Maps in Comparison to Fuzzy Cognitive Maps. **NSS**, 12, 9-19.
- [8] BRIOSO, X. (2015): Integrating ISO 21500 guidance on project management, lean construction and PMBOK. **Procedia Engineering**, 123, 76–84.
- [9] CHEN, C.-T. and CHENG, H.-L. (2009): A comprehensive model for selecting information system project under fuzzy environment. **International Journal of Project Management**, 27, 389-399.
- [10] CUNHA, J.A.O.G., MOURA, H.P. and VASCONCELLOS, F.J.S. (2016): Decision-making in Software Project Management: A Systematic Literature Review. **Procedia Computer Science**, 100, 947-954.
- [11] Groumpos, P. (2010): Fuzzy Cognitive Maps: Basic Theories and Their Application to Complex Systems. GLYKAS, M. **Fuzzy Cognitive Maps: Advances in Theory, Methodologies, Tools and Applications**, 1-22. Springer Science & Business Media, Berlin.
- [12] GRAY, S.A., ZANRE, E. and GRAY, S.R.J. (2014): Fuzzy Cognitive Maps as Representations of Mental Models and Group Beliefs. **Fuzzy Cognitive Maps for Applied Sciences and Engineering**, 29–48. Springer, Berlin.
- [13] GREGOR, M., GROUMPOS, P.P. and GREGOR, M. (2017): Using Weight Constraints and Masking to Improve Fuzzy Cognitive Map Models. **Conference on Creativity in Intelligent Technologies and Data Science, Volgograd, Russia**.
- [14] HATWAGNER, M.F. et al. (2018): Two-Stage Learning based Fuzzy Cognitive Maps Reduction Approach. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 26, 2938-2952.
- [15] JAMSHIDIA, A., AIT-KADIB, D. and RUIZC, A. (2017): An advanced dynamic risk modeling and analysis in projects management. **Journal of Modern Project Management**, 5, 6-11.
- [16] JAYANTHI, J., KAUR, G. and JOSEPH K, S. (2017): FINANCIAL FORECASTING USING DECISION TREE (REPTree & C4.5) AND NEURAL NETWORKS (K*) FOR HANDLING THE MISSING VALUES. **ICTACT JOURNAL ON SOFT COMPUTING**, 7.
- [17] JOHNSON, J. (2018): **CHAOS Report: Decision Latency Theory: It Is All About the Interval**. USA.
- [18] KHODAKARAMI, V. and ABDI, A. (2014): Project cost risk analysis: A Bayesian networks approach for modeling dependencies between cost items. **International Journal of Project Management**, 32, 12331245.
- [19] KOSKO, B. (1986): Fuzzy cognitive maps. **International Journal of Man-Machine Studies**, 24, 65-75.
- [20] KULKARNI, P., LONDHE, S. and DEO, M. (2017): Artificial Neural Networks for Construction Management: A Review. **Soft Computing in Civil Engineering**, 1, 70-88.
- [21] LAZZERINI, B. and MKRTCHYAN, L. (2011): Analyzing Risk Impact Factors Using Extended Fuzzy Cognitive Maps. **IEEE Systems Journal**, 5, 288-297.
- [22] MPELOGIANNI, V. and GROUMPOS, P.P. (2018): Re-approaching fuzzy cognitive maps to increase the knowledge of a system. **AI & Soc**, 33, 175-188.
- [23] ORŁOWSKI, C. (2014): Rule-Based Model for Selecting Integration Technologies for Smart Cities Systems. **Cybernetics and Systems**, 45, 136-145.
- [24] PANAGIOTIS CHYTAS, MICHAEL GLYKAS and GEORGE VALIRIS (2010): Software Reliability Modelling Using Fuzzy Cognitive Maps. **Fuzzy Cognitive Maps Advances in Theory, Methodologies, Tools and Applications, Studies in Fuzziness and Soft Computing**, 217–230. Springer, Berlin.
- [25] PAPAGEORGIOU, E., STYLIOS, C. and GROUMPOS, P. (2006): Introducing Interval Analysis in Fuzzy Cognitive Map Framework. **Hellenic Conference on Artificial Intelligence, Crete, Greece**. [26] PÉREZ, P.P.

- et al. (2019): Repositorio de datos para investigaciones en gestión de proyectos. **Revista Cubana de Ciencias Informáticas**, 13, 176–191.
- [27] PEREZ, Y.F., CORONA, C.C. and GALDEANO, J.L.V. (2018): A New Model Based on Soft Computing for Evaluation and Selection of Software Products. **IEEE Latin America Transactions**, 16, 1186- 1192.
 - [28] PROJECT MANAGEMENT INSTITUTE (2017): **A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK® Guide)**. USA.
 - [29] PROJECT MANAGEMENT INSTITUTE (2015): Capturing the Value of Project Management Through Decision Making. **Pulse of the Profession**.
 - [30] SALMERON, J.L. (2009): Supporting Decision Makers with Fuzzy Cognitive Maps. **Research- Technology Management**, 52, 53-59.
 - [31] SALMERON, J.L. (2010): Modelling grey uncertainty with Fuzzy Grey Cognitive Maps. **Expert Systems with Applications**, 37, 7581-7588.
 - [32] SOLANA-GUTIÉRREZ, J., RINCÓN, G., ALONSO, C. and GARCÍA-DE-JALÓN, D. (2017): Using fuzzy cognitive maps for predicting river management responses: A case study of the Esla River basin, Spain. **Ecological Modelling**, 360, 260-269.
 - [33] STACH, W. and KURGAN, L. (2004): Modeling Software Development Projects Using Fuzzy Cognitive Maps. **Proceedings of the 4th ASERC Workshop on Quantitative and Soft Software Engineering**, Banff, Alberta, Canada.
 - [34] STACH, W. and KURGAN, L. (2004): Parallel Fuzzy Cognitive Maps as a Tool for Modeling Software Development Projects. **IEEE Annual Meeting of the Fuzzy Information**, Banff, Alberta, Canada.
 - [35] STACH, W., KURGAN, L., PEDRYCZ, W. and REFORMAT, M. (2005): Genetic learning of fuzzy cognitive maps. **Fuzzy Sets and Systems**, 153, 371-401.
 - [36] STARCZEWSKI, J.T. (2012): **Advanced Concepts in Fuzzy Logic and Systems with Membership Uncertainty**. Poland.
 - [37] TEAM, C.P. (2010): **CMMI Para el desarrollo, versión 1.3: Guía para la integración de procesos y la mejora de productos**. New York.
 - [38] VARGAS, R. V. (2015): Applying Neural Networks and Analogous Estimating to Determine the Project Budget. **PMI® Global Congress 2015, North America, Orlando**.
 - [39] YOON, Y., JUNG, J. and HYUN, C. (2016): Decision-making Support Systems Using Case-based Reasoning for Construction Project Delivery Method Selection: Focused on the Road Construction Projects in Korea. **The Open Civil Engineering Journal**, 10, 500-512.
 - [40] ZARE RAVASAN, A. and MANSOURI, T. (2016): A dynamic ERP critical failure factors modelling with FCM throughout project lifecycle phases. **Prod Plann Control**, 27, 65-82.
 - [41] ZADEH, L.A. (1965): Fuzzy sets. **Information and Control**, 8, 338-353.

A NEW NEUTROSOPHIC CLINICAL DECISION SUPPORT MODEL FOR THE TREATMENT OF PREGNANT WOMEN WITH HEART DISEASES

Salah Hasan Al-subhi^{*1}, Pedro Antonio Román Rubio^{**}, Pedro Piñero Pérez^{*}, Elpiniki I. Papageorgiou^{***}, Roberto García Vacacela^{****}, Gaafar Sadeq S. Mahdi^{*}

^{*} Universidad de Ciencias Informáticas, La Habana, Cuba

^{**} Servicio Nacional de Cardiopatía y Embarazo, Hospital Docente Ginecobstétrico "Ramón González Coro"

- Instituto de Cardiología y Cirugía Cardiovascular, La Habana, Cuba

^{***} Faculty of Technology, University of Thessaly, Geopolis Campus Ring Road of Larisa-Trikala, GR41500 Larisa, Greece. Institute for Bio-Economy and Agri-Technology (iBO), Center for Research and Technology–Hellas (CERTH), 6th km Charilaou-Thermi Rd, GR 57001 Thermi, Thessaloniki, Greece ^{****} Universidad Católica Santiago de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador

ABSTRACT

One of the risks during pregnancy, with high negative impact on both pregnant and fetus is cardiovascular disease suffering. Early diagnosis and appropriate treatment of this pathology significantly reduce the risk for pregnant. The treatment of pregnant women with heart diseases is characterized by the insufficient availability of experts with knowledge of medical specialties involved, and by the presence of situations of indeterminacy, uncertainty, vagueness, and incomplete data. Hence the need to create novel computational techniques for supporting clinical decision making during the treatment of these diseases. In this paper, we suggest a new model based on Neutrosophic Cognitive Map that integrates diagnosis, treatment, and prognosis processes for supporting clinical decision making during the treatment of pregnant women with cardiovascular diseases. The model introduces a new approach to represent the map's connections, by using Triangular Neutrosophic Numbers, making it possible to quantify the truth, indeterminacy, and falsity degrees of experts' preferences. The new model aims to improve the accuracy of diagnosis and treatment of heart diseases during pregnancy; and to mitigate the lack of expertise in this area. In validation process, a data base with 1019 cases provided by Cardiovascular and Pregnancy National Service / Gynecology and Obstetrics Hospital Ramón Gonzales Coros is used, and model's results are evaluated by experts to demonstrate the efficiency of the proposed model for treating these diseases during pregnancy.

KEYWORDS: Clinical Decision Support Model, Neutrosophic Cognitive Maps, Triangular Neutrosophic Numbers, Heart Diseases in Pregnancy.

MSC: 94D05, 92C50

RESUMEN

Uno de los riesgos durante el embarazo, con mayor impacto negativo tanto para la gestante como para el feto, es el padecimiento de las enfermedades cardiovasculares. El diagnóstico temprano y el adecuado tratamiento de esta patología disminuye significativamente el riesgo para las pacientes. El tratamiento de las embarazadas cardiopatas se caracteriza por la insuficiente disponibilidad de expertos que dominen las especialidades médicas involucradas, y la presencia de situaciones de indeterminación, incertidumbre, vaguedad e información incompleta. De ahí la necesidad de introducir novedosas técnicas computacionales para apoyar la toma de decisión clínica durante el tratamiento de las enfermedades cardiovasculares durante el embarazo. En este trabajo, proponemos un nuevo modelo basado en Mapas Cognitivos Neutrosóficos que integra los procesos de diagnóstico, tratamiento y pronóstico para apoyar la toma de decisión clínica durante el tratamiento de gestantes cardiopatas. El modelo introduce un nuevo enfoque para representar las conexiones del mapa mediante Números Neutrosóficos Triangulares, permitiendo cuantificar los grados de certeza, indeterminación y falsedad de las preferencias de los expertos. El nuevo modelo pretende mejorar la precisión del diagnóstico y tratamiento de las enfermedades cardiovasculares durante el embarazo, así como mitigar la falta de experticia en este campo. En el proceso de validación, se emplea una base de datos de 1019 casos provista por el Servicio Nacional de Cardiopatía y Embarazo, Instituto de Cardiología y Cirugía Cardiovascular / Hospital de Ginecología y Obstetricia Ramón Gonzales Coros, y los resultados del modelo son evaluados por expertos para demostrar la eficiencia del modelo propuesto en el tratamiento de estas enfermedades durante el embarazo.

PALABRAS CLAVES: Modelo de apoyo a la decisión clínica, mapas cognitivos neutrosóficos, números neutrosóficos triangulares, enfermedades cardiovasculares durante el embarazo.

¹ salahcuba@yahoo.com

1. INTRODUCTION

The treatment of cardiovascular diseases during pregnancy is a very complex task. In developed countries, these diseases constitute the main maternal cause of death, no related to pregnancy [43]. Some institutions point out that between 0.2% and 4% of pregnant suffer complications because of these diseases. Some cardiovascular diseases during pregnancy are congenital heart diseases [40], rheumatic valvulopathy mainly pregnant women with valve prostheses [33], cardiac arrhythmias [32], peripartum cardiomyopathy that frequently appears in the peripartum period [42], and coronary artery [41]. In particular, an increase in the incidence of these diseases is identified by two fundamental factors: □ The incidence of hereditary factors [21].

- The increase of risk factors such as hypertension, diabetes, and obesity in women who develop their first pregnancy at an advanced age [13].

The diagnosis and treatment of cardiovascular pathologies during pregnancy constitute a complex decisionmaking problem characterized by the following elements:

- At the time of the consultation, the medical team must make a diagnosis, prescribe a treatment and estimate a prognosis of disease evolution. In this scenario, three sequential decision-making problems hardly interconnected are identified. The first problem is associated with diagnosis process, in which the disease and its level of severity are identified from the analysis of a large number of factors, such as symptoms, signs, personal and family history, and complementary examinations, among others. Once the disease is diagnosed, decisions associated to determine the appropriate treatment are made in order to eliminate or control maternal-fetal effects. When prescribing a treatment, doctors forecast the possible patient evolution, which is the third decisionmaking problem.
- There are situations of uncertainty and vagueness. For example, some symptoms of these diseases tend to be confused with the pregnancy symptoms itself [9]. Besides, there is a presence of indeterminacy relationships among concepts of diagnostic, treatment, and prognosis processes. An example of that is, sometimes, the effect of a treatment on patient evolution is not known exactly. Another sources of uncertainty can be due to the variation of physicians' opinions and experiences [10].
- There is insufficiency of experts in the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy. The treatment of these diseases requires the knowledge of several specialists such as: cardiologists with knowledge of pregnancy, obstetricians experienced in cardiovascular diseases, and neonatologists with experience in obstetrics and cardiology. In Latin America region, there are centers specialized in the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy only in Cuba, Argentina, Colombia, and Brazil [30].
- Because prospective or randomized studies about cardiovascular diseases during pregnancy are scarce, the principal guidelines' recommendations for the management of these diseases mainly correspond to the lowest evidence level C [31]. This situation provokes low accuracy in decisions emitted by physicians with regard to diagnosis and treatment of these diseases during pregnancy.

From the aforementioned analysis, it is evident the need to develop a clinical decision support tool for diagnosis, treatment, and prognosis of cardiovascular diseases during pregnancy. In this sense, soft computing techniques are robust for modeling complex and dynamic systems with presence of uncertainty, inaccuracy, and vagueness [8]. For the selection of the technique to model the problem in question, the following elements have been taken into account:

- The ability to manage numerous interrelated concepts with different degrees of causality.
- The ability to represent indeterminacy and feedback relationships presented among concepts.
- The possibility to aggregate experts' knowledge with different degrees of expertise involved in the decision-making process.
- Considering not only the accuracy and predictability of the results, but also the transparency and interpretability of these results and the decision-making process.
- The capacity to deal with uncertainty, vagueness and imprecision embedded in data provided from different sources such as: medical history, physical examination, doctor's evaluation, laboratory tests, and imaging tests.

Based on the previous elements which show the complexity of the decision making problem, in this research study, particularly, we propose the use of Fuzzy Cognitive Maps (FCMs) [18] considering the advantages of

this technique in comparison with other soft computing techniques, in terms of interpretability, scalability, aggregation of knowledge, dynamism and feedback representation capacity [27].

1.1. Previous works on FCMs and its extensions for clinical decision support.

FCMs have been used for clinical decision support systems. Bourgani et al. [5] examines and compares different FCM structures proposed for developing medical decision support systems. Apostolopoulos [4] employed FCM for the prediction of coronary artery disease. Papageorgiou et al. [28] developed a decision support system for the prediction of pulmonary infections. Stylios et al. [38] introduced a medical decision support system based on distributed m-FCM to model the way by which the obstetrician makes a decision for a normal delivery or a caesarean section. Subramanian et al. [39] developed an integrated decision support approach for the estimation of breast cancer risk grade. Continuing with this line, Büyükavcu et al. [7] employed a Rule-Based FCM to evaluate risk factors of breast cancer, and Li et al. [19] proposed an Intervalvalued FCM for breast cancer risk prediction. Papageorgiou employed a new FCM approach for the treatment planning decision in radiotherapy [25], [26]. The same author applied FCM to determine the success of radiation therapy process [29]. Iakovidis and Papageorgiou [15] developed a new FCM approach based on Intuitionistic FCM for pneumonia severity classification. For celiac disease classification, Najafi et al. [24] developed a medical decision support system based on FCMs and computing with words (CWW), and Amirkhani et al. [3] introduced an automatic computer-aided diagnosis system based on iFCM. Jayashree et al. [16] employed FCM for geospatial dengue outbreak risk prediction of tropical regions of Southern India. Mago et al. [22] used FCM to assess the severity level of periodontal disease in dental patients. Georgopoulos and Stylios [12] applied their augmented FCMs with Case-based Reasoning technique in the speech pathology area to diagnose language impairments. Habib and Akram [14] used FCM to determine the risk for cardiovascular diseases (CVDs), and nutrition level in infants aged 0–6 months. In order to handle indeterminacy relationships that could exist among decisions concepts, i.e. considering a situation where it is difficult to decide whether a relation between two concepts exists or not, different authors has employed Neutrosophic Cognitive Maps (NCMs) introduced by Vasantha & Smarandache in 2003 [17]. NCMs are the integration of Fuzzy Cognitive Maps (FCMs) proposed by Kosko in 1986 [18] and the Neutrosophic Sets (NCs) developed by Smarandache in 1995 [36]. NCMs overcome the limitation of traditional FCMs of not representing indeterminacy relationships. Shanmugam and Preethi [34] developed a new model based on NCM with Genetic Algorithm (GA) for the classification of arthritis disease. Gaurav et al. [11] employed NCM and GA for modeling of medical disease diagnosis, the model was applied in the speech pathology area for the diagnosis of language impairments. William et al. [44] employed NCMs to analyze the impact of risk factors of breast cancer and its solution.

1.2. Motivation and aims of this work.

From the previous analysis, it is noticed that:

- There is a need to improve the accuracy of clinical decisions during the diagnosis and treatment of pregnant women with cardiovascular diseases, and to mitigate the lack of expertise in this area.
- The applications of FCMs and its extensions tackle the decision-making problem in isolation, since they are directed to either diagnosis, treatment, or prognosis. No work has been reported in which the tree processes are integrated into a clinical decision support tool.
- There are no applications of FCMs or its extensions for the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy.
- There is a need to improve the indeterminacy representation. The NCMs-based models identified the consulted literature represent indeterminacy relationships by the symbol I , and the rest of the map's relationships are represented as in traditional FCMs. The symbol I is swept during the simulation process making it possible only to indicate the outputs nodes with indeterminacy situation.

This paper is directed toward the creation of a new model based on Neutrosophic Cognitive Map (NCM) for supporting clinical decision making during the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy. The

proposed model aims to improve the accuracy of diagnosis and treatment of heart diseases during pregnancy, and thereby contribute to reduce risks during pregnancy and raise the quality of life of pregnant women.

The innovation aspects of this research work are the following:

- The integration of the diagnosis, treatment, and prognosis processes in a clinical decision support tool.
- The application of NCMs for the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy.
- The introduction of a new approach for indeterminacy representation. In contrast of current NCMbased models which represent the indeterminacy relationships by the symbol I , the proposed model represents the map's relationships through Triangular Neutrosophic Numbers (TNNs). Hence, experts can now be able to not only to describe the relationship among concepts, but also to express the truth, indeterminacy and falsity degrees of their preferences.

The work is organized as follows. Section 2 describes preliminary concepts of the Triangular Neutrosophic Numbers. Section 3 presents the new neutrosophic clinical decision support model for the treatment of pregnant women with cardiovascular diseases. Section 4 is dedicated to the analysis of the research's results, and finally the conclusions of the work are presented in section 5.

2. TRIANGULAR NEUTROSOPHIC NUMBERS

In this section, main definitions of Triangular Neutrosophic Numbers. The concept of Fuzzy Sets (FSs) was introduced for the first time by L. Zadeh in 1965 [45], where it is assumed that there is a membership function indicating the degree of belongingness and the degree of non-belongingness is just the complete to 1. Later on, Atanassov [2] proposed the IFSs as an extension of fuzzy sets which can handle the lack of knowledge by using a non-membership degree. However, in the intuitionistic fuzzy logic, membership, nonmembership, and hesitancy are all completely dependent in each other. Thus, in many complex decisionmaking problems, TIFNs present some limitation. In order to overcome this limitation, IFSs were extended by Smarandache in 1995 [36], by introducing a new component called indeterminacy-membership function. Neutrosophic sets theory considers that truth membership function, falsity membership function, and indeterminacy membership function are independent of each other.

Definition 1 [36]. A neutrosophic set $A = \{(x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)) \mid x \in U\}$ is defined by a truth-membership function $T_A(x) \in [0, 1]$, an indeterminacy-membership function $I_A(x) \in [0, 1]$, and a falsity-membership function $F_A(x) \in [0, 1]$. Therefore $0 \leq \sup T_A(x) + \sup I_A(x) + \sup F_A(x) \leq 3$.

For NSs be implemented in practical problem, Wang et al. [20] defined the single valued neutrosophic set (SVNS), as a special case of NSs.

Definition 2 [20]. Let X be a universe of discourse. A single valued neutrosophic set (SVNS) A over X is an object having the form $A = \{(x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)) : x \in X\}$, $T_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$, $I_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ and $F_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ with $0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$ for all $x \in X$. $T_A(x)$, $I_A(x)$, $F_A(x)$ denote the degrees of membership, indeterminacy, and non-membership, respectively, of x to A .

Later on, the concept of triangular neutrosophic numbers (TNNs) was introduced as a special form of single valued neutrosophic sets.

Definition 3 [1]. A single valued triangular neutrosophic set A is a vector $\tilde{A} = (\alpha_{\tilde{A}}, \theta_{\tilde{A}}, \beta_{\tilde{A}})$ such that $(\alpha_{\tilde{A}}, \theta_{\tilde{A}}, \beta_{\tilde{A}})$ represents the boundary of a triangular function where $\alpha_{\tilde{A}} \leq \theta_{\tilde{A}} \leq \beta_{\tilde{A}}$, and $\alpha_{\tilde{A}}, \theta_{\tilde{A}}, \beta_{\tilde{A}} \in [0, 1]$ denote the maximum truth-membership degree, minimum indeterminacy-membership

degree and minimum falsity-membership degree, respectively, see Figure 1. $\alpha_{\tilde{A}}, \theta_{\tilde{A}}, \beta_{\tilde{A}}$ are used to calculate $T_{\tilde{A}}(x)$, $I_{\tilde{A}}(x)$ and $F_{\tilde{A}}(x)$ from $\mu_{\tilde{A}}$ for all $x \in U$, as follows

$$T_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \alpha_{\tilde{A}} & (x = a_1) \\ \alpha_{\tilde{A}} \left(\frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \right) & (a_2 < x \leq a_3) \end{cases} \quad \left(\alpha_{\tilde{A}} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \quad (a_1 \leq x \leq a_2) \right) \quad (2.1)$$

$$I_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{otherwise} \\ \frac{(a_2 - x + \theta_{\tilde{A}}(x - a_1))}{(a_2 - a_1)} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ \theta_{\tilde{A}} & (x = a_2) \\ \frac{(x - a_2 + \theta_{\tilde{A}}(a_3 - x))}{(a_3 - a_2)} & (a_2 < x \leq a_3) \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$F_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(a_2 - x + \beta_{\tilde{A}}(x - a_1))}{(a_2 - a_1)} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ \beta_{\tilde{A}} & (x = a_2) \\ \frac{(x - a_2 + \beta_{\tilde{A}}(a_3 - x))}{(a_3 - a_2)} & (a_2 < x \leq a_3) \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.3)$$

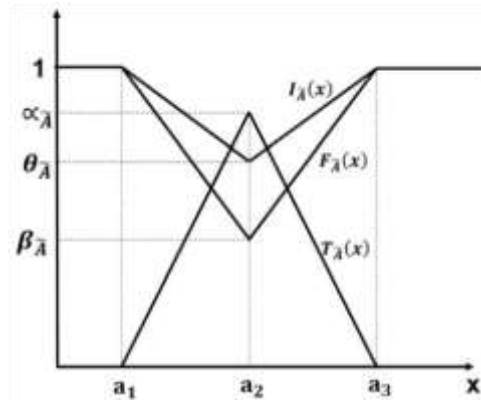


Figure 1. Graphical representation of a triangular neutrosophic set $\tilde{A}$

Definition 1 [1]. Let $\tilde{a} = \square(a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}$ and $\tilde{b} = \square(b_1, b_2, b_3); \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{b}}$ be two triangular neutrosophic numbers and $\gamma \neq 0$ be any real number. Then:

- Addition of two triangular neutrosophic numbers

$$\tilde{a} \oplus \tilde{b} = \square(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} \quad \square \quad (2.4)$$

- Subtraction of two triangular neutrosophic numbers

$$\tilde{a} \ominus \tilde{b} = \square(a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} \quad \square \quad (2.5)$$

$$\tilde{a} \otimes \tilde{b} = \begin{cases} (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} & \text{if } (a_3 > 0, b_3 > 0) \\ (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} & \text{if } (a_3 < 0, b_3 > 0) \\ (a_3 b_3, a_2 b_2, a_1 b_1); \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} & \text{if } (a_3 < 0, b_3 < 0) \end{cases} \quad \text{triangular neutrosophic numbers} \quad \square \quad (2.6)$$

- Division of two triangular neutrosophic numbers

$$\tilde{a} \oslash \tilde{b} = \begin{cases} \langle \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1} \rangle; \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} & \text{if } (a_3 > 0, b_3 > 0) \\ \langle \frac{a_3}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1} \rangle; \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} & \text{if } (a_3 < 0, b_3 > 0) \\ \langle \frac{a_3}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_3} \rangle; \alpha_{\tilde{a}} \wedge \alpha_{\tilde{b}}, \theta_{\tilde{a}} \vee \theta_{\tilde{b}}, \beta_{\tilde{a}} \vee \beta_{\tilde{b}} & \text{if } (a_3 < 0, b_3 < 0) \end{cases} \quad (2.7)$$

- Multiplication of a triangular neutrosophic number by a constant value

$$\gamma \otimes \tilde{a} = \begin{cases} \langle (\gamma a_1, \gamma a_2, \gamma a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}} \rangle & \text{if } (\gamma > 0) \\ \langle (\gamma a_3, \gamma a_2, \gamma a_1); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}} \rangle & \text{if } (\gamma < 0) \end{cases} \quad (2.8)$$

- Division of a triangular neutrosophic number by a constant value

$$\tilde{a} \oslash \gamma = \begin{cases} \langle (\frac{a_1}{\gamma}, \frac{a_2}{\gamma}, \frac{a_3}{\gamma}); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}} \rangle & \text{if } (\gamma > 0) \\ \langle (\frac{a_3}{\gamma}, \frac{a_2}{\gamma}, \frac{a_1}{\gamma}); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}} \rangle & \text{if } (\gamma < 0) \end{cases} \quad (2.9)$$

- Inverse of a triangular neutrosophic number

$$\tilde{a}^{-1} = \langle (\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_1}); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}} \rangle \text{ where } (\tilde{a} \neq 0) \quad (2.10)$$

3. THE NEW NEUTROSOPHIC CLINICAL DECISION SUPPORT MODEL FOR THE TREATMENT OF PREGNANT WOMEN WITH CARDIOVASCULAR DISEASES

This section proposes the new neutrosophic clinical decision support model for the treatment of pregnant women with cardiovascular diseases. The suggested model is based on triangular neutrosophic numbers and integrates the diagnostic, treatment and prognostic processes for supporting medical decision making during the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy. Unlike other models identified in the consulted literature, the proposed model represents all the map's relationships including indeterminacy by triangular neutrosophic numbers, see definition 3. This has the advantage of quantifying the truth, indeterminacy, and falsity degrees.

The phases of the proposed model are detailed in the following algorithm:

Algorithm_1. the pseudo-code algorithm for the construction and exploitation of the NCM

1. Select K medical experts (K> 2) with similar expertise levels.
2. Identify the concepts to be related by each of the stages of the decisionmaking process ($C_1, C_2 \dots C_n, D_1, D_2 \dots D_r, R_1, R_2 \dots R_s$). Such as the concepts C_q correspond to diagnostic nodes, the concepts of D_j correspond to decision nodes associated with the treatment, and the concepts R_i are those associated with the prognosis process.
3. Assign the linguistic variable L to represent the causal relationships among concepts.
4. Each expert e_i constructs a map M_{e_i} by expressing their preferences about the direction and intensity of relations among concepts, such that w_{ij} represents the weight of the connection between C_i and C_j .
5. Aggregate the maps M_{e_i} constructed by experts to obtain the aggregated map M_c .
6. C_0 is the initial vector that represents symptoms and signs, $t = 1$
7. $stability = false$
8. Make diagnosis
9. While not $stability$ && $t \leq \max_iteration$ do
10. $C_i^{t+1} = f((C_i^t \oplus \sum_{j=1}^n w_{ji} \otimes C_j^t))$
11. $stability = \forall C^t, |C^{t+1} \ominus C^t| < \varepsilon$
12. $t = t + 1$
13. End While
14. $D_0 = C^t, t = 1$
15. $Stability = false$
16. Perform treatment
17. While not $stability$ && $t \leq \max_iteration$ do
18. $D_i^{t+1} = f((D_i^t \oplus \sum_{j=1}^n w_{ji} \otimes D_j^t))$
19. $stability = \forall D^t, |D^{t+1} \ominus D^t| < \varepsilon$
20. $t = t + 1$
21. End While

```

22.    $R_0 = D^t, t = 1$ 
23.    $Stability = false$ 
24.   Perform prognosis
25.   While not  $stability$  &&  $t \leq max\_iteration$  do
26.      $R_i^{t+1} = f(R_i^t \oplus \sum_{j=1}^n w_{ji} \otimes R_j^t)$ 
27.      $stability = \forall R^t, |R^{t+1} \ominus R^t| < \epsilon$ 
28.      $t = t + 1$ 
29.   End While
30.   Return ( $C^t, D^t, R^t$ )

```

In order to build the proposed map, the algorithm_1 was applied. Three experts, in this case, physicians from National Service of Cardiopathy and Pregnancy and Hospital "Ramón González Coro" for Gynecology and Obstetrics of Cuba, with approximately 20 years of experience in the treatment of pregnant with heart disease was selected. The participation of multiple experts for the map construction reduces the bias that can be caused by considering the preferences of only one expert.

First, experts identified the relevant nodes of the map, as shown in Table 1.

Table 1. Maps' nodes

Type	Nodes
Input data (symptoms and signs)	Age (A) Obesity (OB)
	Smoking (TAB)
	Family pathological history (FPH)
	Personal pathological history (PPH)
	Electrocardiogram (ECG)
	Ultrasound (ECO)
	Functional class (FC)
Diagnosis	Obstruction at exit (OEX)
	Obstruction at entry (OEN)
	Rhythm disorders (RD)
	Conduction disorders (CDS)
	Congenital diseases (CD)
	Genetic diseases (GD)
Treatment	Pregnancy interruption (PI)
	Diuretic treatment (DT)
	Anti-arrhythmic treatment (AAT)
	Treatment with beta blockers (TBB)
	Anticoagulants treatment (ACT)
Prognosis	Eutectic delivery (ED)
	Dystocic delivery (PD)
	Child with complications (CHC)
	Child without complications (NOCHC)
	Mother with complications (MC)
	Mother without complications (NOMC)

After that, experts describe the cause-effect relationships among nodes by using the linguistic terms represented by triangular neutrosophic numbers, as shown in Table 2.

Table 2. Triangular neutrosophic numbers to represent maps' relationships

Linguistic terms	Triangular neutrosophic numbers
Negatively_Extremely_High (NEXH)	(-1.0, -1.0, -0.83, 0.99, 0.02, 0.01)
Negatively_Very_High (NVH)	(-1, -0.83, -0.67, 0.99, 0.02, 0.01)
Negatively_High (NH)	(-0.83, -0.67, -0.5, 0.99, 0.03, 0.02)
Negatively_Medium (NM)	(-0.67, -0.5, -0.33, 0.99, 0.03, 0.02)
Negatively_Low (NL)	(-0.5, -0.33, -0.17, 0.99, 0.04, 0.03)

Negatively_Very_Low (NVL)	(-0.33, -0.17, 0, 0.99, 0.04, 0.03)
Nothing (N)	(0, 0, 0, 0, 0, 0)
Very_Low (VL)	(0, 0.17, 0.33, 0.99, 0.04, 0.03)
Low (L)	(0.17, 0.33, 0.5, 0.99, 0.04, 0.03)
Medium (M)	(0.33, 0.5, 0.67, 0.99, 0.03, 0.02)
High (H)	(0.5, 0.67, 0.83, 0.99, 0.03, 0.02)
Very_High (VH)	(0.67, 0.83, 1.0, 0.99, 0.02, 0.01)
Extremely_High (EXH)	(0.83, 1.0, 1.0, 0.99, 0.02, 0.01)
Indeterminacy (IND)	(-0.17, 0, 0.17, 0.5, 0.99, 0.5)

Next step is the aggregation of individual maps built by each expert as follow:

Let $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n$ be the preferences of n experts, being $\tilde{a}_i = (\alpha_{\tilde{a}_i}, \mu_{\tilde{a}_i}, \nu_{\tilde{a}_i}, \theta_{\tilde{a}_i}, \beta_{\tilde{a}_i})$, then, the preferences aggregation is performed by using the operator *Agg* in the equation 4.1:

$$\mathbf{Agg}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{\tilde{a}_i}}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{a}_i}}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n \nu_{\tilde{a}_i}}{n}, T(\alpha_{\tilde{a}_i}), S_1(\theta_{\tilde{a}_i}), S_2(\beta_{\tilde{a}_i}) \right) \quad (3.1)$$

Being T a t-norm function, $T: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, for example (Min), and S_1, S_2 : a s-norm function, $S: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, for example (Max) [37].

Finally, the aggregated map is obtained, as shown in Figure 2.

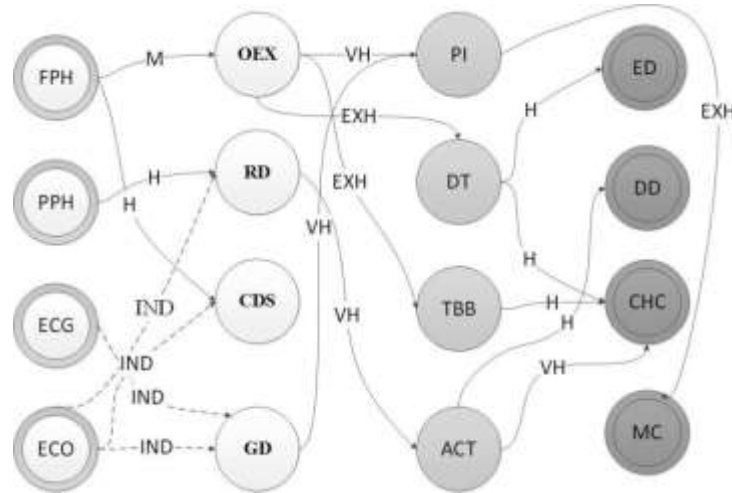


Figure 2. Partial view of the Neutrosophic Cognitive Map for the treatment of heart diseases during pregnancy

The simulation process consists of calculating the activation levels, in successive iterations, of the nodes. This simulation additionally requires the definition of an initial vector. The initial vector, in this particular case, comprises the symptoms and signs presented by a pregnant woman. The possible diagnosis nodes are generated from these input data. The nodes derived from the diagnosis process are used as the initial vector for the next process associated with decisions that represent the possible treatments. Finally, the outputs generated by the decision process are used as input data in the prognosis process. Map's nodes in the three processes are calculated at each step of the simulation as follows:

$$A_i^{t+1} = f(A_i^t \oplus \sum_{j=1}^n w_{ji} \otimes A_j^t) \quad (3.2)$$

where A_i^{t+1} is the value of the concept C_i in step $t + 1$ of the simulation, $A_j^{(r)}$ is the value of the concept C_j in step t of simulation, w_{ji} is the weight of the connection between the concepts C_j and C_i , $f(.)$ is the activation function [6]. According to the initial vector, the map will converge to one of the following states: fixed point, limit cycle or chaotic attractor. The design of the proposed model allows the execution of the diagnosis, treatment and prognosis processes sequentially.

4. EXPERIMENTAL ANALYSIS

For model validation, a data base with 1019 cases of pregnant women with different cardiovascular pathologies provided by the National Cardiopathy and Pregnancy Service and "Ramón González Coro" Hospital of Cuba was used. The model was implemented in Ruby and introduced as a module into GESPRO platform designed for multiple purposes [35]. The results of the application of the proposal map with the aforementioned database's data were evaluated by 3 experts, in this case, medical specialists in the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy. The evaluation criteria were:

- Successful evaluation in diagnosis.
- Successful evaluation in treatment.
- Successful evaluation in prognosis.
- Answer speed.

Each expert provides his or her preferences about each criterion by using one of the following linguistic terms $LBTL = \{nothing, very\ low, low, mean, high, very\ high, perfect\}$,

Experts evaluation were aggregated using 2-tuple linguistic model [23], and the following results were obtained, see Table 3.

Table 3. Experts' preferences

Criteria		e1	e2	e3	Aggregated experts' preferences
1	Successful evaluation in diagnosis	high	mean	very high	(high, 0.0)
2	Successful evaluation in treatment	low	high	mean	(mean, 0.0)
3	Successful evaluation in prognosis	very high	high	very high	(very high, -0.4)
4	Answer time	perfect	high	very high	(very high, 0.0)
Aggregated experts' preferences					(high, 0.1)

The best evaluations were given for "Answer speed" and "Successful evaluation in prognosis" criteria. The criterion with worst result was "Successful evaluation in treatment". In general, the overall experts' evaluation about the model's results associated to diagnosis, decision, and prediction processes was high. Besides, experts expressed their satisfaction with results interpretability and highlighted the high performance of the neutrosophic medical decision support tool regarding to the answer time. On the other hand, medical staff expressed special interest with the model capacity of interrelating different concepts associated with diagnosis, treatment, and prognosis.

The model can also be used for learning and educational purposes using a scenario-based learning approach. Through "what-if" questions, medical professionals can develop their knowledge and skills for problems solution in a safety context. This learning approach is suitable for training inexperienced medical personal, since it gives them the opportunity to observe and predict the effect of their decisions associated to diagnosis and treatment on the evolution of pregnant women with heart diseases.

5. CONCLUSIONS

In this article, a new clinical decision support model based on Neutrosophic Cognitive Map (NCM) for the treatment of cardiovascular diseases during pregnancy was presented. The proposed model integrates the diagnosis, treatment, and prognosis processes into one framework. Unlike other models based on NCMs, the new model represents the map's connections by triangular neutrosophic numbers, making it possible to consider the truth, indeterminacy, and falsity degrees of experts' preferences. Among the model advantages found by physicians, it is highlighted its ability to interrelate different concepts associated with the treatment of heart diseases during pregnancy and the results interpretability. The use of the proposed model contributed to improve the professional level of inexperienced medical personal in the treatment of pregnant women with heart diseases. Besides, the proposal improves the precision of decisions and facilitates the early detection of diseases in scenarios where there are no specialized medical personnel in the treatment of this kind of diseases.

As future work, it is proposed to extend the use of this model for the diagnosis, treatment and prognosis of other diseases, as well as the construction of the map by using machine learning techniques.

RECEIVED: NOVEMBER , 2019.

REVISED: FEBRUARY, 2020. REFERENCES

- [1] ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M., HUSSEIN, A.-N. and SANGAIAH, A.K. (2018): A novel group decision-making model based on triangular neutrosophic numbers. **Soft Computing**, 22, 6629–6643.
- [2] ATANASSOV, K.T. (1986): Intuitionistic fuzzy sets. **Fuzzy Sets and Systems**, 20, 342–354.
- [3] AMIRKHANI, A., PAPAGEORGIOU, E.I., MOSAVI, M.R. and MOHAMMADI, K. (2018): A novel medical decision support system based on fuzzy cognitive maps enhanced by intuitive and learning capabilities for modeling uncertainty. **Applied Mathematics and Computation**, 337, 562–582.
- [4] APOSTOLOPOULOS, I.D. and GROUMPOS, P.P. (2017): A Medical Decision Support System for the Prediction of the Coronary Artery Disease Using Fuzzy Cognitive Maps. **Conference on Creativity in Intelligent Technologies and Data Science, Volgograd, Russia**, 269–283.
- [5] BOURGANI, E., STYLIOU, C., GEORGOPOULOS, V. and MANIS, G. (2013): A Study on Fuzzy Cognitive Map Structures for Medical Decision Support Systems. **8th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology, Milano, Italy**, 744–751.
- [6] BUENO, S. and SALMERON, J.L. (2009): Benchmarking main activation functions in fuzzy cognitive maps. **Expert Systems with Applications**, 36, 5221–5229.
- [7] BÜYÜKAVCU, A., ALBAYRAK, Y.E. and GÖKER, N. (2016): A fuzzy information-based approach for breast cancer risk factors assessment. **Applied Soft Computing**, 38, 437–452.
- [8] COLLAN, M. and KACPRZYK, J. (2017): **Soft Computing Applications for Group Decision Making and Consensus Modeling**. Warsaw, Poland.
- [9] ELKAYAM, U., GOLAND, S., PIEPER, P.G. and SILVERSIDES, C.K. (2016): High-Risk Cardiac Disease in Pregnancy: Part II. **Journal of the American College of Cardiology**, 68, 502–516.
- [10] FARSI, A.A., DOCTOR, F., PETROVIC, D., CHANDRAN, S. and KARYOTIS, C. (2017): Interval Valued Data Enhanced Fuzzy Cognitive Maps: Towards an Approach for Autism Deduction in Toddlers. **IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), Naples, Italy**.
- [11] GAURAV, KUMAR, M., BHUTANI, K. and AGGARWAL, S. (2015): Hybrid Model for Medical Diagnosis Using Neutrosophic Cognitive Maps with Genetic Algorithms. **IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), Istanbul, Turkey**.
- [12] GEORGOPOULOS, V.C. and STYLIOU, C.D. (2008): Complementary case-based reasoning and competitive fuzzy cognitive maps for advanced medical decisions. **Soft Computing**, 12, 191–199.
- [13] GUERRERO, M.A.C. and BATISTA C.M.M. (2019): Enfermedades cardiovasculares en gestantes de la Policlínica Universitaria “Máximo Gómez Báez” Holguín, Cuba. **Revista Cubana de Obstetricia y Ginecología**, 44.
- [14] HABIB, S. and AKRAM, M. (2019): Medical decision support systems based on Fuzzy Cognitive Maps. **International Journal of Biomathematics**, 12, 1–34.
- [15] IAKOVIDIS, D.K. and PAPAGEORGIOU, E. (2011): Intuitionistic Fuzzy Cognitive Maps for Medical Decision Making. **IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine**, 15, 100–107.
- [16] JAYASHREE, L.S., DEVI, L.R., PAPANDRIANOS, N. and PAPAGEORGIOU, E.I. (2018): Application of Fuzzy Cognitive Map for geospatial dengue outbreak risk prediction of tropical regions of Southern India. **Intelligent Decision Technologies**, 12, 231–250.
- [17] KANDASAMY, W.B.V. and SMARANDACHE, F. (2003): **Fuzzy Cognitive Maps and Neutrosophic Cognitive Maps**. New Mexico, USA.
- [18] KOSKO, B. (1986): Fuzzy cognitive maps. **International Journal of Man-Machine Studies**, 24, 65–75.
- [19] LI, L., ZHANG, R. and WANG, J. (2017): A Medical Diagnosis Method Based on Interval-Valued Fuzzy Cognitive Map. **IEEE 17th International Conference on Bioinformatics and Bioengineering, Beijing, China**, 409–414.

- [20] LIU, P. and WANG, Y. (2014): Multiple attribute decision-making method based on single-valued neutrosophic normalized weighted Bonferroni mean. **Neural Computing and Applications**, 25, 2001–2010.
- [21] LINARES, J.M.M., CHICA, M.L. DEL M. and ARENAS, A.L. (2015): Actualización sobre embarazo y enfermedad cardiovascular. **Enfermería en cardiología**, 22, 54–59.
- [22] MAGO, V.K., PAPAGEORGIOU, E.I. and MAGO, A. (2014): “Employing Fuzzy Cognitive Map for Periodontal Disease Assessment”. In: Papageorgiou, E.I. (eds.). **Fuzzy Cognitive Maps for Applied Sciences and Engineering**, 375–389. Springer, Berlin.
- [23] MARTÍNEZ, L., RODRIGUEZ, R.M. and HERRERA, F. (2015): **The 2-tuple Linguistic Model: Computing with Words in Decision Making**. Springer, Switzerland.
- [24] NAJAFI, A., AMIRKHANI, A., PAPAGEORGIOU, E.I. and MOSAVI, M.R. (2017): Medical Decision Making Based on Fuzzy Cognitive Map and a Generalization Linguistic Weighted Power Mean for Computing with Words. **IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZIEEE)**, Naples, Italy.
- [25] PAPAGEORGIOU, E.I. (2009): Medical Decision Making Through Fuzzy Computational Intelligent Approaches. **18th International Symposium on Foundations of Intelligent Systems, Berlin**.
- [26] PAPAGEORGIOU, E.I. (2011): A new methodology for Decisions in Medical Informatics using fuzzy cognitive maps based on fuzzy rule-extraction techniques. **Applied Soft Computing Journal**, 11, 500–513.
- [27] PAPAGEORGIOU, E.I. (2014): **Fuzzy Cognitive Maps for Applied Sciences and Engineering: From Fundamentals to Extensions and Learning Algorithms**. Berlin.
- [28] PAPAGEORGIOU, E.I., PAPANDRIANOS, N.I., KARAGIANNI, G., KYRIAZOPOULOS, G.C. and SFYRAS, D. (2009): A Fuzzy Cognitive Map Based Tool for Prediction of Infectious Diseases. **IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)**, Korea, 2094–2099.
- [29] PAPAGEORGIOU, E.I. and SALMERON, J.L. (2012): Learning Fuzzy Grey Cognitive Maps using Nonlinear Hebbian-based approach. **International Journal of Approximate Reasoning**, 53, 54–65.
- [30] Registry Of Pregnancy And Cardiac disease (ROPAC). Available in:
<https://www.escardio.org/Research/Registries-&surveys/Observational-research-programme/RegistryOf-Pregnancy-And-Cardiac-disease-ROPAC>,
<https://www.escardio.org/Research/Registries-&surveys/Observational-research-programme/Registry-Of-Pregnancy-And-Cardiac-disease-ROPAC>.
consulted 16-02-2020.
- [31] REGITZ-ZAGROSEK, V., ROOS-HESSELINK, J.W., BAUERSACHS, J., BLOMSTRÖMLUNDQVIST, C. and CÍFKOVÁ, R. (2018): 2018 ESC Guidelines for the management of cardiovascular diseases during pregnancy. **European Heart Journal**, 39, 3165–3241.
- [32] RUBIO, P.R., TORGA, E.P., GARCÍA, E.S.R. and GARCÍA, S.H. (2009): Cardioversión Eléctrica durante el Embarazo. **Revista Cubana de Medicina Intensiva y Emergencias**, 8, 1544–1550.
- [33] RUBIO, P.A.R., TORGA, J.E.P., GARCÍA, S.H., ROMÁN, E.S. and PÉREZ, L.M.M. (2010): Recomendaciones generales para el manejo de la gestante cardíopata (parte II). **Revista Cubana de Cardiología y Cirugía Cardiovascular**, 16, 466–475.
- [34] SHANMUGAM, S. and PREETHI, J. (2017): A Study of Early Prediction and Classification of Arthritis Disease using Soft Computing Techniques. **International Journal for Research in Engineering Application & Management**, 3, 35–47.
- [35] SOSA GONZÁLEZ, R., PÉREZ PUPO, I., GARCÍA, R., PEÑAHERRERA, E. and PÉREZ, P., Y, P. (2016): Ecosistema de Software GESPRO-16.05 para la Gestión de Proyectos. **Revista Cubana de Ciencias Informáticas**, 10, 239–251.
- [36] SMARANDACHE, F. (1999): SMARANDACHE, F. (1999): **A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability**. Rehoboth N.M.
- [37] STARCZEWSKI, J.T. (2012): **Advanced Concepts in Fuzzy Logic and Systems with Membership Uncertainty**. Poland.
- [38] STYLIOS, C.S. and GEORGOPOULOS, V.C. (2010): Fuzzy Cognitive Maps for Medical Decision Support – A Paradigm from Obstetrics. **32nd Annual International Conference of the IEEE EMBS, Buenos Aires, Argentina**, 1174–1177.
- [39] SUBRAMANIAN, J., KARMEGAM, A., PAPAGEORGIOU, E., PAPANDRIANOS, N. and

- VASUKIE, A. (2015): An integrated breast cancer risk assessment and management model based on fuzzy cognitive maps. **Computer Methods and Programs in Biomedicine**, 118, 280–297.
- [40] SWAN, L. (2014): Congenital heart disease in pregnancy. **Best Practice & Research Clinical Obstetrics & Gynaecology**, 28, 495–506.
- [41] TORGA, J.E.P. and RUBIO, P.A.R. (2015): Coronary Artery Disease and Pregnancy. **Global Journal of Medical Research**, 15, 15-18.
- [42] TORGA, J.E.P., RUBIO, P.A.R., SÁNCHEZ, I.G., RAMÍREZ, N.M.S. and AROCHA, I.C. (2016): Cardiomiopatía periparto. **Revista Cubana de Obstetricia y Ginecología**, 42, 223–237.
- [43] TSIARAS, S. and POPPAS, A. (2010): Cardiac disease in pregnancy: value of echocardiography. **Current Cardiology Reports**, 12, 250–256.
- [44] WILLIAM, M.A., DEVADOSS, A.V. and SHEEBA, J.J. (2013): A study on Neutrosophic cognitive maps (NCMs) by analyzing the Risk Factors of Breast Cancer. **International Journal of Scientific & Engineering Research**, 4.
- [45] ZADEH, L.A. (1965): Fuzzy sets. **Information and Control**, 8, 338–353.