مؤسس علم النيتروسوفيك

العالم فلورنتين سمارانداكه

جامعة نيومكسيكو – أمريكا

مؤلف الكتاب

الدكتورة: ميسم أحمد جديد

جامعة دمشق – سوريا

مسائل النقل والتخصيص النيتروسوفيكية

تأليف

الدكتورة: ميسم أحمد جديد

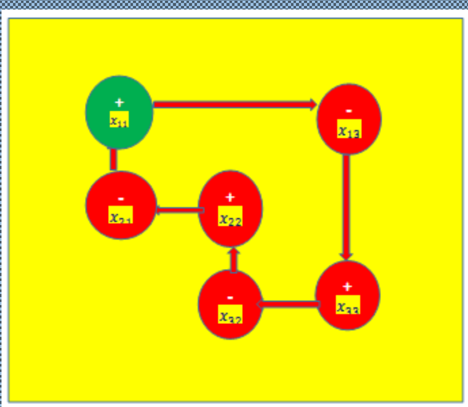
عضو هيئة تدريس – جامعة دمشق – كلية العلوم

$$NZ = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} Nc_{ij}x_{ij} \to Min$$

$$\sum_{j=1}^{n} Nx_{ij} = Na_i \;; i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} Nx_{ij} = Nb_i \;; j = 1, 2, \dots, n$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \;; i = 1, 2, \dots, m \,, j = 1, 2, \dots, n$$



2022 – 2023

مسائل النقل والتخصيص النيتروسوفيكية

تأليف

الدكتورة: ميسم أحمد جديد

عضو هيئة تدريس – جامعة دمشق – كلية العلوم

ISBN 978-1-59973-770-6

9 781599 737706 >

2022 – 2023

Global Konowledge

Publishing House

848 Brickell Ave. Ste. 950

Miami, Florida 33131, United States

URL: https://egk.ccgecon.us

مؤسس علم النيتروسوفيك

العالم الأمريكي فلورنتين سمارانداكه

Florentin Smarandache

University of New Mexico ,Mathematics, Physics and Natural Sciences Division 705 Gurley Ave., Gallup, NM 87301, USA

smarand@unm.edu

- مكان الولادة : بالسيستي – مقاطعة فالسيا – رومانيا
- تاريخ الولادة : 10.12.1954
- حاصل على Ph.D , في PostDocs، و أستاذ فخري للرياضيات في جامعة نيو مكسيكو، الولايات المتحدة.
- حصل على درجة الماجستير في الرياضيات وعلوم الكمبيوتر من جامعة كرايوفا، رومانيا
- دكتوراه في الرياضيات من جامعة كيشينيف الحكومية
- ما بعد الدكتوراه في الرياضيات التطبيقية من جامعة أوكاياما للعلوم،اليابان و جامعة قوانغدونغ للتكنولوجيا، قوانغتشو، الصين.
- مؤسس النيوترسوفيا (تعميم الديالكتيك)، والمجموعة النيتروسوفكية،المنطق والاحتمالات والإحصاء منذ عام 1995
- نشر مئات الأوراق البحثية والكتب عن الفيزياء النيوترسوفية، والفيزياء الفائقة للضوء والفيزياء اللحظية،غير المادة، مفارقات الكم، النظرية النسبية المطلقة، الانزياح الأحمر والانزياح الأزرق بسبب متوسط التدرج ومعامل الانكسار بالإضافة إلى تأثير دوبلر، المفارقة، الفن الخارجي، العدلة كفرع جديد من الفلسفة، قانون تتضمن مجموعة متوسطة ومتعددة المساحات ومتعددة الهياكل ومجموعة HyperSoft، مجموعة TreeSoft، مجموعة IndetermSoft ومجموعة IndetermHyperSoft، SuperHyperGraph، الطوبولوجيا الفائقة الفائقة، الجبر الفائق الفائق، الدالة الفائقة الفائقة، النيوتروسوفيكية

SuperHyperAlgebra، درجة الاعتماد والاستقلال بين مكونات نيوتروسوفية، مجموعة نيوتروسوفية مكررة، مجموعة نيوتروسوفية زائدة عن الحد، مجموعة بليثوجينية / منطق احتمالية / إحصائيات، بليثوجينيك رمزي الهياكل الجبرية، الهياكل النيوتروسوفية الثلاثية والمزدوجة، الرباعية الهياكل النيوتروسوفكية، امتداد الهياكل الجبرية إلى الجبر النيوتروسوفكي و مكافحة الجبر، الهندسة النيوترولوجية والهندسة المضادة، الطوبولوجيا النيوترولوجية و مكافحة الطوبولوجيا، الطوبولوجيا النيوتروسوفيكية المكررة، والطوبولوجيا النيوتروسوفيكية المكررة الطوبولوجيا ونظرية Dezert–Smarandache

- مراجع علمي للعديد من المجلات العالمية والعديد من الكتب
- شارك في العديد من المؤتمرات الدولية حول العالم من خلال الأوراق البحثية والمحاضرات
- أصدر العديد من الكتب الشعرية والدرامية وقصص الأطفال ، ترجمات ومقالات وروايات ، ومجموعات التراث الشعبي وذكريات السفر والألبومات الفنية.
- كتب مقالات وكتباً بأربع لغات: الإنجليزية، الرومانية، الفرنسية، والإسبانية.
- تُرجمت كتبه إلى العربية والصينية والروسية والإسبانية واليونانية والبرتغالية والإيطالية والألمانية والصربية الكرواتية والتركية، انظر

https://fs.unm.edu/LiteratureLibrary.htm and

https://fs.unm.edu/ScienceLibrary.htm .

[http://fs.unm.edu/FlorentinSmarandache.htm]

مؤلف الكتاب

ميسم أحمد جديد

Maissam Ahmad Jdid

Faculty of Science, Damascus University, Damascus, Syria.
maissam.jdid66@damascusuniversity.edu.sy
Correspondence: jdidmaisam@gmail.com

مكان الولادة: دمشق

تاريخ الولادة: 27.04.1966

المنشأ : طرطوس – حصين البحر

الشهادة العلمية : دكتوراه (Ph.D) في النمذجة الرياضية من جامعة تفير الحكومية – روسيا

مكان العمل الحالي : عضو هيئة تدريس في جامعة دمشق - كلية العلوم – قسم الرياضيات منذ عام 2006

مكان عمل سابق : محاضرة سابقة في جامعة الشام الخاصة – كلية الهندسة المعلوماتية من 2015-2023م

محاضرة سابقة في جامعة انطاكية السورية الخاصة عام 2022-2023

كلية الهندسة المدنية – كلية الهندسة المعمارية

Honorary Membership

1- **Neutrosophic Science International Association –University of New Mexico, USA**
1- **International Association of Paradoxism - University of New Mexico, USA**

Editor-in-Chief
Journal Prospects for Applied Mathematics and Data Analysis, (ASPG), USA

https://americaspg.com/articlesvoulume/34

https://orcid.org/my-orcid?orcid=0000-0003-4413-4783
https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57353028500
https://www.researchgate.net/profile/Maissam-Jdid
https://scholar.google.com/citations?user=-5pTuFcAAAAJ&hl=ar
https://www.facebook.com/profile.php?id=61551427142439&mibextid=9R9pXO
https://digitalrepository.unm.edu/do/search/?q=Jdid&start=0&context=8211305&facet=

بسم الله الرحمن الرحيم

«فَتَعَالَى اللَّهُ الْمَلِكُ الْحَقُّ وَلَا تَعْجَلْ بِالْقُرْآنِ مِن قَبْلِ أَن يُقْضَى إِلَيْكَ وَحْيُهُ وَقُل رَّبِّ زِدْنِي عِلْمًا»

(صدق الله العلي العظيم)

زملائي الأعزاء نقدم لكم هذا العمل المتواضع وهو عبارة عن حلقة من سلسلة أعمال تم تقديمها من قبل عدد من الباحثين والمهتمين بعلم النيتروسوفيك بعنوان:

(مسائل النقل والتخصيص النيتروسوفيكية)

جميعنا يعلم أن مشاكل النقل والتخصيص تظهر كثيراً في الحياة العملية، فنحن نحتاج إلى نقل المواد من مراكز الإنتاج إلى مراكز الاستهلاك لتأمين حاجة المناطق من المادة المنقولة أو تخصيص الآلات أو الأشخاص للقيام بعمل معين وذلك بأقل تكلفة، أو بأقصر زمن، نعلم أن عاملي التكلفة و الزمن من أهم العوامل التي يهتم بها صناع القرار لأنها تلعب دوراً مهماً في الكثير من المسائل العملية والعلمية التي نواجهها في حياتنا اليومية، ونكون بحاجة إلى دراسة دقيقة تمكننا من تجنب الخسائر، من أجل ذلك تم استخدام أسلوب البرمجة الخطية وهو أحد أساليب بحوث العمليات، حيث يتم تحويل بيانات المسألة إلى نموذج رياضي خطي يكون الحل الأمثل له يحقق الغاية المرجوة، وبما أن هذه النماذج هي نماذج خطية فإننا نستطيع حلها باستخدام طريقة السيمبلكس المباشرة وتعديلاتها ولكن الخصوصية التي تتمتع بها هذه النماذج مكنت الدارسين والباحثين من إيجاد طرق خاصة تساعدنا في الحصول على الحل الأمثل، أياً كانت الطريقة المستخدمة فإن الهدف هو تحديد عدد الوحدات المنقولة من أي مادة من مواد مراكز الإنتاج إلى مراكز الاستهلاك أو تخصيص آلة أو شخص للقيام بعمل ما بحيث تكون التكلفة أو الزمن أقل مايمكن، تمت معالج هذه المسائل وفق المنطق الكلاسيكي ولكن كان الحل المثالي قيمة محددة مناسبة للظروف التي تم جمع البيانات فيها ولايراعي التغيرات التي يمكن أن تطرأ على بيئة العمل و من أجل الحصول على نتائج أكثر دقة وتتمتع بهامش من الحرية نقدم في هذا الكتاب دراسة لمسائل النقل ومسائل التخصيص النيتروسوفيكية وبعض طرق حلها، ونقصد بالمسائل النيتروسوفيكية هي المسائل التي تكون البيانات فيها قيم نيتروسوفيكية أي

الكميات المنتجة هي قيم نيتروسوفيكية من الشكل $Na_i \in a_i + \varepsilon_i$ حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة يمكن أن يأخذ بأحد الأشكال

$\varepsilon_i \in \{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}\}$ أو $\varepsilon_i \in [\lambda_{i1}, \lambda_{i2}]$

والكميات المطلوبة أيضا هي قيم نيتروسوفيكية من الشكل $Nb_j \in b_j + \delta_j$ حيث δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة يمكن أن يأخذ بأحد الأشكال

$\delta_j \in \{\mu_{j1}, \mu_{j2}\}$ أو $\delta_j \in [\mu_{i1}, \mu_{i2}]$،

التكاليف أو الربح أي أن تكلفة (أو الربح العائد) من نقل الوحدة الواحدة من المركز الإنتاجي i إلى مركز الاستهلاك j أو تخصيص آلة أو عامل لانجاز عمل ما هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij} هو اللاتحديد ويأخذ بأحد الأشكال $\varepsilon_{ij} \in [\lambda_{ij1}, \lambda_{ij2}]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{ij1}, \lambda_{ij2}\}$ أو غير ذلك وهو عبارة عن أي جوار للقيمة c_{ij} التي نحصل عليها أثناء جمع البيانات عن المسألة عندها تصبح مصفوفة التكلفة (أو الربح) $Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$.

إن الحاجة إلى دراسة تقدم لنا نتائج أكثر هي التي دفعتنا لإعداد هذا الكتاب الذي اشتمل على خمسة فصول:

الفصل الأول: نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة.

الفصل الثاني: طرق لإيجاد الحل المبدئي لمسائل النقل النيتروسوفيكية.

الفصل الثالث: الحل الأمثل لنماذج النقل النيتروسوفيكية انطلاقاً من حل مبدئي.

الفصل الرابع: نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن.

الفصل الخامس: التخصيص الأمثل النيتروسوفيكي والطريقة الهنغارية.

أتمنى من الله العلي القدير التوفيق

المؤلف الدكتورة

ميسم أحمد جديد

الفهرس

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة
الفصل الثالث **الحل الأمثل لنماذج النقل النيتروسوفيكية انطلاقاً من حل مبدئي**	77
3-1- تمهيد.	78
3-2- طريقة الحجر المتنقلة (المسار المتعرج)-The Stepping-Stone Method	78
3-3- الطريقة المعدلة (طريقة التوزيع المعدلة) Modified Distribution Method	88
الفصل الرابع **نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن**	95
4 – 1 – تمهيد.	96
4 – 2 – صياغة مسألة النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن.	96
4 – 3 – بناء النموذج الرياضي:	97
4 – 3 – 1 – النموذج المتوازن.	98
4 – 3 – 2 – النموذج غير المتوازن:	98
4 – 3 – 2 –1 حالة فائض في الإنتاج.	98
4 – 3 – 2 – 2 – حالة عجز في الإنتاج.	98
4 – 4 – بناء النموذج الرياضي لنماذج النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن.	99

الفصل الأول

نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة

1 – 1 – تمهيد.

1 – 2 – صياغة مسائل النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة.

1 – 3 – أنواع نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة:

1 – 3 – 1 – نماذج النقل المتوازنة

1 – 3 – 2 – نماذج النقل غير المتوازن:

1 – 3 – 2 – 1 – حالة فائض في الإنتاج.

1 – 3 – 2 – 2 – حالة عجز في الإنتاج.

1 – 4 – بناء نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة.

1 – 4 – 1 – تكلفة النقل قيم نيتروسوفيكية:

- صياغة المسألة
- بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج متوازن
- بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج غير متوازن

حالة فائض في الإنتاج

حالة عجز في الإنتاج

1 – 4 – 2 – الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية

- صياغة المسألة

- بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج متوازن
- بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج غير متوازن

حالة فائض في الإنتاج

حالة عجز في الإنتاج

1 – 4 – 3 – تكلفة النقل والكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية:

- صياغة المسألة
- بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج متوازن
- بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج غير متوازن

حالة فائض في الإنتاج

حالة عجز في الإنتاج

1 – 1 – تمهيد:

في أي مؤسسة إنتاجية أو خدمية تعتبر تكلفة النقل من التكاليف التي تؤثر على ميزانية هذه المؤسسة، لذلك يسعى صناع القرار فيها إلى جعل هذه التكلفة أقل ما يمكن، وللحصول على أقل تكلفة للنقل لابد من استخدام أساليب علمية تساعد على اتخاذ القرار الأمثل لسير عمل المؤسسة، هذا ما دفع المهتمين بعلم بحوث العمليات إلى تقديم دراسة تعنى بمسائل النقل وذلك باستخدام أسلوب البرمجة الخطية، وساعد في ذلك الطبيعة الخاصة لمسائل النقل، نقدم في هذا الفصل دراسة لنماذج النقل بأقل تكلفة ممكنة باستخدام مفاهيم علم النيتروسوفيك العلم الحديث الذي أحدث ثورة كبيرة في مجالات العلوم من خلال الفكر الذي طرحه مؤسس هذا العلم العالم الأمريكي فلورنتين سمارانداكه في عام 1995 وذلك بإيمانه بأنه لا توجد حقيقة مطلقة الأمر الذي يتماشى مع واقع الحال الذي نعيشه وهو عدم استقرار الظروف المحيطة لبيئة العمل وعليه فإن البيانات التي يتم جمعها عن أي نظام تحمل شيئاً من اللاتحديد أي يجب أخذها قيم نيتروسوفيكية حتى نضمن للمؤسسة بيئة عمل آمنة وعليه تأخذ نماذج النقل بأقل تكلفة الصياغة الآتية:

1 – 2 – صياغة مسائل النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة:

هذه المسائل تساعد الشركات والمؤسسات في الحصول على أقل تكلفة لنقل المواد من مراكز الإنتاج أو مراكز التخزين A_i حيث $i = 1,2, \dots, m$، علماً بأن الكمية المنتجة في المركز الإنتاجي i هي a_i، إلى مراكز الاستهلاك B_j حيث $j = 1,2, \dots, n$ وحاجة المركز الاستهلاكي j هي b_j . وتم معالجة هذه المسائل وفق المنطق الكلاسيكي وفيما يلي نعيد صياغتها باستخدام مفاهيم علم

النيتروسوفيك ، تكون مسألة النقل مسألة نيتروسوفيكية إذا كانت الكميات المطلوبة والكميات المنتجة وتكلفة النقل قيماً نيتروسوفيكية، إحداها أو جميعها أي:

- الكميات المنتجة هي $Na_i = a_i + \varepsilon_i$ حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة وقد يكون أي جوار للقيمة الحقيقة a_i أي:

  $\varepsilon_i \in [\lambda_{i1}, \lambda_{i2}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}\}$ أو غير ذلك

- الكميات المطلوبة هي $Nb_j = b_j + \delta_j$ حيث δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة وقد يكون أي جوار للقيمة الحقيقية b_j أي:

  $\delta_j \in [\mu_{j1}, \mu_{j2}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{j1}, \mu_{j2}\}$ أو غير ذلك.

- تكلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij} هو اللاتحديد على تكلفة الإنتاج وقد يكون أي جوار للقيمة الحقيقة c_{ij} أي:

$\varepsilon_{ij} \in [\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\}$ عندها تصبح مصفوفة المدفوعات $Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$.

1 – 3 – أنواع نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة:

بالمقارنة بين الكميات المطلوبة والكميات المتوفرة نميز الأنواع الآتية:

1 – 3 – 1 – نماذج النقل المتوازنة:

يكون نموذج النقل متوازناً إذا تساوت الكميات المتوفرة مع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i = \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

1 – 3 – 2 – نماذج النقل غير المتوازنة:

يكون نموذج النقل غير متوازن إذا كانت الكميات المتوفرة لا تساوي الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i \neq \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

من نماذج النقل غير المتوازنة لدينا حالتين:

1 – 3 – 2 – 1 – حالة فائض في الإنتاج:

مجموع الكميات المنتجة أكبر من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i > \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

نحوله إلى نموذج متوازن بإضافة مركز استهلاكي وهمي حاجته:

$$Nb_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} Na_i - \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

1 – 3 – 2 – 2 – حالة عجز في الإنتاج:

مجموع الكميات المنتجة أقل من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i < \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

نحوله إلى نموذج متوازن بإضافة مركز إنتاجي وهمي طاقته الإنتاجية:

$$Na_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} Nb_i - \sum_{i=1}^{m} Na_i$$

وفي الحالتين $(b \,\&\, a)$ حالة فائض في الإنتاج وحالة عجز في الإنتاج نحصل على نموذج متوازن ، مع الإشارة إلى ضرورة تحديد نوع نموذج النقل قبل البدء ببناء النموذج الرياضي كما سنرى في الفقرة التالية:

1 – 4 – بناء نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة:

عند معالجة مسألة النقل وفق منطق النيتروسوفيك نواجه إحدى الأشكال التالية:

1 – 4 – 1 – تكلفة النقل قيم نيتروسوفيكية:

أي أن تكلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij} هو اللاتحديد على تكلفة الإنتاج وقد يكون $\varepsilon_{ij} \in [\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\}$ عندها تصبح مصفوفة المدفوعات $Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$.

صياغة المسألة:

نفرض أننا نريد نقل إحدى المواد من مراكز الإنتاج A_i حيث $i = 1,2,\dots,m$ إلى مراكز الاستهلاك B_j حيث $j = 1,2,\dots,n$، بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن علماً" بأن الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج هي $a_1, a_2, \dots, a_m$ والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك $b_1, b_2, \dots, b_n$ وتكلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij}

هـو اللاتحديـد وقـد يكـون $\varepsilon_{ij} \in [\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\}$ عنـدها تصبح مصفوفة المدفوعات $Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$.

من أجل بناء النموذج الرياضي المناسب نرمز بـ x_{ij} للكميات المنقولـة من مركز الإنتـاج i إلـى مركز الاستـهلاك j عندها نستطيع وضـع مجاهيل المسألة بالشكل المصفوفي التالي: $X = [x_{ij}]$

نضع البيانات الواردة في المسألة بالجدول كالتالي:

الكميات المتوفرة	B_n	...	B_3	B_2	B_1	**مراكز الاستهلاك** / **مراكز الإنتاج**
a_1	Nc_{1n} x_{1n}	...	Nc_{13} x_{13}	Nc_{12} x_{12}	Nc_{11} x_{11}	A_1
a_2	Nc_{2n} x_{2n}	...	Nc_{23} x_{23}	Nc_{22} x_{22}	Nc_{21} x_{21}	A_2
a_3	Nc_{3n} x_{3n}	...	Nc_{33} x_{33}	Nc_{32} x_{32}	Nc_{31} x_{31}	A_3
...	...	...	...	...	...	...
a_m	Nc_{mn} x_{mn}	...	Nc_{m3} x_{m3}	Nc_{m2} x_{m2}	Nc_{m1} x_{m1}	A_m
	b_n	...	b_3	b_2	b_1	**الكميات المطلوبة**

جدول رقم (1) بيانات المسألة التكلفة قيم نيتروسوفيكية

بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج متوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

يعطى النموذج الرياضي بالصياغة التالية:

أوجد

$$NZ=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}Nc_{ij}x_{ij}\rightarrow Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=a_i\ ;i=1,2,\dots,m$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}=b_j\ ;j=1,2,\dots,n$$

$$x_{ij}\geq 0\ ;i=1,2,\dots,m\ ,j=1,2,\dots,n$$

مثال:

يـراد شـحن كميـة مـن الـنفط مـن ثـلاث محطـات A_1,A_2,A_3 إلـى أربـع مـدن B_1,B_2,B_3,B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطـة والكميـات المطلوبـة فـي كـل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	$7+\varepsilon$ x_{11}	$4+\varepsilon$ x_{12}	$15+\varepsilon$ x_{13}	$9+\varepsilon$ x_{14}	120
A_2	$11+\varepsilon$ x_{21}	$2+\varepsilon$ x_{22}	$7+\varepsilon$ x_{23}	$3+\varepsilon$ x_{24}	80
A_3	$4+\varepsilon$ x_{31}	$5+\varepsilon$ x_{32}	$2+\varepsilon$ x_{33}	$8+\varepsilon$ x_{34}	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	

جدول رقم (2) بيانات المثال التكلفة قيم نيتروسوفيكية

حيث ε هو اللاتحديد ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$، من بيانات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

أي أن النموذج متوازن ويكتب النموذج الرياضي بالصيغة التالية:

أوجد

$$\begin{aligned} NZ \in \{&[7,9]x_{11} + [4,6]x_{12} + [15,17]x_{13} + [9,11]x_{14} \\ &+ [11,13]x_{21} + [2,4]x_{22} + [7,9]x_{23} + [3,5]x_{24} \\ &+ [4,6]x_{31} + [5,7]x_{32} + [2,4]x_{33} + [8,10]x_{34}\} \\ &\to Min \end{aligned}$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 300\ ; i = 1,2,3$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 300\ ; j = 1,2,3,4$$

$$x_{ij} \geq 0\ ; i = 1,2,3\ , j = 1,2,3,4$$

بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج غير متوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$$

حالة فائض في الإنتاج:

مجموع الكميات المنتجة أكبر من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

نحول النموذج إلى نموذج متوازن بإضافة مركز استهلاكي وهمي B_{n+1} حاجته:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$$

وتكلفة نقل الوحدة الواحدة من جميع مراكز الإنتاج إلى هذا المركز الاستهلاكي الوهمي تساوي الصفر أي $c_{in+1} = 0$ حيث $i = 1,2, \dots, m$ ، من أجل بناء النموذج الرياضي المناسب نرمز بـ x_{ij} للدلالة على الكمية المنقولة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j عندها نستطيع وضع مجاهيل المسألة بالشكل المصفوفي التالي: $X = [x_{ij}]$

نضع المعلومات الواردة في المسألة بالجدول كالتالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	…	B_n	B_{n+1}	الكميات المتوفرة
A_1	Nc_{11} x_{11}	Nc_{12} x_{12}	Nc_{13} x_{13}	…	Nc_{1n} x_{1n}	Nc_{1n+1} x_{1n+1}	a_1
A_2	Nc_{21} x_{21}	Nc_{22} x_{22}	Nc_{23} x_{23}	…	Nc_{2n} x_{2n}	Nc_{2n+1} x_{2n+1}	a_2
A_3	Nc_{31} x_{31}	Nc_{32} x_{32}	Nc_{33} x_{33}	…	Nc_{3n} x_{3n}	Nc_{3n+1} x_{3n+1}	a_3
…	…	…	…	…	…	…	…
A_m	Nc_{m1} x_{m1}	Nc_{m2} x_{m2}	Nc_{m3} x_{m3}	…	Nc_{mn} x_{mn}	Nc_{mn+1} x_{mn+1}	a_m
الكميات المطلوبة	b_1	b_2	b_3	…	b_n	b_{n+1}	

جدول رقم (3) بيانات المسألة التكلفة قيم نيتروسوفيكية فائض

النموذج الرياضي:

أوجد:

$$NZ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n+1} Nc_{ij} x_{ij} \rightarrow Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \; ; j = 1,2, \dots , n+1$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i \; ; i = 1,2, \dots , m$$

$$x_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2, \dots , m \, , j = 1,2, \dots , n+1$$

مثال:

يـراد شـحن كميـة مـن الـنفط مـن ثـلاث محطـات A_1, A_2, A_3 إلـى أربـع مـدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطـة والكميـات المطلوبـة فـي كـل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7+\varepsilon$ x_{11}	$4+\varepsilon$ x_{12}	$15+\varepsilon$ x_{13}	$9+\varepsilon$ x_{14}	120
A_2	$11+\varepsilon$ x_{21}	$2+\varepsilon$ x_{22}	$7+\varepsilon$ x_{23}	$3+\varepsilon$ x_{24}	95
A_3	$4+\varepsilon$ x_{31}	$5+\varepsilon$ x_{32}	$2+\varepsilon$ x_{33}	$8+\varepsilon$ x_{34}	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	

جدول رقم (4) بيانات المثال التكلفة قيم نيتروسوفيكية فائض

حيث ε هو اللاتحديد ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$، من بيانات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i \neq \sum_{j=1}^{4} b_j$$

لأن $\sum_{i=1}^{3} a_i = 315$ و $\sum_{j=1}^{4} b_j = 300$ أي أن $\sum_{i=1}^{3} a_i > \sum_{j=1}^{4} b_j$

النموذج غير متوازن حالة فائض في الإنتاج لذلك نضيف مركز استهلاكي وهمي B_5 حاجته

$$b_5 = \sum_{i=1}^{3} a_i - \sum_{j=1}^{4} b_j = 315 - 300 = 15$$

نحصل على الجدول التالي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	الكميات المتوفرة
A_1	$7+\varepsilon$ x_{11}	$4+\varepsilon$ x_{12}	$15+\varepsilon$ x_{13}	$9+\varepsilon$ x_{14}	0 x_{15}	120
A_2	$11+\varepsilon$ x_{21}	$2+\varepsilon$ x_{22}	$7+\varepsilon$ x_{23}	$3+\varepsilon$ x_{24}	0 x_{25}	95
A_3	$4+\varepsilon$ x_{31}	$5+\varepsilon$ x_{32}	$2+\varepsilon$ x_{33}	$8+\varepsilon$ x_{34}	0 x_{35}	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	15	

جدول رقم (5) بيانات المثال التكلفة قيم نيتروسوفيكية مع مركز وهمي

النموذج الرياضي:

أوجد

$$\begin{aligned} NZ \in \{&[7,9]x_{11} + [4,6]x_{12} + [15,17]x_{13} + [9,11]x_{14} + 0.x_{15} \\ &+ [11,13]x_{21} + [2,4]x_{22} + [7,9]x_{23} + [3,5]x_{24} \\ &+ 0.x_{25} + [4,6]x_{31} + [5,7]x_{32} + [2,4]x_{33} \\ &+ [8,10]x_{34} + 0.x_{35}\} \to Min \end{aligned}$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} = 315\,;\, i = 1,2,3$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = 315\,;\, j = 1,2,3,4,5$$

$$x_{ij} \geq 0\,;\, i = 1,2,3\,,\, j = 1,2,3,4,5$$

حالة عجز في الإنتاج:

إذا كان مجموع الكميات المنتجة أقل من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

نحول النموذج إلى نموذج متوازن بإضافة مركز إنتاجي وهمي A_{m+1} حاجته:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$$

وتكلفة نقل الوحدة الواحدة منه إلى جميع مراكز الاستهلاك تساوي الصفر أي $c_{m+1j} = 0$ حيث $j = 1,2,\ldots,n$، من أجل بناء النموذج الرياضي المناسب نرمز بـ x_{ij} للدلالة على الكمية المنقولة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j عندها نستطيع وضع مجاهيل المسألة بالشكل المصفوفي التالي: $X = [x_{ij}]$

نضع المعلومات الواردة في المسألة بالجدول كالتالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	…	B_n	الكميات المتوفرة
A_1	Nc_{11} x_{11}	Nc_{12} x_{12}	Nc_{13} x_{13}	…	Nc_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	Nc_{21} x_{21}	Nc_{22} x_{22}	Nc_{23} x_{23}	…	Nc_{2n} x_{2n}	a_2
A_3	Nc_{31} x_{31}	Nc_{32} x_{32}	Nc_{33} x_{33}	…	Nc_{3n} x_{3n}	a_3
…	…	…	…	…	…	…
A_m	Nc_{m1} x_{m1}	Nc_{m2} x_{m2}	Nc_{m3} x_{m3}	…	Nc_{mn} x_{mn}	a_m
A_{m+1}	Nc_{m1} x_{m+11}	Nc_{m1} x_{m+12}	Nc_{m1} x_{m+13}	…	Nc_{m1} x_{m+1n}	a_{m+1}
الكميات المطلوبة	b_1	b_2	b_3	…	b_n	

جدول رقم (6) بيانات المسألة التكلفة قيم نيتروسوفيكية عجز

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{n} Nc_{ij} x_{ij} \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \,; i = 1,2, \dots , m+1$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j \,; j = 1,2, \dots , n$$

$$x_{ij} \geq 0 \,; i = 1,2, \dots , m+1 \,, j = 1,2, \dots , n$$

مثال:

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7+\varepsilon$ x_{11}	$4+\varepsilon$ x_{12}	$15+\varepsilon$ x_{13}	$9+\varepsilon$ x_{14}	120
A_2	$11+\varepsilon$ x_{21}	$2+\varepsilon$ x_{22}	$7+\varepsilon$ x_{23}	$3+\varepsilon$ x_{24}	80
A_3	$4+\varepsilon$ x_{31}	$5+\varepsilon$ x_{32}	$2+\varepsilon$ x_{33}	$8+\varepsilon$ x_{34}	100
A_4	0 x_{41}	0 x_{42}	0 x_{43}	0 x_{44}	35
الكميات المطلوبة	85	100	90	60	

جدول رقم (7) بيانات المثال التكلفة قيم نيتروسوفيكية عجز

حيث ε هو اللاتحديد ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$، من بيانات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i \neq \sum_{j=1}^{4} b_j$$

لأن $\sum_{i=1}^{3} a_i = 300$ و $\sum_{j=1}^{4} b_j = 335$ أي أن النموذج غير متوازن لأن $\sum_{j=1}^{4} b_j > \sum_{i=1}^{3} a_i$ حالة عجز في الإنتاج لذلك نضيف مركز إنتاجي وهمي A_4 طاقته الإنتاجية:

$$a_4 = \sum_{j=1}^{4} b_j - \sum_{i=1}^{3} a_i = 335 - 300 = 35$$

وتكلفة نقل الوحدة الواحدة منه إلى أي مركز استهلاكي تساوي الصفر أي:

$$c_{4j} = 0 \; ; j = 1,2,3,4$$

نحصل على الجدول التالي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7+\varepsilon$ x_{11}	$4+\varepsilon$ x_{12}	$15+\varepsilon$ x_{13}	$9+\varepsilon$ x_{14}	120
A_2	$11+\varepsilon$ x_{21}	$2+\varepsilon$ x_{22}	$7+\varepsilon$ x_{23}	$3+\varepsilon$ x_{24}	80
A_3	$4+\varepsilon$ x_{31}	$5+\varepsilon$ x_{32}	$2+\varepsilon$ x_{33}	$8+\varepsilon$ x_{34}	100
A_4	0 x_{41}	0 x_{42}	0 x_{43}	0 x_{44}	35
الكميات المطلوبة	85	100	90	60	

جدول رقم (8) بيانات المثال التكلفة قيم نيتروسوفيكية مركز وهمي

النموذج الرياضي:

أوجد

$$\begin{aligned} NZ \in \{&[7,9]x_{11} + [4,6]x_{12} + [15,17]x_{13} + [9,11]x_{14} + 0x_{15} \\ &+ [11,13]x_{21} + [2,4]x_{22} + [7,9]x_{23} + [3,5]x_{24} \\ &+ 0x_{25} + [4,6]x_{31} + [5,7]x_{32} + [2,4]x_{33} \\ &+ [8,10]x_{34} + 0x_{35}\} \rightarrow Min \end{aligned}$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = 315\,;\, i = 1,2,3\,,4$$

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = 315\,;\, j = 1,2,3,4$$

$$x_{ij} \geq 0\,;\, i = 1,2,3,4\ \ ,j = 1,2,3,4$$

1 – 4 – 2 – الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية:

الكميات المتوفرة قيم نيتروسوفيكية أي $Na_i = a_i \pm \varepsilon_i$ حيث ε_i هو اللاتحديد المتعلق بالكمية المتوفرة في المركز الإنتاجي i وقد يكون:

$\varepsilon_i \in [\lambda_{i1}\,,\lambda_{i2}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{i1}\,,\lambda_{i2}\}$ أو غير ذلك.

والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية أي $Nb_j = b_j \pm \delta_j$ حيث δ_j هو اللاتحديد المتعلق بالكمية المطلوبة في المركز الاستهلاكي j وقد يكون:

$\delta_j \in [\mu_{j1}\,,\mu_{j2}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{j1}\,,\mu_{j2}\}$ أو غير ذلك

صياغة المسألة:

نفرض أننا نريد نقل إحدى المواد من مراكز الإنتاج A_i حيث $i = 1,2,\dots,m$ إلى مراكز الاستهلاك B_j حيث $j = 1,2,\dots,n$، بحيث تكون التكلفة النقل أقل ما يمكن، علماً بأن الكميات المتوفرة في هذه المراكز هي:

$a_1 \pm \varepsilon_1, a_2 \pm \varepsilon_2, \dots, a_m \pm \varepsilon_m$ و الكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك $b_1 \pm \delta_1, b_2 \pm \delta_2, \dots, b_n \pm \delta_n$، و تكلفة نقل الوحدة الواحدة من

مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي c_{ij} حيث ε_{ij} عندها تصبح مصفوفة المدفوعات $c_{ij} = [c_{ij}]$.

من أجل بناء النموذج الرياضي المناسب نرمز بـ x_{ij} للدلالة على الكمية المنقولة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j عندها نستطيع وضع مجاهيل المسألة بالشكل المصفوفي التالي: $X = [x_{ij}]$

نضع البيانات الواردة في المسألة بالجدول كالتالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	…	B_n	**الكميات المتوفرة**
A_1	Nc_{11} x_{11}	Nc_{12} x_{12}	Nc_{13} x_{13}	…	Nc_{1n} x_{1n}	$a_1 \pm \varepsilon_1$
A_2	Nc_{21} x_{21}	Nc_{22} x_{22}	Nc_{23} x_{23}	…	Nc_{2n} x_{2n}	$a_2 \pm \varepsilon_2$
A_3	Nc_{31} x_{31}	Nc_{32} x_{32}	Nc_{33} x_{33}	…	Nc_{3n} x_{3n}	$a_3 \pm \varepsilon_3$
…	…	…	…	…	…	…
A_m	Nc_{m1} x_{m1}	Nc_{m2} x_{m2}	Nc_{m3} x_{m3}	…	Nc_{mn} x_{mn}	$a_m \pm \varepsilon_m$
الكميات المطلوبة	$b_1 \pm \delta_1$	$b_2 \pm \delta_2$	$b_3 \pm \delta_3$	…	$b_n \pm \delta_n$	

جدول رقم (9) بيانات المسألة الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية

بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج متوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i = \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} Nc_{ij}x_{ij} \rightarrow Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n} Nx_{ij} = Na_i \; ; i = 1,2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} Nx_{ij} = Nb_i \; ; j = 1,2, \dots, n$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2, \dots, m \; , j = 1,2, \dots, n$$

مثال:

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	$120 + \varepsilon_1$
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	$80 + \varepsilon_2$
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$65 + \delta_2$	$90 + \delta_3$	$60 + \delta_4$	

جدول رقم (10) بيانات المثال الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية

حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المتوفرة ونأخذه كما يلي:

$$\varepsilon_1 \in [0,35]\ , \varepsilon_2 \in [0,10], \varepsilon_3 \in [0,15]$$

و δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة ونأخذه كما يلي:

$$\delta_1 \in [0,7]\ , \delta_2 \in [0,18], \delta_3 \in [0,25]\ , \delta_4 \in [0,10]$$

مما سبق نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	[120,155]
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	[80,90]
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[65,83]	[90,115]	[60,70]	

جدول رقم (11) بيانات المثال الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية

من بيانات المسألة نلاحظ:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = [120,155] + [80,90] + [100,115] = [300,360]$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = [85,92] + [65,83] + [90,115] + [60,70]$$
$$= [300,360]$$

نلاحظ أن $[300,360] = \sum_{j=1}^{4} b_j = \sum_{i=1}^{3} a_i$ أي أن النموذج متوازن

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ \in (7Nx_{11} + 4Nx_{12} + 15Nx_{13} + 9Nx_{14} + 11Nx_{21} + 2Nx_{22} + 7Nx_{23} + 3Nx_{24} + 4Nx_{31} + 5Nx_{32} + 2Nx_{33} + 8Nx_{34}) \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{i=1}^{3} Nx_{ij} = Na_i \,; j = 1,2,3,4$$
$$\sum_{j=1}^{4} Nx_{ij} = Nb_j \,; i = 1,2,3$$
$$Nx_{ij} \geq 0 \,; i = 1,2,3 \,, j = 1,2,3,4$$

بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج غير متوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i \neq \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

حالة فائض في الإنتاج:

مجموع الكميات المنتجة أكبر من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i > \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

نحوله إلى نموذج متوازن وذلك بإضافة مركز استهلاكي وهمي B_{n+1} حاجته:

$$Nb_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} Na_i - \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

وتكلفة نقل الوحدة الواحدة من جميع مراكز الإنتاج إلى هذا المركز الاستهلاكي الوهمي تساوي الصفر أي $c_{in+1} = 0$ حيث $i = 1,2, \dots, m$ بالنسبة للجدول نضيف عمود لـ B_{n+1} .

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n+1} Nc_{ij} x_{ij} \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n+1} Nx_{ij} = Na_i \; ; i = 1,2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} Nx_{ij} = Nb_i \; ; j = 1,2, \dots, n+1$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2, \dots, m \; , j = 1,2, \dots, n+1$$

مثال:

يـراد شــحن كميــة مــن الــنفط مــن ثــلاث محطــات A_1, A_2, A_3 إلــى أربــع مــدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة فـي كـل محطـة والكميـات المطلوبـة فـي كـل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	$120 + \varepsilon_1$
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	$95 + \varepsilon_2$
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$65 + \delta_2$	$90 + \delta_3$	$60 + \delta_4$	

جدول رقم (12) بيانات المثال الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية فائض

حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المتوفرة ونأخذه كما يلي:

$$\varepsilon_1 \in [0,35]\ , \varepsilon_2 \in [0,10], \varepsilon_3 \in [0,15]$$

و δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة ونأخذه كما يلي:

$$\delta_1 \in [0,7]\ , \delta_2 \in [0,18], \delta_3 \in [0,25]\ , \delta_4 \in [0,10]$$

مما سبق نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	[120,155]
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	[95,105]
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[65,83]	[90,115]	[60,70]	

جدول رقم (13) بيانات المثال الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية فائض

من معطيات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = [120,155] + [95,105] + [100,115] = [315,375]$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = [85,92] + [65,83] + [90,115] + [60,70]$$

$$= [300,360]$$

نلاحظ أن $\sum_{j=1}^{4} b_j \neq \sum_{i=1}^{3} a_i$ أي أن النموذج غير متوازن وبما أن $\sum_{j=1}^{4} b_j < \sum_{i=1}^{3} a_i$ حالة فائض في الإنتاج نضيف مركز استهلاكي وهمي B_5 حاجته

$$b_5 = \sum_{i=1}^{3} a_i - \sum_{j=1}^{4} b_j = [315,375] - [300,360] = [15,15]$$

وتكلفة النقل من جميع مراكز الإنتاج إلى هذا المركز الاستهلاكي الوهمي تساوي الصفر، نحصل على الجدول التالي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	الكميات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	0 Nx_{15}	[120,155]
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	0 Nx_{25}	[95,105]
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	0 Nx_{35}	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[65,83]	[90,115]	[60,70]	[15,15]	

جدول رقم (14) بيانات المثال الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية مع مركز وهمي

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ \in (7Nx_{11} + 4Nx_{12} + 15Nx_{13} + 9Nx_{14} + 0.Nx_{15} + 11Nx_{21} + 2Nx_{22} + 7Nx_{23} + 3Nx_{24} + 0.Nx_{25} + 4Nx_{31} + 5Nx_{32} + 2Nx_{33} + 8Nx_{34} + 0.Nx_{35}) \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{i=1}^{3} Nx_{ij} = Na_i \,;\, j = 1,2,3,4,5$$

$$\sum_{j=1}^{5} Nx_{ij} = Nb_j \,;\, i = 1,2,3$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \,;\, i = 1,2,3 \,,\, j = 1,2,3,4,5$$

حالة عجز في الإنتاج:

مجموع الكميات المنتجة أقل من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i < \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

نحوله إلى نموذج متوازن وذلك بإضافة مركز إنتاجي وهمي A_{m+1} طاقته الإنتاجية:

$$Na_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} Nb_j - \sum_{i=1}^{m} Na_i$$

وتكلفة نقل الوحدة الواحدة منه جميع مراكز الاستهلاك تساوي الصفر أي $c_{m+1j} = 0$ حيث $j = 1,2, \dots , n$ بالنسبة للجدول نضيف سطر A_{m+1} .

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{n} Nc_{ij} x_{ij} \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n} Nx_{ij} = Na_i \; ; i = 1,2, \dots , m+1$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} Nx_{ij} = Nb_i \; ; j = 1,2, \dots , n$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2, \dots , m+1 \; , j = 1,2, \dots , n$$

مثال:

يـراد شـحن كميـة مـن الـنفط مـن ثـلاث محطـات A_1, A_2, A_3 إلـى أربـع مـدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة فـي كـل محطـة والكميـات المطلوبـة فـي كـل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	$120 + \varepsilon_1$
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	$80 + \varepsilon_2$
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$100 + \delta_2$	$90 + \delta_3$	$60 + \delta_4$	

جدول رقم (15) بيانات المثال الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية عجز

حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المتوفرة ونأخذه كما يلي:

$$\varepsilon_1 \in [0,35]\ , \varepsilon_2 \in [0,10], \varepsilon_3 \in [0,15]$$

و δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة ونأخذه كما يلي:

$$\delta_1 \in [0,7]\ , \delta_2 \in [0,18], \delta_3 \in [0,25]\ , \delta_4 \in [0,10]$$

مما سبق نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	[120,155]
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	[80,90]
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[100,135]	[90,115]	[60,70]	

جدول رقم (16) بيانات المثال الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية عجز

من بيانات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = [120,155] + [80,90] + [100,115] = [300,360]$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = [85,92] + [100,135] + [90,115] + [60,70]$$

$$= [335,395]$$

نلاحظ أن $\sum_{i=1}^{3} a_i \neq \sum_{j=1}^{4} b_j$ أي أن النموذج غير متوازن وبما أن $\sum_{i=1}^{3} a_i < \sum_{j=1}^{4} b_j$ حالة عجز في الإنتاج نضيف مركز إنتاجي وهمي A_4 طاقته الإنتاجية

$$a_4 = \sum_{j=1}^{4} b_j - \sum_{i=1}^{3} a_i = [335,395] - [300,360] = [35,35]$$

نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	[120,155]
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	[80,90]
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	[100,115]
A_4	0 Nx_{41}	0 Nx_{42}	0 Nx_{43}	0 Nx_{44}	[35,35]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[100,135]	[90,115]	[60,70]	

جدول رقم (17) بيانات المثال الكميات المتوفرة والمطلوبة قيم نيتروسوفيكية مع مركز وهمي

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ \in (7Nx_{11} + 4Nx_{12} + 15Nx_{13} + 9Nx_{14} + 11Nx_{21} + 2Nx_{22} + 7Nx_{23} + 3Nx_{24} + 4Nx_{31} + 5Nx_{32} + 2Nx_{33} + 8Nx_{34} + 0.Nx_{41} + 0.Nx_{42} + 0.Nx_{43} + 0.Nx_{44}) \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{i=1}^{4} Nx_{ij} = Na_i \; ; j = 1,2,3,4$$

$$\sum_{j=1}^{4} Nx_{ij} = Nb_j \; ; i = 1,2,3,4$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2,3,4 \; , j = 1,2,3,4,$$

1 – 4 – 3 – تكلفة النقل والكميات المتوفرة والكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية:

تكلفة النقل قيم نيتروسوفيكية أي أن تكلفة نقل الوحدة الواحدة المنقولة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي Nc_{ij} حيث $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ و ε_{ij} هو اللاتحديد وقد يكون $\varepsilon_{ij} \in \left[\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\right]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \left\{\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\right\}$ أو غير ذلك عندها تصبح مصفوفة المدفوعات $Nc_{ij} = \left[c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}\right]$

الكميات المتوفرة قيم نيتروسوفيكية $Na_i = a_i \pm \varepsilon_i$ حيث ε_i هو اللاتحديد المتعلق بالكمية المتوفرة في المركز الإنتاجي i وقد يكون:

$\varepsilon_{ij} \in [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}\}$ أو غير ذلك، الكميات المطلوبة قيم نيتروسوفيكية $Nb_j = b_j \pm \delta_j$ حيث δ_j هو اللاتحديد المتعلق بالكمية المتوفرة في المركز الاستهلاكي j، قد يكون $\varepsilon_j \in \left[\mu_{1j}, \mu_{2j}\right]$ أو $\varepsilon_j \in \left\{\mu_{1j}, \mu_{2j}\right\}$ أو غير ذلك.

صياغة المسالة:

نفرض أننا نريد نقل إحدى المواد من مراكز الإنتاج A_i حيث $i = 1,2, \dots, m$ إلى مراكز الاستهلاك B_j حيث $j = 1,2, \dots, n$، بحيث تكون التكلفة النقل أقل ما يمكن علماً بأن الكميات المتوفرة في هذه المراكز هي:

$a_1 \pm \varepsilon_1, a_2 \pm \varepsilon_2, \dots, a_m \pm \varepsilon_m$ و الكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك $b_1 \pm \delta_1, b_2 \pm \delta_2, \dots, b_n \pm \delta_n$

من أجل بناء النموذج الرياضي المناسب نرمز بـ Nx_{ij} للكمية المنقولة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j عندها نستطيع وضع مجاهيل المسألة بالشكل المصفوفي التالي: $NX = \left[Nx_{ij}\right]$

نضع المعلومات الواردة في المسألة بالجدول كالتالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	...	B_n	الكميات المتوفرة
A_1	Nc_{11} Nx_{11}	Nc_{12} Nx_{12}	Nc_{13} Nx_{13}	...	Nc_{1n} Nx_{1n}	$a_1 \pm \varepsilon_1$
A_2	Nc_{21} Nx_{21}	Nc_{22} Nx_{22}	Nc_{23} Nx_{23}	...	Nc_{2n} Nx_{2n}	$a_2 \pm \varepsilon_2$
A_3	Nc_{31} Nx_{31}	Nc_{32} Nx_{32}	Nc_{33} Nx_{33}	...	Nc_{3n} Nx_{3n}	$a_3 \pm \varepsilon_3$
...	...	...	...	...	...	...
A_m	Nc_{m1} Nx_{m1}	Nc_{m2} Nx_{m2}	Nc_{m3} Nx_{m3}	...	Nc_{mn} Nx_{mn}	$a_m \pm \varepsilon_m$
الكميات المطلوبة	$b_1 \pm \delta_1$	$b_2 \pm \delta_2$	$b_3 \pm \delta_3$	...	$b_n \pm \delta_n$	

جدول رقم (18) بيانات المسألة تكلفة النقل والكميات المتوفرة والمطلوبة قيم نيتروسوفيكية

بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج متوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i = \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

النموذج الرياضي:

أوجد:

$$NZ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} Nc_{ij} x_{ij} \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n} Nx_{ij} = Na_i \,;\, i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} Nx_{ij} = Nb_j \; ; j = 1,2, \dots , n$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2, \dots , m \; , j = 1,2, \dots , n$$

مثال:

يـراد شـحن كميـة مـن الـنفط مـن ثـلاث محطـات A_1, A_2, A_3 إلـى أربـع مـدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطـة والكميـات المطلوبـة فـي كـل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7+\varepsilon$ Nx_{11}	$4+\varepsilon$ Nx_{12}	$15+\varepsilon$ Nx_{13}	$9+\varepsilon$ Nx_{14}	$120+\varepsilon_1$
A_2	$11+\varepsilon$ Nx_{21}	$2+\varepsilon$ Nx_{22}	$7+\varepsilon$ Nx_{23}	$3+\varepsilon$ Nx_{24}	$80+\varepsilon_2$
A_3	$4+\varepsilon$ Nx_{31}	$5+\varepsilon$ Nx_{32}	$2+\varepsilon$ Nx_{33}	$8+\varepsilon$ Nx_{34}	$100+\varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85+\delta_1$	$65+\delta_2$	$90+\delta_3$	$60+\delta_4$	

جدول رقم (19) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة والمطلوبة قيم نيتروسوفيكية

حيث ε هو اللاتحديد على تكاليف النقل، نأخذه $\varepsilon \in [0,2]$

حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المتوفرة، نأخذه كمايلي:

$$\varepsilon_1 \in [0,35] \, , \varepsilon_2 \in [0,10] \, , \varepsilon_3 \in [0,15]$$

و δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة ونأخذه كمايلي:

$$\delta_1 \in [0,7] \, , \delta_2 \in [0,18], \delta_3 \in [0,25] \, , \delta_4 \in [0,10]$$

مماسبق نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$[7,9]$ Nx_{11}	$[4,6]$ Nx_{12}	$[15,17]$ Nx_{13}	$[9,11]$ Nx_{14}	$[120,155]$
A_2	$[11,13]$ Nx_{21}	$[2,4]$ Nx_{22}	$[7,9]$ Nx_{23}	$[3,5]$ Nx_{24}	$[80,90]$
A_3	$[4,6]$ Nx_{31}	$[5,7]$ Nx_{32}	$[2,4]$ Nx_{33}	$[8,10]$ Nx_{34}	$[100,115]$
الكميات المطلوبة	$[85,92]$	$[65,83]$	$[90,115]$	$[60,70]$	

جدول رقم (20) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة والمطلوبة قيم نيتروسوفيكية

من بيانات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = [120,155] + [80,90] + [100,115] = [300,360]$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = [85,92] + [65,83] + [90,115] + [60,70]$$

$$= [300,360]$$

نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{4} b_j = [300,360]$$

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ \in \{[7,9]x_{11} + [4,6]x_{12} + [15,17]x_{13} + [9,11]x_{14} + [11,13]x_{21} + [2,4]x_{22} + [7,9]x_{23} + [3,5]x_{24} + [4,6]x_{31} + [5,7]x_{32} + [2,4]x_{33} + [8,10]x_{34}\} \rightarrow Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{i=1}^{3} Nx_{ij} = Na_i \,; j = 1,2,3,4$$

$$\sum_{j=1}^{4} Nx_{ij} = Nb_j \,; i = 1,2,3$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \,; i = 1,2,3 \,, j = 1,2,3,4$$

بناء النموذج الرياضي في حالة النموذج غير متوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$$

حالة فائض في الإنتاج:

مجموع الكميات المنتجة أكبر من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

نحوله إلى نموذج متوازن وذلك بإضافة مركز استهلاكي وهمي B_{n+1} حاجته:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$$

وتكلفة نقل الوحدة الواحدة من جميع مراكز الإنتاج الى هذا المركز الاستهلاكي الوهمي تساوي الصفر أي $c_{in+1} = 0$ حيث $i = 1,2, \dots, m$ عندها .

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n+1} Nc_{ij} x_{ij} \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n+1} Nx_{ij} = Na_i \; ; i = 1,2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} Nx_{ij} = Nb_j \; ; j = 1,2, \dots, n+1$$

$$x_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2, \dots, m \; , j = 1,2, \dots, n+1$$

مثال:

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1 , A_2 , A_3 إلى أربع مدن B_1 , B_2 , B_3 , B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	$120+\varepsilon_1$
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	$95+\varepsilon_2$
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	$100+\varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85+\delta_1$	$65+\delta_2$	$90+\delta_3$	$60+\delta_4$	

جدول رقم (21) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة و المطلوبة قيم نيتروسوفيكية فائض

حيث ε هو اللاتحديد على تكاليف النقل، نأخذه $\varepsilon \in [0,2]$

حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المتوفرة، نأخذه كما يلي:

$$\varepsilon_1 \in [0,35]\,, \varepsilon_2 \in [0,10]\,, \varepsilon_3 \in [0,15]$$

و δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة ونأخذه كما يلي:

$$\delta_1 \in [0,7]\,, \delta_2 \in [0,18], \delta_3 \in [0,25]\,, \delta_4 \in [0,10]$$

مماسبق نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9] Nx_{11}	[4,6] Nx_{12}	[15,17] Nx_{13}	[9,11] Nx_{14}	[120,155]
A_2	[11,13] Nx_{21}	[2,4] Nx_{22}	[7,9] Nx_{23}	[3,5] Nx_{24}	[95,105]
A_3	[4,6] Nx_{31}	[5,7] Nx_{32}	[2,4] Nx_{33}	[8,10] Nx_{34}	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[65,83]	[90,115]	[60,70]	

جدول رقم (22) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة و المطلوبة قيم نيتروسوفيكية فائض

من بيانات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = [120,155] + [95,105] + [100,115] = [315,375]$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = [85,92] + [65,83] + [90,115] + [60,70]$$

$$= [300,360]$$

نلاحظ أن $\sum_{i=1}^{3} a_i \neq \sum_{j=1}^{4} b_j$ أي أن النموذج غير متوازن وبما أن $\sum_{i=1}^{3} a_i > \sum_{j=1}^{4} b_j$ حالة فائض في الإنتاج نضيف مركز استهلاكي وهمي B_5 حاجته

$$b_5 = \sum_{i=1}^{3} a_i - \sum_{j=1}^{4} b_j = [315,375] - [300,360] = [15,15]$$

نحصل على الجدول التالي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	الكميات المتوفرة
A_1	$[7,9]$ Nx_{11}	$[4,6]$ Nx_{12}	$[15,17]$ Nx_{13}	$[9,11]$ Nx_{14}	0 x_{15}	$[120,155]$
A_2	$[11,13]$ Nx_{21}	$[2,4]$ Nx_{22}	$[7,9]$ Nx_{23}	$[3,5]$ Nx_{24}	0 x_{25}	$[95,105]$
A_3	$[4,6]$ Nx_{31}	$[5,7]$ Nx_{32}	$[2,4]$ Nx_{33}	$[8,10]$ Nx_{34}	0 x_{35}	$[100,115]$
الكميات المطلوبة	$[85,92]$	$[65,83]$	$[90,115]$	$[60,70]$	15	

جدول رقم (23) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة المطلوبة قيم نيتروسوفيكية مع مركز وهمي

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ \in \{[7,9]x_{11} + [4,6]x_{12} + [15,17]x_{13} + [9,11]x_{14} + 0.x_{15} + [11,13]x_{21} + [2,4]x_{22} + [7,9]x_{23} + [3,5]x_{24} + 0.x_{25} + [4,6]x_{31} + [5,7]x_{32} + [2,4]x_{33} + [8,10]x_{34} + 0.x_{35}\} \rightarrow Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{i=1}^{3} Nx_{ij} = Na_i \; ; j = 1,2,3,4,5$$

$$\sum_{j=1}^{5} Nx_{ij} = Nb_j \; ; i = 1,2,3$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \; ; i = 1,2,3 \; , j = 1,2,3,4,5$$

حالة عجز في الإنتاج:

مجموع الكميات المنتجة أقل من مجموع الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i < \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

نحوله الى نموذج متوازن وذلك بإضافة مركز إنتاجي وهمي A_{m+1} طاقته الإنتاجية:

$$Na_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} Nb_j - \sum_{i=1}^{m} Na_i$$

وتكلفة نقل الوحدة الواحدة من هذا المراكز الإنتاجي الوهمي إلى جميع مراكز الاستهلاك تساوي الصفر أي $c_{m+1j} = 0$ حيث $j = 1,2, \dots, n$

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{n} Nc_{ij} x_{ij} \to Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n} Nx_{ij} = Na_i \,; i = 1,2, \dots, m+1$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} Nx_{ij} = Nb_i \,; j = 1,2, \dots, n$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \,; i = 1,2, \dots, m+1 \,, j = 1,2, \dots, n$$

مثال:

يـراد شـحن كميـة مـن الـنفط مـن ثـلاث محطـات A_1, A_2, A_3 إلــى أربــع مـدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميـات المتـوفرة فـي كـل محطـة والكميـات المطلوبـة فـي كـل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميـــــات المتوفرة
A_1	7 Nx_{11}	4 Nx_{12}	15 Nx_{13}	9 Nx_{14}	$120 + \varepsilon_1$
A_2	11 Nx_{21}	2 Nx_{22}	7 Nx_{23}	3 Nx_{24}	$80 + \varepsilon_2$
A_3	4 Nx_{31}	5 Nx_{32}	2 Nx_{33}	8 Nx_{34}	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$100 + \delta_2$	$90 + \delta_3$	$60 + \delta_4$	

جدول رقم (24) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة و المطلوبة قيم نيتروسوفيكية عجز

حيث ε هو اللاتحديد على تكاليف النقل، نأخذه $\varepsilon \in [0,2]$

حيث ε_i هو اللاتحديد على الكميات المتوفرة، نأخذه كما يلي:

$$\varepsilon_1 \in [0,35]\,, \varepsilon_2 \in [0,10]\,, \varepsilon_3 \in [0,15]$$

δ_j هو اللاتحديد على الكميات المطلوبة ونأخذه كما يلي:

$$\delta_1 \in [0,7]\,, \delta_2 \in [0,18], \delta_3 \in [0,25]\,, \delta_4 \in [0,10]$$

مماسبق نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9] Nx_{11}	[4,6] Nx_{12}	[15,17] Nx_{13}	[9,11] Nx_{14}	[120,155]
A_2	[11,13] Nx_{21}	[2,4] Nx_{22}	[7,9] Nx_{23}	[3,5] Nx_{24}	[80,90]
A_3	[4,6] Nx_{31}	[5,7] Nx_{32}	[2,4] Nx_{33}	[8,10] Nx_{34}	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[100,118]	[90,115]	[60,70]	

جدول رقم (25) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة و المطلوبة قيم نيتروسوفيكية عجز

من معطيات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = [120,155] + [80,90] + [100,115] = [300,360]$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j = [85,92] + [100,118] + [90,115] + [60,70]$$

$$= [335,395]$$

نلاحظ أن $\sum_{i=1}^{3} a_i \neq \sum_{j=1}^{4} b_j$ أي أن النموذج غير متوازن وبما أن $\sum_{i=1}^{3} a_i < \sum_{j=1}^{4} b_j$ عجز في الإنتاج نضيف مركز إنتاجي وهمي A_4 طاقته الإنتاجية

$$a_4 = \sum_{j=1}^{4} b_j - \sum_{i=1}^{3} a_i = [335,395] - [300,360] = [35,35]$$

نحصل على الجدول التالي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9] Nx_{11}	[4,6] Nx_{12}	[15,17] Nx_{13}	[9,11] Nx_{14}	[120,155]
A_2	[11,13] Nx_{21}	[2,4] Nx_{22}	[7,9] Nx_{23}	[3,5] Nx_{24}	[80,90]
A_3	[4,6] Nx_{31}	[5,7] Nx_{32}	[2,4] Nx_{33}	[8,10] Nx_{34}	[100,115]
A_4	0 Nx_{41}	0 Nx_{42}	0 Nx_{43}	0 x_{34}	[35,35]
الكميات المطلوبة	[85,92]	[100,118]	[90,115]	[60,70]	

جدول رقم (26) بيانات المثال تكلفة النقل والكميات المتوفرة و المطلوبة قيم نيتروسوفيكية مع مركز وهمي

النموذج الرياضي:

أوجد

$$NZ \in \{[7,9]x_{11} + [4,6]x_{12} + [15,17]x_{13} + [9,11]x_{14} + [11,13]x_{21} + [2,4]x_{22} + [7,9]x_{23} + [3,5]x_{24} + [4,6]x_{31} + [5,7]x_{32} + [2,4]x_{33} + [8,10]x_{34} + 0.x_{41} + 0.x_{42} + 0.x_{43} + 0.x_{44}\} \rightarrow Min$$

ضمن الشروط:

$$\sum_{i=1}^{4} Nx_{ij} = Na_i \,; j = 1,2,3,4$$

$$\sum_{j=1}^{4} Nx_{ij} = Nb_j \,; i = 1,2,3,4$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \,; i = 1,2,3,4 \,, j = 1,2,3$$

الفصل الثاني

طرق لايجاد الحل المبدئي لمسائل النقل النيتروسوفيكية

2 – 4 – 2 – الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية .

2 – 4 – 3 – تكلفة النقل والكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية

2 – 1 – تمهيد:

قدمنا في الفصل الأول نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقل تكلفة ولايجاد الحل الأمثل لها لابد من الحصول على حل مبدئي نقدم في هذا الفصل بعض الطرق التي يمكن الحصول على حل مبدئي لأي نموذج نقل، مع الإشارة إلى أن الحل المبدئي يجب أن يراعي التوازن بين المطلوب والمتاح ويجب أن يكون عدد مجاهيل القاعدة في هذا الحل بعدد الشروط الخطية أي $n + m - 1$.

2 – 2 – طريقة الركن الشمالي الغربي:

في هذه الطريقة نبدأ من المربع الشمالي الغربي (العلوي الأيسر) الذي يقع عند تقاطع السطر الأول والعمود الأول ونضع فيه أكبر كمية ممكنة هذه الكمية هي أصغر الكميتين الكمية المتوفرة في المركز الإنتاجي الأول والمطلوبة في المركز الاستهلاكي الأول، إذا كانت الكمية المتوفرة في المركز الإنتاجي الأول أكبر من الكمية المطلوبة في المركز الاستهلاكي الأول ننتقل إلى اليمين ونضع في المربع المجاور أصغر الكميتين الكمية الباقية في المركز الإنتاجي الأول والكمية المطلوبة في المركز الاستهلاكي الثاني، أما إذا كانت الكمية المطلوبة في المركز الاستهلاكي الأول أكبر من الكمية المتوفرة في المركز الإنتاجي الأول فإننا نهبط إلى المربع الأسفل الذي يليه ونضع فيه أصغر الكميتين الكمسية المتبقية لاشباع حاجة المركز الاستهلاكي الأول والكمية المتوفرة في المركز الإنتاجي الثاني وهكذا نتابع بالطريقة نفسها إلى أن نشبع حاجة جميع مراكز الاستهلاك ونفرغ جميع مراكز الإنتاج نحصل على ما يشبه الدرج الذي يهبط من اليسار إلى اليمين وبذلك نكون قد توصلنا إلى الحل المبدئي الأول، يجب أن يكون عدد المربعات التي

نشغلها مساو $n+m-1$ ثم نقوم بحساب التكلفة الاجمالية المقابل لهذا الحل المبدئي.

نوضح ما سبق من خلال أمثلة لنماذج نقل نيتروسوفيكية وفق الأشكال الثلاثة التي تم عرضها في الفصل الأول:

2 – 2 – 1 – تكلفة النقل قيم نيتروسوفيكية:

تكلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي $Nc_{ij}=c_{ij}\pm\varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij} هو اللاتحديد على تكلفة الإنتاج وقد يكون أي جوار للقيمة الحقيقة c_{ij}، أي $\varepsilon_{ij}\in[\lambda_{1ij},\lambda_{2ij}]$ أو $\varepsilon_{ij}\in\{\lambda_{1ij},\lambda_{2ij}\}$ عندها تصبح مصفوفة المدفوعات $Nc_{ij}=[c_{ij}\pm\varepsilon_{ij}]$.

مثال(1):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1,A_2,A_3 إلى أربع مدن B_1,B_2,B_3,B_4 والكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / **مراكز الإنتاج**	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	$7+\varepsilon$ x_{11}	$4+\varepsilon$ x_{12}	$15+\varepsilon$ x_{13}	$9+\varepsilon$ x_{14}	120
A_2	$11+\varepsilon$ x_{21}	$0+\varepsilon$ x_{22}	$7+\varepsilon$ x_{23}	$3+\varepsilon$ x_{24}	80
A_3	$4+\varepsilon$ x_{31}	$5+\varepsilon$ x_{32}	$2+\varepsilon$ x_{33}	$8+\varepsilon$ x_{34}	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	

جدول رقم (1) بيانات المثال (1)

حيث ε هو اللاتحديد ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$، من بيانات المسألة نلاحظ أن

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = 300$$

أي أن النموذج متوازن نعوض عن $\varepsilon \in [0,2]$ نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9]	[4,6]	[15,17]	[9,11]	120
A_2	[11,13]	[0,2]	[7,9]	[3,5]	80
A_3	[4,6]	[5,7]	[2,4]	[8,10]	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	70	300 / 300

جدول رقم (2) بيانات المثال (1)

نستخدم طريقة الركن الشمالي الغربي لايجاد حل مبدئي:

نبدأ من الركن الشمالي الغربي أي المقابل لمركز الإنتاج الأول ومركز الاستهلاك الأول ونضع فيه $Min\{85,120\} = 85$ نكون بذلك قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الأول من المركز الإنتاجي الأول وبقي في مركز الإنتاج الأول الكمية $120 - 85 = 35$ ننتقل إلى اليمين الحجرة الواقعة بتقاطع السطر الأول مع العمود الثاني ونضع فيها $Min\{65,35\} = 35$ تصبح الكميات المتوفرة في المركز الإنتاجي الأول مساوية للصفر والكميات المطلوبة في المركز الاستهلاكي الأول مساوية للصفر ويكون المركز الاستهلاكي الثاني بحاجة إلى

$30 = 35 - 65$ نهبط إلى الحجرة التي تقع في تقاطع السطر الثاني والعمود الثاني ونضع فيها $Min\{30,80\} = 30$ عندها نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثاني وبقي في المركز الإنتاجي الثاني $50 = 30 - 80$ نتابع بالطريقة نفسها إلى أن نفرغ جميع مراكز الإنتاج ونشبع حاجة جميع مراكز الاستهلاك نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / **مراكز الإنتاج**	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	[7,9] 85	[4,6] 35	[15,17]	[9,11]	120
A_2	[11,13]	[0,2] 30	[7,9] 50	[3,5]	80
A_3	[4,6]	[5,7]	[2,4] 40	[8,10] 60	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	300 / 300

جدول رقم (3) الحل المبدئي للمثال (1)

من الجدول السابق نجد:

$$x_{11} = 85 , x_{12} = 35 , x_{22} = 30$$
$$x_{23} = 50 , x_{33} = 40 , x_{34} = 60$$
$$x_{13} = x_{14} = x_{21} = x_{24} = x_{31} = x_{32} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة التالي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$NL \in \{[7,9].85 + [4,6].35 + [15,17].0 + [9,11].0 + [11,13].0 + [0,2].30 + [7,9].50 + [3,5].0 + [4,6].0 + [5,7].0 + [2,4].40 + [8,10].60\} = [1645,2245]$$

2 – 2 – 2 – الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية:

مثال(2):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7	4	15	9	$120 + \varepsilon_1$
A_2	11	0	7	3	$80 + \varepsilon_2$
A_3	4	5	2	8	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$65 + \delta_1$	$90 + \delta_1$	$60 + \delta_1$	

جدول رقم(4) بيانات المثال رقم (2)

حيث $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\varepsilon_i \in [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\varepsilon_1 \in [0,11]$ و $\varepsilon_2 \in [0,9]$ و $\varepsilon_3 \in [0,15]$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، δ_j هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\delta_j \in [\mu_{1j}, \mu_{2j}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{1j}, \mu_{2j}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\delta_1 \in [0,8]$ و $\delta_2 \in [0,12]$ و $\delta_3 \in [0,9]$ و $\delta_4 \in [0,6]$ ، نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7	4	15	9	[120,131]
A_2	11	0	7	3	[80,89]
A_3	4	5	2	8	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] / [300,335]

جدول رقم(5) بيانات المثال رقم (2)

نلاحظ أن $\sum_{i=1}^{3} Na_i = \sum_{j=1}^{4} Nb_j = [300,335]$ وبالتالي النموذج متوازن

نستخدم طريقة الركن الشمالي الغربي لإيجاد حل مبدئي .

نبدأ من الركن الشمالي الغربي أي المقابل لمركز الإنتاج الأول ومركز الاستهلاك الأول ونضع فيه $Min\{[85,93], [120,131]\} = [85,93]$ نكون بذلك قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الأول من المركز الإنتاجي الأول وبقي في مركز الإنتاج الأول الكمية $[120,131] - [85,93] = [35,38]$ ننتقل إلى اليمين الحجرة الواقعة بتقاطع السطر الأول مع العمود الثاني ونضع فيها $Min\{[65,77], [35,38]\} = [35,38]$ تصبح الكميات المتوفرة في

المركز الإنتاجي الأول مساوية للصفر والكميات المطلوبة في المركز الاستهلاكي الأول مساوية للصفر ويكون المركز الاستهلاكي الثاني بحاجة الى

$[30,39] = [35,38] - [65,77]$ نهبط إلى الحجرة التي تقع في تقاطع السطر الثاني والعمود الثاني ونضع فيها:

$$Min\{[30,39],[80,89]\} = [30,39]$$

عندها نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثاني وبقي في المركز الإنتاجي الثاني $[50,50] = [30,39] - [80,89]$ نتابع بالطريقة نفسها إلى أن نفرغ جميع مراكز الإنتاج ونشبع حاجة جميع مراكز الاستهلاك نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / **مراكز الإنتاج**	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	7 [85,93]	4 [35,38]	15 0	9 0	[120,131]
A_2	11 0	0 [30,39]	7 [50,50]	3 0	[80,89]
A_3	4 0	5 0	2 [40,49]	8 [60,66]	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] / [300,335]

جدول رقم(6) الحل المبدئي للمثال (2)

من الجدول السابق نجد أن:

$$Nx_{11} \in [85,93], Nx_{12} \in [35,38], Nx_{22} \in [30,39]$$
$$Nx_{23} \in [50,50], Nx_{33} \in [40,49], Nx_{34} \in [60,66]$$
$$Nx_{13} = Nx_{14} = Nx_{21} = Nx_{24} = Nx_{31} = Nx_{32} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة التالي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$NL \in \{7.[85,93] + 4.[35,38] + 15.0 + 9.0 + 11.0 + 0.[30,39] + 7.[50,50] + 3.0 + 4.0 + 5.0 + 2.[40,49] + 8.[60,66]\} = [1645,1779]$$

وهي التكلفة المقابلة للحل المبدئي.

2 – 2 – 3 – تكلفة النقل والكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية:

مثال(3):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7 + ε$	$4 + ε$	$15 + ε$	$9 + ε$	$120 + \varepsilon_1$
A_2	$11 + ε$	$0 + ε$	$7 + ε$	$3 + ε$	$80 + \varepsilon_2$
A_3	$4 + ε$	$5 + ε$	$2 + ε$	$8 + ε$	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$65 + \delta_2$	$90 + \delta_3$	$60 + \delta_4$	

جدول رقم(7) بيانات المثال رقم (3)

حيث ε هو اللاتحديد على تكلفة النقل ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\varepsilon_i \in [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\varepsilon_1 \in [0,11]$ و $\varepsilon_2 \in [0,9]$ و $\varepsilon_3 \in [0,15]$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، δ_j هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\delta_j \in [\mu_{1j}, \mu_{2j}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{1j}, \mu_{2j}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\delta_1 \in [0,8]$ و $\delta_2 \in [0,12]$ و $\delta_3 \in [0,9]$ و $\delta_4 \in [0,6]$ ، نحصل على الجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$[7,9]$	$[4,6]$	$[15,17]$	$[9,11]$	$[120,131]$
A_2	$[11,13]$	$[0,2]$	$[7,9]$	$[3,5]$	$[80,89]$
A_3	$[4,6]$	$[5,7]$	$[2,4]$	$[8,10]$	$[100,115]$
الكميات المطلوبة	$[85,93]$	$[65,77]$	$[90,99]$	$[60,66]$	$[300,335]$ / $[300,335]$

جدول رقم(8) بيانات المثال رقم (3)

نستخدم طريقة الركن الشمالي الغربي لإيجاد حل مبدئي:

نبدأ من الركن الشمالي الغربي أي المقابل لمركز الإنتاج الأول ومركز الاستهلاك الأول ونضع فيه $Min\{[85,93],[120,131]\} = [85,93]$ نكون بذلك قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الأول من المركز الإنتاجي الأول وبقي في مركز الإنتاج الأول الكمية $[120,131] - [85,93] = [35,38]$ ننتقل إلى اليمين الحجرة الواقعة بتقاطع السطر الأول مع العمود الثاني ونضع

فيهـا$[35,38] = \{[65,77],[35,38]\}Min$ تصــبح الكميــات المتــوفرة فــي المركز الإنتاجي الأول مساوية للصفر والكميات المطلوبة في المركز الإستهلاكي الأول مساوية للصفر ويكون المركز الاستهلاكي الثاني بحاجة إلى

$$[65,77] - [35,38] = [30,39]$$

نهبط إلى الحجرة التي تقع في تقاطع السطر الثاني والعمود الثاني ونضع فيها:

$$Min\{[30,39],[80,89]\} = [30,39]$$

عندها نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثاني وبقي في المركز الإنتاجي الثـاني $[80,89] - [30,39] = [50,50]$نتـابع بالطريقـة نفسـها إلـى أن نفـرغ جميع مراكز الإنتاج ونشبع حاجة جميع مراكز الاستهلاك نحصل على الجدول التالي:

الكميات المتوفرة	B_4	B_3	B_2	B_1	**مراكز الاستهلاك** / **مراكز الإنتاج**
$[120,131]$	$[9,11]$ 0	$[15,17]$ 0	$[4,6]$ $[35,38]$	$[7,9]$ $[85,93]$	A_1
$[80,89]$	$[3,5]$ 0	$[7,9]$ $[50,50]$	$[0,2]$ $[30,39]$	$[11,13]$ 0	A_2
$[100,115]$	$[8,10]$ $[60,66]$	$[2,4]$ $[40,49]$	$[5,7]$ 0	$[4,6]$ 0	A_3
$[300,335]$ / $[300,335]$	$[60,66]$	$[90,99]$	$[65,77]$	$[85,93]$	**الكميات المطلوبة**

جدول رقم (9) الحل المبدئي للمثال (3)

من الجدول السابق نجد أن

$$Nx_{11} \in [85,93], Nx_{12} \in [35,38], Nx_{22} \in [30,39]$$
$$Nx_{23} \in [50,50], Nx_{33} \in [40,49], Nx_{34} \in [60,66]$$

$$Nx_{13} = Nx_{14} = Nx_{21} = Nx_{24} = Nx_{31} = Nx_{32} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة التالي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$NL \in \{[7,9].[85,93] + [4,6].[35,38] + [15,17].0 + [9,11].0 + [11,13].0 + [0,2].[30,39] + [7,9].[50,50] + [3,5].0 + [4,6].0 + [5,7].0 + [2,4].[40,49] + [8,10].[60,66]\} = [1645,2449]$$

وهي التكلفة المقابلة للحل المبدئي.

2 – 3 – طريقة التكلفة الأقل:

تعتمد هذه الطريقة على اشباع المربعات ذات التكلفة الأقل أولاً، لذلك تعد أفضل من طريقة الركن الشمالي الغربي، نبدأ بتزويد المربع ذي التكلفة الأقل في المسألة ككل ونزوده بالطلبية التي يحتاجها من المخزون المقابل لهذا المربع نتابع ملء المربعات ذات التكلفة الأقل بالتتابع إلى أن نزود جميع مراكز الاستهلاك من الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج.

2 – 3 – 1 – تكلفة النقل قيم نيتروسوفيكية:

تكلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij} هو اللاتحديد على تكلفة الانتاج وقد يكون أي جوار للقيمة الحقيقة c_{ij}، أي $\varepsilon_{ij} \in [\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\}$ عندها تصبح مصفوفة المدفوعات $Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$.

مثال(4):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7 + \varepsilon$ x_{11}	$4 + \varepsilon$ x_{12}	$15 + \varepsilon$ x_{13}	$9 + \varepsilon$ x_{14}	120
A_2	$11 + \varepsilon$ x_{21}	$0 + \varepsilon$ x_{22}	$7 + \varepsilon$ x_{23}	$3 + \varepsilon$ x_{24}	80
A_3	$4 + \varepsilon$ x_{31}	$5 + \varepsilon$ x_{32}	$2 + \varepsilon$ x_{33}	$8 + \varepsilon$ x_{34}	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	

جدول رقم (10) بيانات للمثال (4)

حيث ε هو اللاتحديد ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$، من بيانات المسألة نلاحظ أن:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = 300$$

أي أن النموذج متوازن نعوض عن $\varepsilon \in [0,2]$ نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9]	[4,6]	[15,17]	[9,11]	120
A_2	[11,13]	[0,2]	[7,9]	[3,5]	80
A_3	[4,6]	[5,7]	[2,4]	[8,10]	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	70	300 / 300

جدول رقم (11) بيانات للمثال (4)

نستخدم طريقة التكلفة الأقل لايجاد حل مبدئي نلاحظ أن أقل تكلفة هي [0,2] وهي تقع في الحجرة الناتجة من تقاطع السطر الثاني والعمود الثاني لذلك نضع فيها $Min\{65,80\} = 65$ وبذلك نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثاني من المركز الإنتاجي الثاني وتكون الكمية المتبقية في المركز الإنتاجي الثاني $80 - 65 = 15$ ننتقل الى التكلفة الأقل بين التكاليف الباقية وهي [2,4] نجدها تقع في الحجرة الناتجة من تقاطع السطر الثالث والعمود الثالث نضع فيها $Min\{90,100\} = 90$ وبذلك نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثالث من المركز الإنتاجي الثالث وتكون الكمية المتبقية في المركز الإنتاجي الثالث $100 - 90 = 10$ نتابع بالطريقة نفسها الى أن نشبع جميع مراكز الاستهلاك ونفرغ جميع مراكز الإنتاج نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9] 75	[4,6]	[15,17]	[9,11] 45	120
A_2	[11,13]	[0,2] 65	[7,9]	[3,5] 15	80
A_3	[4,6] 10	[5,7]	[2,4] 90	[8,10]	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	70	300 / 300

جدول رقم (12) الحل المبدئي للمثال (4)

من الجدول السابق نجد:

$$x_{11} = 75\,, x_{14} = 45\,, x_{22} = 65$$
$$x_{24} = 15\,, x_{31} = 10\,, x_{33} = 90$$
$$x_{12} = x_{13} = x_{21} = x_{23} = x_{32} = x_{34} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة التالي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$NL \in \{[7,9].75 + [4,6].0 + [15,17].0 + [9,11].45 + [11,13].0 + [0,2].65 + [7,9].0 + [3,5].15 + [4,6].10 + [5,7].0 + [2,4].90 + [8,10].0\} = [1195,1795]$$

وهي التكلفة المقابلة للحل المبدئي.

2 – 3 – 2 – الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية:

مثال(5):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7	4	15	9	$120+\varepsilon_1$
A_2	11	0	7	3	$80+\varepsilon_2$
A_3	4	5	2	8	$100+\varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85+\delta_1$	$65+\delta_1$	$90+\delta_1$	$60+\delta_1$	

جدول (13) بيانات للمثال (5)

حيث $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\varepsilon_i \in [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\varepsilon_1 \in [0,11]$ و $\varepsilon_2 \in [0,9]$ و $\varepsilon_3 \in [0,15]$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، δ_j هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\delta_j \in [\mu_{1j}, \mu_{2j}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{1j}, \mu_{2j}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\delta_1 \in [0,8]$ و $\delta_2 \in [0,12]$ و $\delta_3 \in [0,9]$ و $\delta_4 \in [0,6]$ ، نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7	4	15	9	[120,131]
A_2	11	0	7	3	[80,89]
A_3	4	5	2	8	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] / [300,335]

جدول (14) بيانات للمثال (5)

نلاحــظ أن $\sum_{i=1}^{3} Na_i = \sum_{j=1}^{4} Nb_j = [300,335]$ أي النمــوذج متــوازن، نستخدم طريقة التكلفة الأقل لايجاد حل مبدئي نلاحظ أن أقل تكلفة هي الصفر وهي تقع في الحجرة الناتجة من تقاطع السطر الثاني والعمود الثاني لذلك نضع فيها $Min\{[65,77],[80,89]\} = [65,77]$ نكون بذلك قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الأول من المركز الإنتاجي الأول وبقي في مركز الإنتاج الأول الكمية $[80,89] - [65,77] = [12,15]$، ننتقل الى التكلفة الأقل بين التكاليف الباقية وهي 2 نجدها تقع في الحجرة الناتجة من تقاطع السطر الثالث والعمود الثالث نضع فيها $Min\{[90,99],[100,115]\} = [90,99]$ عندها نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثاني وبقي في المركز الإنتاجي الثاني

$[80,89] - [30,39] = [50,50]$ نتابع بالطريقة نفسها الى أن نشبع جميع مراكز الاستهلاك ونفرغ جميع مراكز الإنتاج نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7 [75,77]	4 0	15 0	9 [45,54]	[120,131]
A_2	11 0	0 [65,77]	7 0	3 [15,12]	[80,89]
A_3	4 [10,16]	5 0	2 [90,99]	8 0	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] [300,335]

جدول (15) الحل المبدئي للمثال (5)

من الجدول السابق نجد :

$$Nx_{11} \in [75,93], Nx_{12} \in [45,54], Nx_{22} \in [65,77]$$
$$Nx_{24} \in [15,12], Nx_{31} \in [10,16], Nx_{33} \in [90,99]$$
$$Nx_{12} = Nx_{13} = Nx_{21} = Nx_{23} = Nx_{32} = Nx_{34} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة الآتي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$NL \in \{7.[75,77] + 4.0 + 15.0 + 9.[45,54] + 0.[65,77] + 7.0 + 3.[12,15] + 4.[10,16] + 5.0 + 2.[90,99] + 8.0\} = [1259,1323]$$

2 – 3 – 3 – تكلفة النقل والكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية:

مثال(6):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7 + \varepsilon$	$4 + \varepsilon$	$15 + \varepsilon$	$9 + \varepsilon$	$120 + \varepsilon_1$
A_2	$11 + \varepsilon$	$0 + \varepsilon$	$7 + \varepsilon$	$3 + \varepsilon$	$80 + \varepsilon_2$
A_3	$4 + \varepsilon$	$5 + \varepsilon$	$2 + \varepsilon$	$8 + \varepsilon$	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$65 + \delta_2$	$90 + \delta_3$	$60 + \delta_4$	

جدول (16) بيانات للمثال (6)

حيث ε هو اللاتحديد على تكلفة النقل ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\varepsilon_i \in [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\varepsilon_1 \in [0,11]$ و $\varepsilon_2 \in [0,9]$ و $\varepsilon_3 \in [0,15]$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، δ_j هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\delta_j \in [\mu_{1j}, \mu_{2j}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{1j}, \mu_{2j}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\delta_1 \in [0,8]$ و $\delta_2 \in [0,12]$ و $\delta_3 \in [0,9]$ و

$\delta_4 \in [0,6]$، نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$[7,9]$	$[4,6]$	$[15,17]$	$[9,11]$	$[120,131]$
A_2	$[11,13]$	$[0,2]$	$[7,9]$	$[3,5]$	$[80,89]$
A_3	$[4,6]$	$[5,7]$	$[2,4]$	$[8,10]$	$[100,115]$
الكميات المطلوبة	$[85,93]$	$[65,77]$	$[90,99]$	$[60,66]$	$[300,335]$ / $[300,335]$

جدول (17) بيانات للمثال (6)

نستخدم طريقة التكلفة الأقل لإيجاد حل مبدئي:

نستخدم طريقة التكلفة الأقل لإيجاد حل مبدئي نلاحظ أن أقل تكلفة هي $[0,2]$ وهي تقع في الحجرة الناتجة من تقاطع السطر الثاني والعمود الثاني لذلك نضع فيها $Min\{[80,89],[65,77]\} = [65,77]$ وبذلك نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثاني من المركز الإنتاجي الثاني وتكون الكمية المتبقية في المركز الإنتاجي الثاني $[80,89] - [65,77] = [12,15]$ ننتقل الى التكلفة الأقل بين التكاليف الباقية وهي$[2,4]$ نجدها تقع في الحجرة الناتجة من تقاطع السطر الثالث والعمود الثالث نضع فيها

$$Min\{[90,99],[100,115]\} = [90,99]$$

وبذلك نكون قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الثالث من المركز الإنتاجي الثالث وتكون الكمية المتبقية في المركز الإنتاجي الثالث

$$[100,115] - [90,99] = [10,16]$$

نتابع بالطريقة نفسها الى أن نشبع جميع مراكز الاستهلاك ونفرغ جميع مراكز الإنتاج نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9] [75,77]	[4,6] 0	[15,17] 0	[9,11] [45,54]	[120,131]
A_2	[11,13] 0	[0,2] [65,77]	[7,9] 0	[3,5] [12,15]	[80,89]
A_3	[4,6] [10,16]	[5,7] 0	[2,4] [90,99]	[8,10] 0	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] [300,335]

جدول (18) الحل المبدئي للمثال (6)

من الجدول السابق نجد أن

$$Nx_{11} \in [75,77], Nx_{13} \in [45,54], Nx_{22} \in [65,77]$$
$$Nx_{24} \in [12,15], Nx_{13} \in [10,16], Nx_{33} \in [90,99]$$
$$Nx_{12} = Nx_{22} = Nx_{21} = Nx_{23} = Nx_{32} = Nx_{34} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة الآتي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$\begin{aligned} NL \in \{&[7,9].[75,77] + [4,6].0 + [15,17].0 + [9,11].[45,54] \\ &+ [11,13].0 + [2,4].[65,77] + [7,9].0 \\ &+ [3,5].[12,15] + [4,6].[10,16] + [5,7].0 \\ &+ [2,4].[90,99] + [8,10].0\} = [1195,1993] \end{aligned}$$

وهي التكلفة المقابلة للحل المبدئي.

2 – 4 – طريقة فوجال التقريبية:

كثيراً ما تؤدي هذه الطريقة إلى الحل الأمثل أو إلى حل قريباً منه وهي أفضل من الطريقتين السابقتين للوصول إلى الحل المبدئي بهذه الطريقة نتبع مايلي :

نحسب الفرق بين أقل تكلفتين غير متساويتين في كل سطر وكل عمود، نأخذ السطر والعمود ذا الفرق الأكبر ونختار المربع الأقل تكلفة في السطر أو العمود المختار ونعمل على تلبية طلبية مركز الاستهلاك الذي يقع فيه هذا المربع من مركز الإنتاج الذي يقابله، نعيد حساب الفرق مرة أخرى لكل الأعمدة والصفوف ونكرر العملية السابقة إلى أن نلبي جميع طلبات مراكز الاستهلاك من الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج.

2 – 4 – 1 – تكلفة النقل قيم نيتروسوفيكية:

تكلفة نقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij} هو اللاتحديد على تكلفة الانتاج، أي جوار للقيمة الحقيقية c_{ij}، أي $\varepsilon_{ij} \in [\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}]$ أو $\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\}$ عندها تصبح مصفوفة المدفوعات $Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$.

مثال(7):

يـراد شـحن كميـة مـن الـنفط مـن ثـلاث محطـات A_1, A_2, A_3 إلـى أربـع مـدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطـة والكميات المطلوبـة فـي كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول التالي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	$7+\varepsilon$	$4+\varepsilon$	$15+\varepsilon$	$9+\varepsilon$	120
A_2	$11+\varepsilon$	$0+\varepsilon$	$7+\varepsilon$	$3+\varepsilon$	80
A_3	$4+\varepsilon$	$5+\varepsilon$	$2+\varepsilon$	$8+\varepsilon$	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	

جدول رقم (19) بيانات المثال (7)

حيث ε هو اللاتحديد على تكلفة النقل ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	[7,9]	[4,6]	[15,17]	[9,11]	120
A_2	[11,13]	[0,2]	[7,9]	[3,5]	80
A_3	[4,6]	[5,7]	[2,4]	[8,10]	100
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	[300,335] / [300,335]

جدول رقم (20) بيانات للمثال (7)

نحسب الفرق بين أقل تكلفتين غير متساويتين في كل سطر وكل عمود وهنا لا يصح أن يكون الفرق صفر، نأخذ السطر والعمود ذا الفرق الأكبر ونختار المربع الأقل تكلفة في السطر أو العمود المختار ونعمل على تلبية طلبية مركز الاستهلاك الذي يقع فيه هذا المربع من مركز الإنتاج الذي يقابله، نأخذ أكبر الفروق نجدها 5 وهي موجودة في حجرتين نختار احدها وليكن عمود B_4 ثم نختار الحجرة ذات

التكلفـة الأقـل وهـي مقابلـة لمركـز الإنتـاج A_2 نشـبع هـذه الحجـرة ونضـع فيهـا $80 = Min\{60,80\}$, نكون بذلك قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الرابع من المركز الإنتاجي الثاني نقوم بشطب العمود الرابع وتكون الكمية المتبقية في المركز الإنتاجي الثاني $20 = 60 - 80$ كما في الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة	فـــرق الأسطر Δ_1
A_1	$[7,9]$	$[4,6]$	$[15,17]$	$[9,11]$	120	3
A_2	$[11,13]$	$[0,2]$	$[7,9]$	$[3,5]$ $[60,66]$	80	3
A_3	$[4,6]$	$[5,7]$	$[2,4]$	$[8,10]$	100	2
الكميات المطلوبة	85	65	90	60	$[300,335]$ $[300,335]$	
فرق الأعمدة Δ_1'	3	4	5	5		

جدول رقم (21) جدول الفروق الأولى للمثال (7)

نعيد حساب الفرق مرة أخرى لكل الأعمدة والصفوف ماعدا العمود الرابع، نكرر العملية السابقة إلى أن نلبي جميع طلبات مراكز الاستهلاك من الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج و نفرغ جميع مراكز الإنتاج ونشبع حاجة جميع مراكز الاستهلاك نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج		B_1	B_2	B_3	B_4	الكميـــــــات المتوفرة	فرق الأسطر Δ_1	Δ_2	Δ_3
A_1		[7,9] [75,77]	[4,6] [45,54]	[15,17]	[9,11]	120	3	3	3
A_2		[11,13]	[0,2] [20,23]	[7,9]	[3,5] [60,66]	80	3	7	–
A_3		[4,6] [10,16]	[5,7]	[2,4] [90,99]	[8,10]	100	2	2	2
الكميات المطلوبة		85	65	90	60	[300,335] [300,335]			
فرق الأعمدة	Δ'_1	3	4	5	5				
	Δ'_2	3	4	5	–				
	Δ'_3	3	1	13	–				

جدول رقم (22) الحل المبدئي للمثال (7)

من الجدول السابق نجد أن

$$x_{11} = 75, Nx_{14} = 45, Nx_{22} = 65,$$
$$Nx_{24} = 15, Nx_{31} = 10, Nx_{33} = 90,$$
$$Nx_{12} = Nx_{13} = Nx_{21} = Nx_{23} = Nx_{32} = Nx_{34} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة الآتي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$\begin{aligned} NL \in \{&[7,9].75 + [4,6].45 + [15,17].0 + [9,11].0 \\ &+ [11,13].0 + [0,2].20 + [7,9].0 + [3,5].60 \\ &+ [4,6].10 + [5,7].0 + [2,4].90 + [8,10].0\} \\ &= [1105,1705] \end{aligned}$$

وهي التكلفة المقابلة للحل المبدئي.

2 – 4 – 2 – الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية .

مثال(8):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	7	4	15	9	$120 + \varepsilon_1$
A_2	11	0	7	3	$80 + \varepsilon_2$
A_3	4	5	2	8	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$65 + \delta_1$	$90 + \delta_1$	$60 + \delta_1$	

جدول رقم (23) بيانات للمثال (8)

حيث $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\varepsilon_i \in [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\varepsilon_1 \in [0,11]$ و $\varepsilon_2 \in [0,9]$ و $\varepsilon_3 \in [0,15]$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، δ_j هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\delta_j \in [\mu_{1j}, \mu_{2j}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{1j}, \mu_{2j}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\delta_1 \in [0,8]$ و $\delta_2 \in [0,12]$ و $\delta_3 \in [0,9]$ و $\delta_4 \in [0,6]$ ، نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	**الكميات المتوفرة**
A_1	7	4	15	9	[120,131]
A_2	11	0	7	3	[80,89]
A_3	4	5	2	8	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] / [300,335]

جدول رقم (24) بيانات المثال (8)

نلاحظ أن $\sum_{i=1}^{3} Na_i = \sum_{j=1}^{4} Nb_j = [300,335]$ والنموذج متوازن.

نحسب الفرق بين أقل تكلفتين غير متساويتين في كل سطر وكل عمود ثم نأخذ السطر والعمود ذا الفرق الأكبر ونختار المربع الأقل تكلفة في السطر أو العمود المختار ونعمل على تلبية طلبية مركز الاستهلاك الذي يقع فيه هذا المربع من مركز الإنتاج الذي يقابله، نأخذ أكبر الفروق نجدها 5 وهي موجودة في حجرتين نختار إحدها وليكن عمود B_4 ثم نختار الحجرة ذات التكلفة الأقل وهي مقابلة لمركز الإنتاج A_2 نشبع هذه الحجرة ونضع فيها

$Min\{[60,66],[80,89]\} = [60,66]$, نكون بذلك قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الرابع من المركز الإنتاجي الثاني نقوم بشطب العمود الرابع وتكون الكمية المتبقية في المركز الإنتاجي الثاني $[80,89] - [60,66] = [20,23]$ كما في الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة	فرق الأسطر Δ_1
A_1	7	4	15	9	[120,131]	3
A_2	11	0	7	3 [60,66]	[80,89] [20,23]	3
A_3	4	5	2	8	[100,115]	2
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] [300,335]	
فرق الأعمدة Δ'_1	3	4	5	5		

جدول رقم (25) الفروق الأولى للمثال (8)

نعيد حساب الفرق مرة أخرى لكل الأعمدة والصفوف ماعدا العمود الرابع، نكرر العملية السابقة إلى أن نلبي جميع طلبات مراكز الاستهلاك من الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج و نفرغ جميع مراكز الإنتاج ونشبع حاجة جميع مراكز الاستهلاك نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة	فرق الأسطر Δ_1	Δ_2	Δ_3
A_1	7 [75,77]	4 [45,54]	15	9	[120,131]	3	3	3
A_2	11	0 [20,23]	7	3 [60,66]	[80,89]	3	7	−
A_3	4 [10,16]	7	2 [90,99]	8	[100,115]	2	2	2
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] [300,335]			
فرق الأعمدة Δ'_1	3	4	5	5				
Δ'_2	3	4	5	−				
Δ'_3	3	1	13	−				

جدول رقم (26) الحل المبدئي للمثال (8)

من الجدول السابق نجد أن

$$Nx_{11} \in [75,77], Nx_{12} \in [45,54], Nx_{22} \in [20,23],$$
$$Nx_{24} \in [60,66], Nx_{31} \in [10,16], Nx_{33} \in [90,99],$$
$$Nx_{13} = Nx_{14} = Nx_{21} = Nx_{23} = Nx_{32} = Nx_{34} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالآتي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة الآتي:

$$L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$NL \in \{7.[75,77] + 4.[45,54] + 15.0 + 9.0 + 11.0 + 0.[20,23] + 7.0 + 3.[60,66] + 4.[10,16] + 5.0 + 2.[90,99] + 8.0\} = [1105,1215]$$

وهي التكلفة المقابلة للحل المبدئي.

2 – 4 – 3 – تكلفة النقل والكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج والكميات المطلوبة في مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية:

مثال(9):

يراد شحن كمية من النفط من ثلاث محطات A_1, A_2, A_3 إلى أربع مدن B_1, B_2, B_3, B_4 و الكميات المتوفرة في كل محطة والكميات المطلوبة في كل مدينة وتكلفة النقل موضحة بالجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	$7 + \varepsilon$	$4 + \varepsilon$	$15 + \varepsilon$	$9 + \varepsilon$	$120 + \varepsilon_1$
A_2	$11 + \varepsilon$	$0 + \varepsilon$	$7 + \varepsilon$	$3 + \varepsilon$	$80 + \varepsilon_2$
A_3	$4 + \varepsilon$	$5 + \varepsilon$	$2 + \varepsilon$	$8 + \varepsilon$	$100 + \varepsilon_3$
الكميات المطلوبة	$85 + \delta_1$	$65 + \delta_2$	$90 + \delta_3$	$60 + \delta_4$	

جدول رقم (27) بيانات للمثال (9)

حيث ε هو اللاتحديد على تكلفة النقل ونأخذه بالشكل $\varepsilon \in [0,2]$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، ε_i هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\varepsilon_i \in [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}]$ أو $\varepsilon_i \in \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\varepsilon_1 \in [0,11]$ و $\varepsilon_2 \in [0,9]$ و $\varepsilon_3 \in [0,15]$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ هي اللاتحديد على الكميات المتوفرة في المحطات، δ_j هو اللاتحديد على الكميات المنتجة، أي $\delta_j \in [\mu_{1j}, \mu_{2j}]$ أو $\delta_j \in \{\mu_{1j}, \mu_{2j}\}$، في هذا المثال سنأخذ $\delta_1 \in [0,8]$ و $\delta_2 \in [0,12]$ و $\delta_3 \in [0,9]$ و $\delta_4 \in [0,6]$ ، نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج	B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة
A_1	[7,9]	[4,6]	[15,17]	[9,11]	[120,131]
A_2	[11,13]	[0,2]	[7,9]	[3,5]	[80,89]
A_3	[4,6]	[5,7]	[2,4]	[8,10]	[100,115]
الكميات المطلوبة	[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] / [300,335]

جدول رقم (28) بيانات للمثال (9)

نحسب الفرق بين أقل تكلفتين غير متساويتين في كل سطر وكل عمود وهنا لا يصح أن يكون الفرق صفر، نأخذ السطر والعمود ذا الفرق الأكبر ونختار المربع الأقل تكلفة في السطر أو العمود المختار ونعمل على تلبية طلبية مركز الاستهلاك الذي يقع فيه هذا المربع من مركز الإنتاج الذي يقابله، نأخذ أكبر الفروق نجدها 5 وهي موجودة في حجرتين نختار احدها وليكن عمود B_4 ثم نختار الحجرة ذات التكلفة الأقل وهي مقابلة لمركز الإنتاج A_2 نشبع هذه الحجرة ونضع فيها $[60,66] = Min\{[60,66], [80,89]\}$, نكون بذلك قد لبينا حاجة المركز الاستهلاكي الرابع من المركز الإنتاجي الثاني نقوم بشطب العمود الرابع وتكون الكمية المتبقية في المركز الإنتاجي الثاني $[80,89] - [60,66] = [20,23]$ كما في الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج		B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة	فرق الأسطر Δ_1
A_1		[7,9]	[4,6]	[15,17]	[9,11]	[120,131]	3
A_2		[11,13]	[0,2]	[7,9]	[3,5] [60,66]	[80,89]	3
A_3		[4,6]	[5,7]	[2,4]	[8,10]	[100,115]	2
الكميات المطلوبة		[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] [300,335]	
فرق الأعمدة	Δ'_1	3	4	5	5		

جدول رقم (29) جدول الفروق الأولى للمثال (9)

نعيد حساب الفرق مرة أخرى لكل الأعمدة والصفوف ماعدا العمود الرابع، نكرر العملية السابقة إلى أن نلبي جميع طلبات مراكز الاستهلاك من الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج و نفرغ جميع مراكز الإنتاج ونشبع حاجة جميع مراكز الاستهلاك نحصل على الجدول الآتي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الإنتاج		B_1	B_2	B_3	B_4	الكميات المتوفرة	فرق الأسطر Δ_1	Δ_2	Δ_3
A_1		[7,9] [75,77]	[4,6] [45,54]	[15,17]	[9,11]	[120,131]	3	3	3
A_2		[11,13]	[0,2] [20,23]	[7,9]	[3,5] [60,66]	[80,89]	3	7	–
A_3		[4,6] [10,16]	[5,7]	[2,4] [90,99]	[8,10]	[100,115]	2	2	2
الكميات المطلوبة		[85,93]	[65,77]	[90,99]	[60,66]	[300,335] [300,335]			
فرق الأعمدة	Δ'_1	3	4	5	5				
	Δ'_2	3	4	5	–				
	Δ'_3	3	1	13	–				

جدول رقم (30) الحل المبدئي للمثال (9)

من الجدول السابق نلاحظ:

$$Nx_{11} \in [75,77], Nx_{12} \in [45,54], Nx_{22} \in [20,23],$$
$$Nx_{24} \in [60,66], Nx_{31} \in [10,16], Nx_{33} \in [90,99],$$
$$Nx_{13} = Nx_{14} = Nx_{21} = Nx_{23} = Nx_{32} = Nx_{34} = 0$$

لدينا $m = 3, n = 4$ وبالتالي $n + m - 1 = 6$ هذا يعني أن الحل المبدئي يحقق الشرط ، لحساب التكلفة المقابلة لهذا الحل المبدئي نعوض بتابع التكلفة الآتي:

$$\begin{aligned} L = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} \\ + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} \\ + c_{34}x_{34} \end{aligned}$$

نحصل على التكلفة المقابلة للحل المبدئي:

$$\begin{aligned} NL \in \{&[7,9].[75,77] + [4,6].[45,54] + [15,17].0 + [9,11].0 \\ &+ [11,13].0 + [0,2].[20,23] + [7,9].0 \\ &+ [3,5].[60,66] + [4,6].[10,16] + [5,7].0 \\ &+ [2,4].[90,99] + [8,10].0\} = [11055,1885] \end{aligned}$$

الفصل الثالث

الحل الأمثل لنماذج النقل النيتروسوفيكية انطلاقاً من حل مبدئي

3–1– تمهيد.

3–2– طريقة الحجر المتنقلة (المسار المتعرج) The Stepping-Stone Method

3–3– الطريقة المعدلة (طريقة التوزيع المعدلة) Modified Distribution Method

3 – 1 – تمهيد:

بعد الحصول على حل مبدئي نيتروسوفيكي باستخدام الطرق التي تم عرضها في الفصل الثاني علينا اختبار هذا الحل هل هو الحل الأمثل أم لا، إذا كان هو الحل الأمثل ، نكون قد توصلنا إلى المطلوب، أما إذا كان الحل غير ذلك فيجب علينا البحث عن الحل الأمثل انطلاقا منه، ومن أجل ذلك ندرس طرقاً عدة ندرس منها في هذا الكتاب الطريقتين الآتيتين :

- ❖ طريقة الحجر المتنقلة (المسار المتعرج) The Stepping -Stone Method
- ❖ الطريقة المعدلة (طريقة التوزيع المعدلة) Modified Distribution Method

3 – 2 – طريقة الحجر المتنقلة (المسار المتعرج):

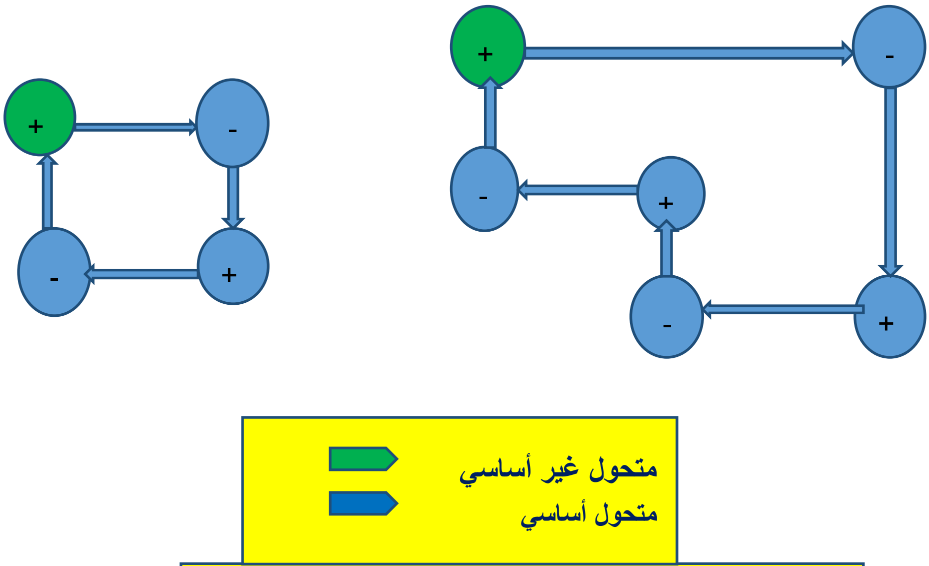
The Stepping -Stone Method:

للوصول إلى الحل الأمثل بهذه الطريقة نتبع الخطوات التالية :

a. نجد الحل المبدئي بإحدى الطرق الواردة في الفصل الثاني، ثم نحسب التكلفة الإجمالية وفق الحل المبدئي.

b. نحدد المتغيرات الأساسية و المتحولات غير الأساسية من جدول الحل المبدئي.

c. نحدد التكلفة غير المباشرة من خلال ايجاد المسارات المغلقة، إذ أن كل مسار مغلق تكون بدايته ونهايته متغير غير أساسي ويتكون من خطوط أفقية وعمودية أركانها متغيرات أساسية، إذا صادفنا متغيرين أساسيين في طريق المسار فإننا نعرج عن المتغير الأساسي غير الركني، وبشكل عام المسار المغلق يمثل بالشكل رقم (1):



الشكل (1) تمثيل لمسارات مغلقة

نحسب التكلفة غير المباشرة لكل متغير غير أساسي وذلك بإعطاء تكلفة المتغير غير الأساسي إشارة موجبة وتكلفة المتغيرات الأساسية نعطيها إشارات متناوبة سالبة ثم موجبة وهكذا، نفرض أننا ندخل المتغير غير الأساسي مع مجموعة المتغيرات الأساسية ولنعطيه قيمة الواحد إذا كانت التكلفة غير المباشرة لكل من المتغيرات الأساسية موجبة أو صفر فهذا يعني أن الحل الذي حصلنا عليه هو حل أمثل ونتوقف أما إذا كانت إحدى التكاليف غير المباشرة على الأقل سالبة فإنه لابد لنا من تطوير الحل باختيار أحد المتغيرات غير الأساسية ليصبح أساسياً ونخرج أحد المتغيرات الأساسية فيصبح متحولاً غير أساسي.

ملاحظة :لتحديد المتغير الأساسي الداخل نأخذ المتغير غير الأساسي الذي حقق أكثر سالبية في التكلفة غير المباشرة ولكي نجعل الحل أفضل ما يمكن فإننا نحاول أن نمرر فيه أكبر كمية ممكنة.

نوضح ما سبق من خلال المثال الآتي :

مثال :

الجدول التالي يمثل تكلفة نقل بضائع من المصادر $A_i \;\; ; \;\; i = 1.2.3.4$ إلى مراكز التوزيع $B_j \; ; j = 1.2.3.4$

المطلوب استخدام طريقة الحجر المتنقل لتحسين الحل والحصول على الحل الأمثل.

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	الكميات المتوفرة
A_1	2	4	0	150
A_2	{3,4.5}	{1,2}	{5,8}	200
A_3	6	2	4	325
A_4	1	7	9	25
الكميات المطلوبة	180	320	200	700 / 700

الجدول (1) بيانات المسألة

في هذا المثال أخذنا تكلفة النقل من المركز الانتاجي A_2 إلى جميع مراكز الاستهلاك قيم نيتروسوفيكية نأخذها من الشكل $c_{2j} \in \left\{\alpha_{1_{2j}}\alpha_{2_{2j}}\right\}$

الحل :

الحل المبدئي باستخدام طريقة التكلفة الأقل نحصل على جدول الحل المبدئي الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	الكميات المتوفرة
A_1	2	4	0 150	150
A_2	{3,4.5}	{1,2} 200	{5,8}	200
A_3	6 155	2 120	4 50	325
A_4	1 25	7	9	25
الكميات المطلوبة	180	320	200	700 700

الجدول (2) الحل الأولي

نلاحظ أن عدد المربعات المشغولة مساو لـ $m + n - 1 = 6$ والتكلفة الإجمالية للنقل وفق الحل المبدئي هي :

$$Z_1 = 0 \times 150 + \{1,2\} \times 200 + 6 \times 155 + 2 \times 120 + 4 \times 50 + 1 \times 25$$

من أجل $c_{22} = 1$ نجد $Z_1 = 1595$

من أجل $c_{22} = 2$ نجد $Z_1 = 1795$

وعليه تكون تكلفة النقل الاجمالية المقابلة للحل المبدئي هي $Z_1 \in \{1595,1795\}$

نرى فيما إذا كان هذا الحل حلاً أمثلاً أم لا ؟ من أجل ذلك نحدد المتغيرات الأساسية والمتغيرات غير الأساسية، واضح أن

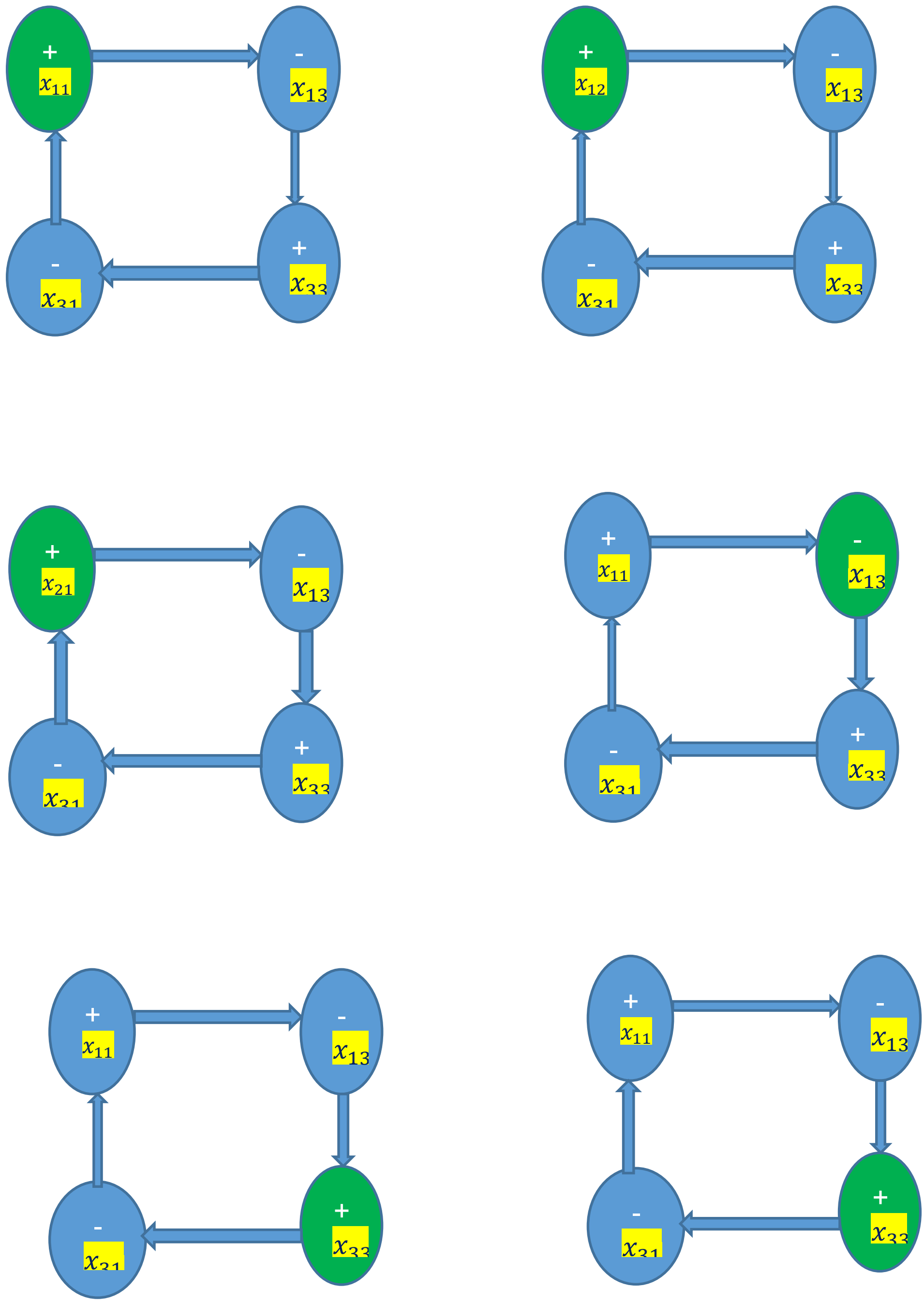
المتغيرات الأساسية هي :

$$x_{13}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{41}$$

والمتغيرات غير الأساسية هي:

$$x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{23}, x_{42}, x_{43}$$

لدينا ستة متحولات أساسية وستة غير أساسية بذلك يتكون ستة مسارات مغلقة موضحة في الشكل رقم (2) الصفحة التالية :



الشكل (2) المسارات المغلقة الممكنة بعد ايجاد الحل المبدئي المتحول غير الأساسي باللون الأخضر

نوضح من خلال الجدول الآتي كيفية تشكيل المسار :

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	الكميات المتوفرة
A_1	2	4	0 150	150
A_2	{[illegible],4.5}	{1,2} 200	{5,8}	200
A_3	6 155	2 120	4 50	325
A_4	1 25	7	9	25
الكميات المطلوبة	180	320	200	700 / 700

الجدول (3) كيفية تشكيل المسار

نحسب التكلفة غير المباشرة نجد :

من الجدول السابق ووفق المسار المرسوم نوضح كيفية حساب التكلفة غير المباشرة.

نبدأ من الحجرة (A_1B_1) لدينا التكلفة $c_{11} = 2$ نأخذها بإشارة موجبة لأنها هي حجرة المتغير غير الأساسي ننتقل إلى الحجرة (A_1B_3) لدينا التكلفة $c_{13} = 0$ نأخذ هنا الأشارة ناقص والمتغير في هذه الحجرة بالتأكيد هو متغير أساسي ننتقل إلى الحجرة (A_3B_3) لدينا التكلفة $c_{33} = 4$ نأخذ هنا الأشارة موجبة والمتغير في هذه الحجرة بالتأكيد هو متغير أساسي ننتقل إلى الحجرة (A_3B_1) لدينا التكلفة $c_{31} = 6$ نأخذ هنا الأشارة ناقص والمتغير في هذه الحجرة بالتأكيد هو متغير أساسي وعليه تكون التكلفة غير المباشرة للمتغير غير الأساسي x_{11}

$$x_{11}: 2-0+4-6=0$$

بالطريقة نفسها نحسب التكلفة لجميع المتغيرات غير الأساسية نجد :

$$x_{12}: 4-0+4-2=6$$
$$x_{21}: \{3,4.5\}-\{1,2\}+2-6=\{-2,-3,-0.5,-1,5\}$$
$$x_{23}: \{5,8\}-4+2-\{1,2\}=\{2,1,5,4\}$$
$$x_{42}: 7-1+6-2=10$$
$$x_{43}: 9-1+6-4=10$$

نلاحظ إن التكلفة غير المباشرة المقابلة للمتغير الأساسي x_{21} هي مقدار سالب وهو الوحيد لذلك ندخل هذا المتغير ويصبح من المتغيرات الأساسية ونخرج بدلا من x_{31} يمكننا أن نمرر الكمية $x_{21}=155$ عندها يصبح $x_{31}=0$ و $x_{32}=275$ و $x_{22}=45$.

ونحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	الكميات المتوفرة
A_1	2	4	0 / 150	150
A_2	{3,4.5} / 155	{1,2} / 45	{5,8}	200
A_3	6	2 / 275	4 / 50	325
A_4	1 / 25	7	9	25
الكميات المطلوبة	180	320	200	700 / 700

الجدول (4) أول تحسين

نلاحظ أن تكلفة النقل وفق الحل السابق :

$$Z_2 \in (0 \times 150 + \{3,4.5\} \times 155 + \{1,2\} \times 45 + 2 \times 275 + 4 \times 50 + 1 \times 25)$$

من أجل $c_{21} = 3$ و $c_{22} = 1$ نجد $Z_2 = 1285$

من أجل $c_{21} = 3$ و $c_{22} = 2$ نجد $Z_2 = 1330$

من أجل $c_{21} = 4.5$ و $c_{22} = 1$ نجد $Z_2 = 1517.5$

من أجل $c_{21} = 4.5$ و $c_{22} = 2$ نجد $Z_2 = 1562.5$

وعليه تكون التكلفة الاجمالية هي

$$Z_2 \in \{1285\,, 1330\,, 1517.5\,,1562.5\,\}$$

$$\forall\, Z_2 \in \{1285\,, 1330\,, 1517.5\,,1562.5\,\} \Rightarrow Z_2 < Z_1 \in \{1595,1795\}$$

أي أن هذا الحل أفضل من الحل السابق.

السؤال المطروح هنا هل هذا الحل هو الحل الأمثل من أجل ذلك نحدد المتغيرات الأساسية والمتغيرات غير الأساسية نجد

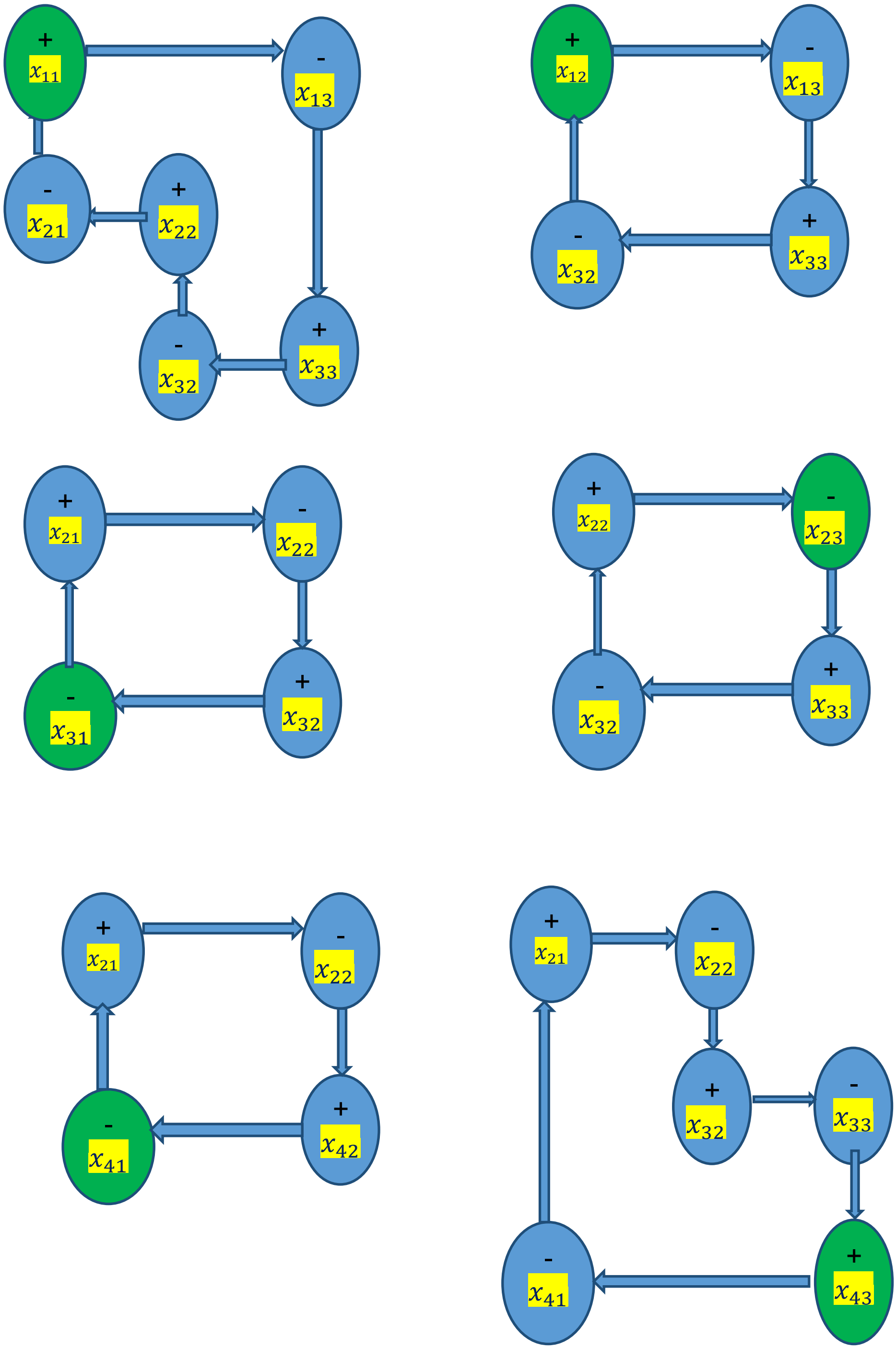
المتغيرات الأساسية هي :

$$x_{41}\,, x_{33}\,, x_{32}\,, x_{22}\,, x_{21}\,, x_{13}$$

والمتغيرات غير الأساسية هي :

$$x_{43}\,, x_{42}\,, x_{31}\,, x_{32}\,, x_{12}\,, x_{11}$$

لدينا ستة متحولات أساسية وستة غير أساسية بذلك يتكون ستة مسارات مغلقة وهي:



الشكل (3) المسارات المغلقة الممكنة بعد أول تحسين المتحول غير الأساسي باللون الأخضر

نحسب التكلفة غير المباشرة :

$$x_{11} : 2 - 0 + 4 - \{1,2\} + 1 - 3 = \{3,2\}$$

$$x_{12} : 4 - 0 + 4 - 2 = 8$$
$$x_{32} : 6 - 2 + \{1,2\} - \{3,4.5\} = \{2,0.5,3,1.5\}$$
$$x_{42} : 7 - \{1,2\} + \{3,4.5\} - 1 = \{8,9.5,7,8.5\}$$
$$x_{43} : 9 - 4 + 2 - \{1,2\} + \{3,4.5\} - 1 = \{8,9.5,7,8.5\}$$

نلاحظ أن التكلفة غير المباشرة من أجل كل متغير غير أساسي هي موجبة لايمكن أن ندخل أي متغير غير أساسي للقاعدة الأساسية وعليه فإن الحل الذي حصلنا عليه في التحسين الأول هو حل أمثل وتكلفة النقل الأصغرية هي التي حصلنا عليها سابقاً.

لذلك يكون الحل المثالي هو :

$$x_{13} = 150 , x_{21} = 155 , x_{22} = 45$$

$$x_{32} = 275 , x_{33} = 50 , x_{41} = 25$$

والتكلفة الأصغرية هي :

$$Z_2 \in \{1285 , 1330 , 1517.5 ,1562.5 \}$$

وهي قيمة نيتروسفيكية يمكن أن تكون إحدى قيم المجموعة

$$\{1285 , 1330 , 1517.5 ,1562.5 \}$$

3 – 3 – الطريقة المعدلة (طريقة التوزيع المعدلة):

Modified Distribution Method

تعد هذه الطريقة طريقة أخرى من طرق ايجاد الحل الأمثل لمسائل النقل وهي مشابهة أيضا للطريقة السابقة (طريقة الحجر المتنقل) الفرق الرئيسي بينهما هو كيفية التعامل مع المتغير غير الأساسي في كل خطوة من خطوات الحل، كما أن هذه الطريقة في الحل تعتمد بشكل أساسي على نظرية الترافق

ولايجاد الحل الأمثل لمسألة النقل وفق هذه الطريقة نتبع الخطوات التالية :

1– نجد الحل المبدئي بإحدى الطرق المذكورة سابقاً

2– نحدد المتغيرات الأساسية والمتغيرات غير الأساسية للحل

3– نقرن بكل سطر i مضروب u_i، وبكل عمود j مضروب نسميه v_j فيكون : من أجل كل متغير أساسي x_{ij} لدينا :

$$u_i + v_j = c_{ij} \qquad (*)$$

حيث c_{ij} التكلفة من A_i إلى B_j

بما أن عدد المتغيرات الأساسية يكون $m + n - 1$ فإننا نحصل على $m + n - 1$ معادلة من الشكل السابق $(*)$ وبحل هذه المعادلات يجب أن نوجد قيم $u_i\ ,\ v_j$ والتي عندها $m + n$ لذلك لابد لنا نعطي أحد هذه المضاريب قيمة اختيارية ثم نحل هذه المعادلات وفق هذه القيمة.

بعد ايجاد القيم $u_i\ ,\ v_j$ فإنه من أجل كل متغير غير أساسي x_{ij} نحسب الكميات :

$$c_q = c_{ij} - u_i - v_j$$

وبشكل مشابه لطريقة الحجر المتحرك، أما إذا كانت إحدى هذه الكميات سالبة، فإنه يجب علينا ادخال متغير غير أساسي إلى مجموعة المتغيرات الأساسية وإخراج بدلا منه متغير أساسي، ويتم اختيار المتغير الأساسي الداخل بالطريقة السابقة نفسها.

مثال :

لنأخذ المثال السابق، حيث وجدنا الحل المبدئي وفق طريقة التكلفة الأقل كما هو مبين في الجدول الآتي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج		v_1	v_2	v_3	الكميات المتوفرة
		B_1	B_2	B_3	
u_1	A_1	2	4	0 150	150
u_2	A_2	{3,4.5}	{1,2} 200	{5,8}	200
u_3	A_3	6 155	2 120	4	325
u_4	A_4	1 25	7	9	25
الكميات المطلوبة		180	320	200	700 700

جدول رقم (5) جدول الحل المبدئي Z_1

وتكلفة النقل هي :

$$Z_1 = 1595$$

المتغيرات الأساسية هي :

$x_{13}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{41}$

والمتغيرات غير الأساسية هي :

$x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{23}, x_{42}, x_{43}$

المضاريب هي:

$$v_j \ ; j = 1,2,3 \quad \text{و} \quad u_i \ ; \mathrm{i} = 1,2,3,4$$

من أجل متغيرات القاعدة يكون لدينا :

من أجل x_{13}, لدينا $u_1 + v_3 = 0$

من أجل x_{22}, لدينا $u_2 + v_2 = \{1,2\}$

من أجل x_{31}, لدينا $u_3 + v_1 = 6$

من أجل x_{32}, لدينا $u_3 + v_2 = 2$

من أجل x_{33}, لدينا $u_3 + v_3 = 4$

من أجل x_{41}, لدينا $u_4 + v_1 = 1$

وهي ست معادلات فيها سبعة مجاهيل لحلها نفرض $u_1 = 0$ فنجد باقي المتحولات

$$u_1 = 0 \, , u_2 = 3 \, , u_3 = 4 \, , u_4 = -1$$
$$v_1 = 2 \, , v_2 = -2 \, , v_3 = 0$$

من أجل المتغيرات غير الأساسية يكون لدينا :

$$x_{12} , x_{21} , x_{23} , x_{42} , x_{43}$$

من أجل x_{11} يكون : $\bar{c}_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 2 - 0 - 2 = 0$

من أجل x_{12} يكون : $\bar{c}_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 4 - 0 + 2 = 6$

من أجل x_{21} يكون :

$$\bar{c}_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = \{3,4.5\} - 3 - 2 = \{-2 \, , -3.5\}$$

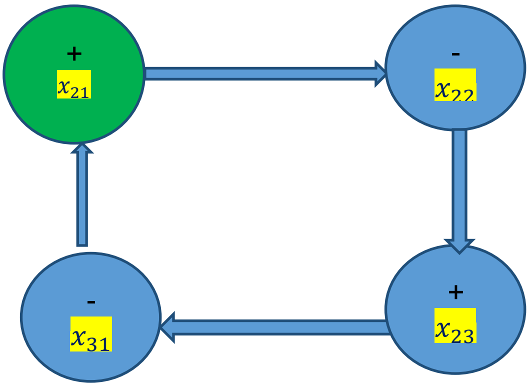
من أجل x_{23} يكون :

$$\bar{c}_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = \{5,8\} - 3 - 0 = \{2 \, ,5\}$$

من أجل x_{42} يكون : $\bar{c}_{42} = c_{42} - u_4 - v_2 = 7 + 1 + 2 = 10$

من أجل x_{43} يكون : $\bar{c}_{43} = c_{43} - u_4 - v_3 = 9 + 1 - 0 = 10$

نلاحظ أن الكمية $\bar{c}_{21} = -2$ هي مقدار سالب، ومن ثم فإن الحل المبدئي الذي حصلنا عليه ليس حلاً" أمثل، ولا بد لنا من تطوير هذا الحل، ومن أجل ذلك نشكل المسار المغلق للمتغير غير الأساسي x_{21} فنجده من الشكل :



الشكل (4) المسارات المغلق الممكن للمتغير غير الأساسي x_{21}

ندخل x_{21} إلى مجموعة المتغيرات الأساسية، وذلك بأن نعطيه القيمة $x_{21} = 155$ ونخرج المتغير x_{31} فيصبح متغيراً غير أساسي ومن ثم يصبح $x_{22} = 45$ و $x_{32} = 275$ فنحصل على الجدول الآتي :

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج		v_1	v_2	v_3	الكميات المتوفرة
		B_1	B_2	B_3	
u_1	A_1	2	4	0 150	150
u_2	A_2	$\{3,4.5\}$ 155	$\{1,2\}$ 45	$\{5,8\}$	200
u_3	A_3	6	2 275	4	325
u_4	A_4	1 25	7	9	25
الكميات المطلوبة		180	320	200	700 700

جدول رقم (6) الحل المطور Z_2

تكلفة النقل الجديدة هي :

$$Z_2 \in \{1285\,, 1330\,, 1517.5\,, 1562.5\,\}$$

$$\forall\, Z_2 \in \{1285\,, 1330\,, 1517.5\,, 1562.5\,\}$$
$$\Longrightarrow Z_2 < Z_1 \in \{1595,1795\}$$

هذا الحل أفضل من الحل السابق ولكن هل هو الحل الأمثل ؟

من أجل متغيرات القاعدة يكون لدينا :

من أجل x_{13} لدينا $u_1 + \; v_3 = 0$

من أجل x_{21}, لدينا $u_2 + \; v_1 = 3$

من أجل x_{22} لدينا $u_2 + v_2 = 1$

من أجل x_{32}, لدينا $u_3 + v_2 = 2$

من أجل x_{33}, لدينا $u_3 + v_3 = 4$

من أجل x_{41}, لدينا $u_4 + v_1 = 1$

نفرض $u_1 = 0$ ونحل جملة المعادلات نجد :

$u_3 = 4$ و $u_4 = 1$ و $v_3 = 0$

من أجل المتغيرات غير الأساسية يكون :

من أجل x_{11} يكون : $\bar{c}_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 2 - 0 - 0 = 2$

من أجل x_{12} يكون : $\bar{c}_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 4 - 0 + 2 = 6$

من أجل x_{23} يكون : $\bar{c}_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = \{5,8\} - 3 + 0 = \{2,5\}$

من أجل x_{31} يكون : $\bar{c}_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 6 - 4 - 0 = 2$

من أجل x_{42} يكون : $\bar{c}_{42} = c_{42} - u_4 - v_2 = 7 - 1 + 2 = 8$

من أجل x_{43} يكون : $\bar{c}_{43} = c_{43} - u_4 - v_3 = 9 - 1 - 0 = 8$

نلاحظ أن جميع الكميات $\bar{c}_{ij}$ هي كميات موجبة ومن ثم فإن الحل الذي حصلنا عليه هو حل أمثل والكلفة الأصغرية للنقل هي:

$$Z_2 \in \{1285 , 1330 , 1517.5 ,1562.5 \}$$

$$\forall\, Z_2 \in \{1285 , 1330 , 1517.5 ,1562.5 \} \Longrightarrow$$

$$Z_2 < Z_1 \in \{1595,1795\}$$

أي أن الحل الأمثل هو :

$$x_{13} = 150 \, , x_{21} = 155 \, , x_{22} = 45 \, ,$$

$$x_{32} = 275 \, , x_{33} = 50 \, , x_{41} = 25$$

وتكلفة النقل الأصغرية هي :

$$Z_2 \in \{1285 \, , 1330 \, , 1517.5 \, ,1562.5 \}$$

وهي قيمة نيتروسوفيكية يمكن أن تكون أي عنصر من المجموعة

$$\{1285 \, , 1330 \, , 1517.5 \, ,1562.5 \}$$

الفصل الرابع

نماذج النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن

4 – 1 – تمهيد.

4 – 2 – صياغة مسألة النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن.

4 – 3 – بناء النموذج الرياضي:

4 – 3 – 1 – النموذج المتوازن.

4 – 3 – 2 – النموذج غير المتوازن:

4 – 3 – 2 – 1 حالة فائض في الإنتاج.

4 – 3 – 2 – 2 – حالة عجز في الإنتاج.

4 – 4 – بناء النموذج الرياضي لنماذج النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن.

4 – 5 – طريقة خاصة لايجاد الحل الأمثل لنماذج النقل النيتروسوفيكة بأقصر زمن.

4 – 1 – تمهيد:

يلعب عامل الزمن دوراً مهماً في الكثير من المسائل ومن أهم هذه المسائل مسألة النقل، فعندما نكون بحاجة إلى نقل مواد سريعة العطب مثل الحليب – الأدوية – الدم.... أو وضع الخطط الحربية لتأمين مستلزمات المعركة من ذخائر – وأطعمة – وجنود.... بالسرعة القصوى، نكون بحاجة إلى دراسة علمية دقيقة تمكنا من تجنب الخسائر، لذلك قام الباحثون بدراسة نماذج النقل بأقصر زمن ممكن باستخدام قيم كلاسيكية والحل الأمثل لمثل هذه النماذج قيمة معرضة للزيادة أو النقصان لأنه لايوجد شيء مؤكد في الواقع الحقيقي فجميع نتائج الدراسات متعلقة بالظروف المحيطة للنظام قيد الدراسة، نظراً لحساسية هذه المسائل كان لابد من إعادة صياغتها وفق علم يأخذ الحالات جميعها التي يمكن أن يمر بها النظام لنتمكن من أخذ جميع الاحتياطات الممكنة التي تساعدنا على التقليل من الخسائر وتأمين المطلوب بأقصر زمن ممكن.

4 – 2 – صياغة مسألة النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن:

نص المسألة:

نفرض أننا نريد نقل إحدى المواد من مراكز الإنتاج A_i حيث $i = 1,2,\dots,m$ التي طاقاتها الإنتاجية هي $Na_1, Na_2, \dots, Na_m$ على الترتيب إلى مراكز الاستهلاك B_j حيث $j = 1,2,\dots,n$ التي حاجاتها $Nb_1, Nb_2, \dots, Nb_n$ هي على الترتيب، ولتكن مصفوفة الأزمنة اللازمة لنقل الكمية المناسبة من المركز i إلى المركز j معلومة وتساوي $NT = [Nt_{ij}]$ ، المطلوب صياغة النموذج

الرياضي المناسب لنقل جميع الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج وتلبية حاجات جميع مراكز الاستهلاك بأقصر زمن.

من أجل بناء النموذج الرياضي المناسب نرمز بـ Nx_{ij} للكمية المنقولة من مركز الإنتاج i حيث $i = 1,2,\dots,m$ إلى مركز الاستهلاك j حيث $j = 1,2,\dots,n$ عندها نستطيع وضع مجاهيل المسألة بالشكل المصفوفي $NX = [Nx_{ij}]$ ثم نضع المعلومات الواردة في المسألة بجدول كالآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	…	B_{n}	الكميات المتوفرة
A_1	Nt_{11} Nx_{11}	Nt_{12} Nx_{12}	Nt_{13} Nx_{13}	…	Nt_{1n} Nx_{1n}	Na_1
A_2	Nt_{21} Nx_{21}	Nt_{22} Nx_{22}	Nt_{23} Nx_{23}	…	Nt_{2n} Nx_{2n}	Na_2
A_3	Nt_{31} Nx_{31}	Nt_{32} Nx_{32}	Nt_{33} Nx_{33}	…	Nt_{3n} Nx_{3n}	Na_3
…	…	…	…	…	…	…
A_{m}	Nt_{m1} Nx_{m1}	Nt_{m2} Nx_{m2}	Nt_{m3} Nx_{m3}	…	Nt_{mn} Nx_{mn}	Na_{m}
الكميات المطلوبة	Nb_1	Nb_2	Nb_3	…	Nb_{n}	

جدول رقم (1) معطيات مسألة النقل بأقصر زمن

4 – 3 – بناء النموذج الرياضي:

لبناء النموذج الرياضي نقارن بين مجموع الكميات المتوفرة ومجموع الكميات المطلوبة نجد:

4 – 3 – 1 – النموذج متوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i = \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

4 – 3 – 2 – النموذج غير المتوازن أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i \neq \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

4 – 3 – 2 – 1 – حالة فائض في الانتاج:

الكميات المنتجة أكبر من الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i > \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

نحول هذا النموذج إلى نموذج متوازن بإضافة مركز استهلاكي وهمي حاجته:

$$Nb_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} Na_i - \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

4 – 3 – 2 – 2 – حالة عجز في الإنتاج:

الكميات المنتجة أقل من الكميات المطلوبة أي:

$$\sum_{i=1}^{m} Na_i < \sum_{j=1}^{n} Nb_j$$

نحول النموذج إلى نموذج متوازن بإضافة مركز إنتاجي وهمي طاقته الإنتاجية:

$$Na_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} Nb_i - \sum_{i=1}^{m} Na_i$$

وفي الحالتين $(b \ \& \ a)$ حالة فائض في الإنتاج وحالة عجز في الإنتاج نحصل على نموذج متوازن.

4 – 4 - بناء النموذج الرياضي لنماذج النقل النيتروسوفيكية بأقصر زمن:

رمزنا للكمية المنقولة من المركز i إلى المركز j بالرمز Nx_{ij} عندها فإن هذه المتحولات يجب أن تحقق الشروط الآتية:

$$\sum_{j=1}^{n} Nx_{ij} = \mathrm{N}a_i \qquad (i = 1,2, \dots , m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} Nx_{ij} = Nb_j \qquad (j = 1,2, \dots , n)$$

$$Nx_{ij} \geq 0 \quad (i = 1,2, \dots , m) \, , (j = 1,2, \dots , n)$$

وفي هذه النماذج إن تابع الهدف لايمكن صياغته بتابع رياضي لذلك نقوم باستخلاص أهم صفاته وخواصه وذلك بالمناقشة:

لايجاد الحل الأمثل لأي نموذج نقل علينا ايجاد قيم المجاهيل

$$Nx_{ij} \ ; \ (i = 1,2, \dots , m) \, , (j = 1,2, \dots , n)$$

نعلم أن أي حل أمثل يتضمن n+m-1 متحولاً قاعدياً غير معدوم ومقابل هذا الحل يوجد جملة من الأزمنة سنرمز لها بـ $\left[Nt_{ij}\right]_X$ وهي تمثل المدة الزمنية اللازمة لنقل كامل المواد المتوفرة في جميع مراكز الإنتاج وتلبية حاجة جميع مراكز الاستهلاك، يكون الزمن اللازم لإنهاء عملية النقل والذي سنرمز له بـ Nt_x مقابل لأكبر عنصر من عناصر المصفوفة $\left[Nt_{ij}\right]_X$ أي يجب أن يحقق العلاقة التالية:

$$Nt_x = Max_{i,j}\left[Nt_{ij}\right]_X$$

بما أنه لدينا عدد كبير من الحلول المقبولة فإن الحل الأمثل يعطى بالعلاقة التالية:

$$Nt_x^* = MinNt_x = Min(Max_{i,j}\left[Nt_{ij}\right]_X)$$

هذا يعني أننا نقوم بحل النموذج بدون تابع هدف نحصل على حل مبدئي ثم نحدد جملة الأعداد من المصفوفة $\left[Nt_{ij}\right]_X$ المقابلة لهذا الحل المبدئي.

ملاحظة 1:

اذا كانت المسألة غير متوازنة وعند إضافة مركز إنتاجي وهمي أو مركز استهلاكي وهمي فإننا نحدد الزمن وفق ما يلي:

بما أن الزمن اللازم لإنهاء عملية النقل يحقق العلاقة التالية:

$$Nt_x = Max_{i,j}\left[Nt_{ij}\right]_X$$

لذلك نأخذ الزمن اللازم لنقل الكميات المتوفرة في هذا المركز الإنتاجي الوهمي إلى جميع مراكز الاستهلاك يساوي الصفر ونأخذ الزمن اللازم لنقل الكميات من جميع مراكز الإنتاج إلى المركز الاستهلاكي الوهمي يساوي الصفر.

ملاحظة 2:

حتى يكون نموذج النقل نموذج نقل نيتروسوفيكي يجب أن تكون إحدى المعطيات الواردة في الجدول رقم (1) على الأقل قيمة نيتروسوفيكية.

4 – 5 – طريقة خاصة لايجاد الحل الأمثل لنماذج النقل النيتروسوفيكة بأقصر زمن:

الطريقة العامة المتبعة للحصول على أصغر زمن للنقل هي التنقل من حل مبدئي نيتروسوفيكي إلى حل مبدئي أخر باستخدام طريقة السيمبلكس لحل النماذج الخطية النيتروسوفيكية ويكون الهدف هو جعل أكبر العناصر Nt_x في المصفوفة $NT = \left[Nt_{ij}\right]_X$ أصغر ما يمكن.

سنقدم في هذا الفصل طريقة خاصة لحل نماذج النقل النيتروسوفيكية بحسب الزمن نوضحها بالمثال الآتي:

مثال:

أربع معامل للأدوية توزع إنتاجها من أحد الأنواع على ثلاث صيدليات إن الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة والأزمنة اللازمة لنقلها موضحة بالجدول الآتي:

مراكزالاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	الكميات المطلوبة
A_1	[1 ,1.5] Nx_{11}	[2 ,2.4] Nx_{12}	6 Nx_{13}	11
A_2	[3 ,3.2] Nx_{21}	8 Nx_{22}	[1 ,1.5] Nx_{23}	9
A_3	[7 ,7.5] Nx_{31}	10 Nx_{32}	[4 ,4.6] Nx_{33}	13
A_4	12 Nx_{41}	8 Nx_{42}	[5 ,5.1] Nx_{43}	17
الكميات المتوفرة	18	10	12	40 / 40

جدول رقم (2) معطيات المثال

1 – نبحث عن أصغر زمن في الحجر (i, j) فنجد أنه موجود في حجرتين $(1, 1)$ و $(3, 2)$:

$$Min(Nt_{ij)} = Nt_{11} = Nt_{32} = [1,1.5]$$

نرمز بـ Ω_1 لجميع حجر الجدول عدا الحجرتين $(1, 1)$ و $(2, 3)$.

2 – نشبع الحجرتين المقابلتين لهما $(1, 1)$ و $(2, 3)$ ثم نضع في الحجر الاخرى $(*)$ نحصل على الجدول الآتي:

مراكز الاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	الكميات المطلوبة
A_1	11	*	*	11
A_2	*	*	9	9
A_3	*	*	*	13
A_4	*	*	*	7
الكميات المتوفرة	18	10	12	40 / 40

جدول رقم (3) الخطوة الأولى

الحل الأول هو $x_{11}^{(1)} = 11 , x_{23}^{(1)} = 9$ وهو يعبر عن إجمالي الكميات المنقولة ويساوي $x_{ij} = 11 + 9 = 20$ وهي كمية أقل من الكمية المطلوبة لذلك الحل الزمني الذي انطلقنا منه والمؤلف من $Nt_{11} = Nt_{23} \in [1,1.5]$ وهو حل غير مثالي للمسألة المطروحة.

3 – من حجر المجموعة Ω_1 نبحث عن أصغر زمن نجد:

$$\Omega_1 = \{ [3 ,3.2], [7 ,7.5], 12, [2 ,2.4], 8,10,8,6, [4 ,4.6], [5 ,5.1] \}$$

$$\min_{\Omega_1}\left(Nt_{ij}\right) = Min\{[3 ,3.2], [7 ,7.5], 12, [2 ,2.4], 8,10,8,6, [4 ,4.6], [5 ,5.1]\} \in [2 ,2.4]$$

أي أن أصـغر زمـن هـو $Nt_{12} \in [2 ,2.4]$ هـذا يعنـي أنـه يجـب علينـا نقـل الكميات المتوفرة في المركز الإنتاجي A_1 إلى مركز الاستهلاك B_2 وهذا غير ممكن لأن المركز A_1 لم يعد يحوي أي كمية وعليه فإن هذه الخطوة غير مفيدة

4 – نشكل المجموعة:

$$\Omega_2 = \{ [3 ,3.2], [7 ,7.5], 12,8,10,8,6, [4 ,4.6], [5 ,5.1] \}$$

وهي المجموعة الناتجة عن Ω_1 بعد حذف $Nt_{12} \in [2 ,2.4]$ ونختار من Ω_2 أصغر زمن نجد:

$$\min_{\Omega_2}(Nt_{ij}) = Min\{[3 ,3.2], [7 ,7.5], 12,8,10,8,6, [4 ,4.6], [5 ,5.1]\} \in [3 ,3.2]$$

أي أن أصـغر زمـن هـو $Nt_{21} \in [3 ,3.2]$ هـذا يعنـي أنـه يجـب علينـا نقـل الكميات المتوفرة في المركز الإنتاجي A_2 إلى مركز الاستهلاك B_1 وهذا غير ممكن لأن المركز A_2 لم يعد يحوي أي كمية وعليه فإن هذه الخطوة أيضا" غير مفيدة

5 – نشكل المجموعة $\Omega_3 = \{[7 ,7.5], 12,8,10,8,6, [4 ,4.6], [5 ,5.1] \}$

وهي المجموعة الناتجة عن Ω_2 بعد حذف $Nt_{21} \in [3 ,3.2]$ ونختار من Ω_3 أصغر زمن نجد

$$\min_{\Omega_3}(Nt_{ij}) = Min\{[7 ,7.5], 12,8,10,8,6, [4 ,4.6], [5 ,5.1]\} \in [4 ,4.6]$$

أي أن أصـغر زمـن هـو $Nt_{33} \in [4 ,4.6]$ هـذا يعنـي أنـه يجـب علينـا نقـل الكميات المتوفرة في المركز الإنتاجي A_3 إلى مركز الاستهلاك B_3 أي نضع

$x_{33} = 12$ وعليه يجب أن نزيح الكمية الموجودة في الحجرة (2,3) ذات الزمن [1 ,1.5] إلى حجرة ذات زمن يليها مباشرة وتقع في نفس السطر أي إلى الحجرة (2,1) ذات الزمن [3 ,3.2] ونضع $x_{21} = 9$ ثم نجري عملية توازن للكميات التي تم توزيعها وهنا يتوجب علينا إنقاص الكمية الموجودة في الحجرة x_{11} تصبح $x_{11} = 9$ ونضع الكمية التي تم إنقاصها في الحجرة ذات أقل زمن يلي مباشرة الزمن الموجود في تلك الحجرة وفي نفس السطر أي في الحجرة (1,2) نحصل على $x_{12} = 2$ من هذه الخطوة نحصل على التوزيع التالي:

$$x_{11} = 9 \text{ ،} x_{12} = 2 \text{ ،} x_{21} = 9 \text{ ،} x_{33} = 12$$

ولكن هذا الحل غير مثالي لأن مجموع الكميات التي تم توزيعها لايساوي 40 اجمالي الكميات المتوفرة أي أن الزمن $Nt_{33} \in [4 ,4.6]$ ليس أقصر زمن، نتابع بالطريقة نفسها في المرة الثامنة نتوصل إلى التوزيع الموضح بالجدول الآتي:

مراكزالاستهلاك / مراكز الانتاج	B_1	B_2	B_3	الكميات المطلوبة
A_1	1	10	*	11
A_2	9	*	*	9
A_3	8	*	5	13
A_4	*	*	7	7
الكميات المتوفرة	18	10	12	40 / 40

جدول رقم (4) الحل الأمثل

والمقابلة للزمن [7 ,7.5] $Min(Nt_{ij}) = Nt_{31} \in [7\ ,7.5]$ ومقابل هذا الزمن يكون قد تم نقل كامل الكميات المتوفرة في مراكز الإنتاج وتم تلبية حاجات جميع مراكز الاستهلاكي، الحل المثالي:

$$x_{43} = 7 \text{ ،} x_{33} = 5 \text{ ،} x_{12} = 10 \text{ ،} x_{31} = 8 \text{ ،} x_{21} = 9 \text{ ،} x_{11} = 1$$

وباقي المتغيرات تساوي الصفر

أقصر زمن:

$$Nt^{*} = Nt_{31} \in [7\ ,7.5]$$

تجدر الإشارة إلى أنه تم طرح وحل نفس المثال وفق المنطق الكلاسيكي ، وكانت معطيات المسألة كما في الجدول الآتي:

الكميات المتوفرة والكميات المطلوبة والأزمنة اللازمة لنقلها موضحة بالجدول الآتي:

مراكزالاستهلاك / **مراكز الانتاج**	B_1	B_2	B_3	**الكميات المطلوبة**
A_1	1 Nx_{11}	2 Nx_{12}	6 Nx_{13}	11
A_2	3 Nx_{21}	8 Nx_{22}	1 Nx_{23}	9
A_3	7 Nx_{31}	10 Nx_{32}	4 Nx_{33}	13
A_4	12 Nx_{41}	8 Nx_{42}	5 Nx_{43}	7
الكميات المتوفرة	18	10	12	40 / 40

جدول رقم (2) معطيات المثال وفق المنطق الكلاسيكي

وكان الحل الأمثل كما يلي:

$$Min(t_{ij}) = t_{31} = 7$$

ومقابل هذا الزمن يكون قد تم نقل كامل الكميات المتوفرة في مراكز الانتاج وتم تلبية حاجات جميع مراكز الاستهلاكي، الحل الأمثل:

$x_{11} = 1$ ،$x_{21} = 9$ ،$x_{31} = 8$ ،$x_{12} = 10$ ،$x_{33} = 5$ ،$x_{43} = 7$

باقي المتغيرات يساوي الصفر، وأقصر زمن هو $t^* = t_{31} = 7$

الفصل الخامس

التخصيص الأمثل النيتروسوفيكي والطريقة الهنغارية

5 – 1 – تمهيد.

5 – 2 – مسائل التخصيص القياسية:

5 – 3 – صياغة مسألة التخصيص القياسية النيتروسوفيكية من نوع تقليل.

5 – 4 – بناء النموذج الرياضي لمسألة التخصيص القياسية (البيانات قيم كلاسيكية).

5 – 5 – بناء النموذج الرياضي لمسألة التخصيص القياسية (البيانات قيم نيتروسوفيكية):

5 – 6 – الطريقة الهنغارية النيتروسوفيكية.

5 – 7 – مسألة تخصيص قياسية والتكلفة قيم نيتروسوفيكية.

5 – 8 – خطوات الطريقة الهنغارية.

5 – 9 – ملاحظات هامة.

5 – 1 – تمهيد:

تعد مسائل التخصيص حالة خاصة من مسائل البرمجة الخطية تهتم بالتخصيص الأمثل لمختلف الموارد الاقتصادية والإنتاجية والبشرية على مختلف الأعمال المراد انجازها، و نصادفها كثيراً في الحياة العملية في المؤسسات التعليمية – والمستشفيات – والمشاريع الانشائية...الخ. فمن أجل الحصول على تخصيص أمثل يحقق أعظم ربح وأقل خسارة في جميع الظروف التي يمكن أن تمر فيها بيئة العمل نقدم في هذا الفصل مسألة التخصيص الأمثل النيتروسوفيكية والطريقة الهنغارية النيتروسوفيكية.

5 – 2 – مسائل التخصيص القياسية:

في هذه المسائل يكون عدد الآلات أو الأشخاص يساوي عدد الأعمال.

سنأخذ التكاليف أو الربح قيم نيتروسوفيكية أي أن تكلفة (أو الربح العائد) من تخصيص الآلة أو الشخص i لإنجاز العمل j هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$ حيث ε_{ij} هو اللاتحديد على التكلفة وقد يكون أي جوار للقيمة الحقيقة c_{ij} التي نحصل عليها أثناء جمع البيانات عن المسألة، أي

$$\varepsilon_{ij} \in \{\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}\} \quad \text{أو} \quad \varepsilon_{ij} \in [\lambda_{1ij}, \lambda_{2ij}]$$

عندها تصبح مصفوفة التكلفة (أو الربح) $Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$

5 – 3 – صياغة مسألة التخصيص القياسية النيتروسوفيكية من نوع تقليل:

إذا كان لدينا n آلة نرمز لها بـ $M_1, M_2, \dots, M_n$ ولدينا مجموعة من الأعمال مؤلفة من $\boldsymbol{n}$ عمل مختلف نرمز لها $N_1, N_2, \dots, N_n$ ونريد تخصيص الآلات لإنجاز هذه الأعمال حيث أن تكلفة إنجاز أي عمل j على الآلة i هي

$Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$. بفرض أن أي آلة تستطيع انجاز عمل واحد فقط، المطلوب ايجاد التخصيص الأمثل بحيث تكون التكلفة أصغر ما يمكن.

بناء النموذج الرياضي:

نفرض

$$\boldsymbol{x_{ij}} = \begin{cases} 1 & \text{إذا أسند االعمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{إ ذ ا لم يسند العمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \end{cases} \; ; i,j = 1,2,3,4$$

عندها يكتب تابع الهدف كما يلي:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} \pm \varepsilon) x_{ij}$$

الشروط على الآلات: بما أن كل آلة تقبل عمل واحد فقط نجد :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \; ; i = 1,2, \dots, n$$

الشروط على الأعمال: بما أن كل عمل يسند إلى آلة واحدة فقط نجد:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \; ; j = 1,2, \dots, n$$

نحصل على النموذج الرياضي النيتروسوفيكي الآتي:

أوجد

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} \pm \varepsilon) x_{ij} \to Min$$

الشروط:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \; ; i = 1,2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \; ; j = 1,2, \dots, n$$

5 – 4 – بناء النموذج الرياضي لمسألة التخصيص القياسية (البيانات قيم كلاسيكية):

مثال(1):

نريد ايجاد التخصيص الأمثل لأربعة أعمال على أربع الآت وتعطى تكلفة التخصيص بالجدول الآتي:

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3	N_4
M_1	10	9	8	7
M_2	3	4	5	6
M_3	2	1	1	2
M_4	4	3	5	6

الجدول رقم (1) جدول تكلفة التخصيص القيم كلاسيكية

لبناء النموذج الرياضي الخطي نفرض

$$\boldsymbol{x_{ij}} = \begin{cases} 1 & \text{إذا أسند االعمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{إ ذ ا لم يسند العمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \end{cases} \; ; i, j = 1,2,3,4$$

باستخدام بيانات المسألة نحصل على تابع الهدف الآتي:

$$\begin{aligned} Z = 10x_{11} + 9x_{12} + 8x_{13} + 7x_{14} + 3x_{21} + 4x_{22} + 5x_{23} \\ + 6x_{24} + 2x_{31} + x_{32} + x_{33} + 2x_{34} + 4x_{41} \\ + 3x_{42} + 5x_{43} + 6x_{44} \end{aligned}$$

شروط الآلات:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=1$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=1$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=1$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=1$$

شروط الأعمال:

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=1$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=1$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=1$$
$$x_{14}++x_{24}+x_{34}+x_{44}=1$$

النموذج الرياضي :

أوجد

$$\begin{aligned}Z=10x_{11}+9x_{12}+8x_{13}+7x_{14}+3x_{21}+4x_{22}+5x_{23}\\+6x_{24}+2x_{31}+x_{32}+x_{33}+2x_{34}+4x_{41}\\+3x_{42}+5x_{43}+6x_{44}\rightarrow Min\end{aligned}$$

الشروط:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=1$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=1$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=1$$
$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=1$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=1$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=1$$
$$x_{14}++x_{24}+x_{34}+x_{44}=1$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{إذا أسند االعمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{إ ذ ا لم يسند العمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \end{cases} \; ; i,j = 1,2,3,4$$

في النموذج السابق شيء من اللاتحديد في عملية التخصيص فنحن لانعلم أي آلة ستقوم بانجاز عمل ما، بالإضافة إلى ذلك سنقوم أيضا باستخدام البيانات النيتروسوفيكية، سنأخذ التكلفة قيم نيتروسوفيكية أي تكلفة تخصيص الآلة $\boldsymbol{i}$ لانجاز العمل $\boldsymbol{j}$ هي $Nc_{ij} = c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$، حيث ε_{ij} هو اللاتحديد ويكون

$\varepsilon_{ij} = [\lambda_{\text{ij}1}, \lambda_{ij2}]$ أو $\varepsilon_{ij} = \{\lambda_{\text{ij}1}, \lambda_{\text{ij}2}\}$ أو غير ذلك

وهي عبارة عن أي جوار للقيمة $\boldsymbol{c_{ij}}$ عندها تصبح مصفوفة التكلفة

$Nc_{ij} = [c_{ij} \pm \varepsilon_{ij}]$.

5 – 5 – بناء النموذج الرياضي لمسألة التخصيص القياسية (البيانات قيم نيتروسوفيكية):

مثال(2):

نريد إيجاد التخصيص الأمثل لأربعة أعمال على أربع آلات وتعطى تكلفة التخصيص بالجدول الآتي:

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3	N_4
M_1	$10+\varepsilon_{11}$	$9+\varepsilon_{12}$	$8+\varepsilon_{13}$	$7+\varepsilon_{14}$
M_2	$3+\varepsilon_{21}$	$4+\varepsilon_{22}$	$5+\varepsilon_{23}$	$6+\varepsilon_{24}$
M_3	$2+\varepsilon_{31}$	$1+\varepsilon_{32}$	$1+\varepsilon_{33}$	$2+\varepsilon_{34}$
M_4	$4+\varepsilon_{41}$	$3+\varepsilon_{42}$	$5+\varepsilon_{43}$	$6+\varepsilon_{44}$

الجدول رقم (2) جدول تكلفة التخصيص بعض القيم نيتروسوفيكية

حيث $\boldsymbol{\varepsilon_{ij}}$ هي اللاتحديد على تكاليف التخصيص، يمكن أن تكون أي جوار للقيم الواردة في الجدول رقم (1)

بناء النموذج الرياضي الخطي:

نفرض

$$\boldsymbol{x_{ij}} = \begin{cases} 1 & \text{إذا أسند االعمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{إ ذ ا لم يسند العمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \end{cases} \quad ; i,j = 1,2,3,4$$

باستخدام بيانات المسألة نحصل على تابع الهدف الآتي:

$$\begin{aligned} Z = {} & (10+\varepsilon_{11})x_{11} + (9+\varepsilon_{12})x_{12} + (8+\varepsilon_{13})x_{13} + (7 \\ & + \varepsilon_{14})x_{14} + (3+\varepsilon_{21})x_{21} + (4+\varepsilon_{22})x_{22} + (\,5 \\ & + \varepsilon_{23})x_{23} + (6+\varepsilon_{24})x_{24} + (2+\varepsilon_{31})x_{31} \\ & + (1+\varepsilon_{32})x_{32} + (1+\varepsilon_{33})x_{33} + (2+\varepsilon_{34})x_{34} \\ & + (4+\varepsilon_{41})x_{41} + (3+\varepsilon_{42})x_{42} + (5+\varepsilon_{43})x_{43} \\ & + (6+\varepsilon_{44})x_{44} \end{aligned}$$

شروط الآلات:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=1$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=1$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=1$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=1$$

شروط الأعمال:

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=1$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=1$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=1$$
$$x_{14}++x_{24}+x_{34}+x_{44}=1$$

النموذج الرياضي:

أوجد

$$\begin{aligned} Z=(10+\varepsilon_{11})x_{11}+(9+\varepsilon_{12})x_{12}+(8+\varepsilon_{13})x_{13}+(7 \\ +\varepsilon_{14})x_{14}+(3+\varepsilon_{21})x_{21}+(4+\varepsilon_{22})x_{22}+(5 \\ +\varepsilon_{23})x_{23}+(6+\varepsilon_{24})x_{24}+(2+\varepsilon_{31})x_{31} \\ +(1+\varepsilon_{32})x_{32}+(1+\varepsilon_{33})x_{33}+(2+\varepsilon_{34})x_{34} \\ +(4+\varepsilon_{41})x_{41}+(3+\varepsilon_{42})x_{42}+(5+\varepsilon_{43})x_{43} \\ +(6+\varepsilon_{44})x_{44}\to Min \end{aligned}$$

الشروط:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=1$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=1$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=1$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=1$$
$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=1$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$$
$$x_{14} + +x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1$$

$$\boldsymbol{x_{ij}} = \begin{cases} 1 & \text{إذا أسند االعمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{إ ذ ا لم يسند العمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \end{cases} ;\, i, j = 1,2,3,4$$

5 – 6 – الطريقة الهنغارية النيتروسوفيكية:

بما أن عدد الأعمال مساو لعدد الآلات فالمسألة هي مسألة تخصيص قياسية، ويمكن الحصول على الحل الأمثل باستخدام طرق عدة ندرس منها في هذا الكتاب الطريقة الهنغارية.

سميت هذه الطريقة بهذا الاسم نسبة إلى العالم الذي أوجدها وهو الرياضي **D.Konig**. مبدؤها يعتمد على ايجاد مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية

The Total- opportunity-cost Matrix

تعتمد هذه الطريقة على خاصية رياضية اكتشفها العالم **D.Konig**، إذا كانت التكلفة قيم غير سالبة فإن طرح أو جمع عدد ثابت من عناصر أي سطر أو أي عمود في مصفوفة تكلفة التخصيص القياسية لا يؤثر على التخصيص الأمثل وبالتحديد لا يؤثر على القيم المثلى x_{ij}.

تبدأ الخوارزمية بتحديد أصغر عنصر في كل سطر و نطرحه من جميع عناصر السطر، أو بتحديد أصغر عنصر في كل عمود ونطرحه من جميع عناصر ذلك العمود، نحصل على مصفوفة تكلفة جديدة تضم على الأقل عنصراً واحداً يساوي الصفر في كل سطر أو عمود. نقوم بعملية التخصيص باستخدام الخلايا ذات

التكلفة المساوية للصفر، إن أمكن بذلك نكون قد حصلنا على التخصيص الأمثل ولهذا التخصيص عناصر تكلفة (c_{ij}) غير سالبة، لذا لا يمكن أن تكون القيمة الأصغرية لتابع الهدف $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}$ أصغر من الصفر.

سنقوم باستخدام ما سبق لايجاد التخصيص الأمثل للمسألة الواردة في المثال(2) بالاعتماد على المعلومات التالية :

نأخذ اللاتحديد $\varepsilon_{ij} = \varepsilon \in [0\,,5]$ تصبح المسألة كما يلي:

5 – 7 – مسألة تخصيص قياسية والتكلفة قيم نيتروسوفيكية:

مثال(3):

نريد ايجاد التخصيص الأمثل لأربعة أعمال على أربع الآت وتعطى تكلفة التخصيص بالجدول الآتي:

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3	N_4
M_1	[10,15]	[9 ,14]	[8 ,13]	[7 ,12]
M_2	[3 , 8]	[4 , 9]	[5 ,10]	[6 ,11]
M_3	[2 , 7]	[1,6]	[1,6]	[2 , 7]
M_4	[4 , 9]	[3 , 8]	[5 ,10]	[6 ,11]

الجدول رقم (3) جدول تكلفة التخصيص القيم نيتروسوفيكية

عندها يكتب النموذج الرياضي كما يلي:

أوجد

$$\begin{aligned} Z = {} & [10,15]x_{11} + [9\ ,14]x_{12} + [8\ ,13]x_{13} + [7\ ,12]x_{14} \\ & + [3\ ,8]x_{21} + [4\ ,9]x_{22} + [5\ ,10]x_{23} \\ & + [6\ ,11]x_{24} + [2\ ,7]x_{31} + [1\ ,6]x_{32} + [1\ ,6]x_{33} \\ & + [2\ ,7]x_{34} + [4\ ,9]x_{41} + [3\ ,8]x_{42} + [5\ ,10]x_{43} \\ & + [6\ ,11]x_{44} \to Min \end{aligned}$$

الشروط:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$$
$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$$
$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$$
$$x_{14} + +x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1$$

$$\boldsymbol{x_{ij}} = \begin{cases} 1 & \text{إذا أسند االعمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{إ ذ ا لم يسند العمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \end{cases} ;\ i, j = 1,2,3,4$$

الحل:

من جدول البيانات رقم **(3)** الآتي:

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3	N_4
M_1	[10,15]	[9 ,14]	[8 ,13]	[7 ,12]
M_2	[3 , 8]	[4 , 9]	[5 ,10]	[6 ,11]
M_3	[2 , 7]	[1,6]	[1,6]	[2 , 7]
M_4	[4 , 9]	[3 , 8]	[5 ,10]	[6 ,11]

الجدول رقم (4) جدول تكلفة التخصيص القيم نيتروسوفيكية

نشكل مصفوفة تكلفة الفرصة بالنسبة للأسطر كما يلي:

في السطر الأول أقل تكلفة هي [7,12] نطرحها من جميع عناصر السطر الأول

في السطر الثاني أقل تكلفة هي [3 , 8] نطرحها من جميع عناصر السطر الثاني

في السطر الثالث أقل تكلفة هي [1,6] نطرحها من جميع عناصر السطر الثالث

في السطر الرابع أقل تكلفة هي [3 , 8] نطرحها من جميع عناصر السطر الرابع

نحصل على مصفوفة تكلفة الفرصة للأسطر التالية:

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3	N_4
M_1	3	2	1	0
M_2	0	1	2	3
M_3	1	0	0	1
M_4	1	0	2	3

الجدول رقم (5) جدول مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية

نحاول إجراء التخصيص باستخدام الخلايا ذات التكلفة المساوية للصفر نجد:

تخصص الآلة M_1 لإنجاز العمل N_4

تخصص الآلة M_2 لإنجاز العمل N_1

تخصص الآلة M_3 لإنجاز العمل N_3

تخصص الآلة M_4 لإنجاز العمل N_2

بذلك نكون قد حصلنا على التخصيص الأمثل وتكون التكلفة الأصغرية :

$$Z \in [10,15] \times 0 + [9,14] \times 0 + [8,13] \times 0 + [7,12] \times 1 + [3,8] \times 1 + [4,9] \times 0 + [5,10] \times 0 + [6,11] \times 0 + [2,7] \times 0 + [1,6] \times 0 + [1,6] \times 1 + [2,7] \times 0 + [4,9] \times 0 + [3,8] \times 1 + [5,10] \times 0 + [6,11] \times 0$$

$$Z \in [7,12] + [3,8] + [1,6] + [3,8] = [14,34]$$

اي أن التخصيص الأمثل هو:

تخصص الآلة M_1 لانجاز العمل N_4

تخصص الآلة M_2 لانجاز العمل N_1

تخصص الآلة M_3 لانجاز العمل N_3

تخصص الآلة M_4 لانجاز العمل N_2

يقابله تكلفة

$$Z \in [14,34]$$

5 – 8 – خطوات الطريقة الهنغارية:

1- نحدد أصغر عنصر في كل سطر ونطرحه من باقي عناصر ذلك السطر وبذلك نحصل على مصفوفة جديدة هي مصفوفة تكلفة الفرصة بالنسبة للأسطر.

2- نحدد أصغر عنصر في كل عمود من أعمدة مصفوفة تكلفة الفرصة بالنسبة للأسطر ونطرحه من عناصر ذلك العمود بذلك نحصل على مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية.

3- نرسم أقل عدد ممكن من الخطوط المستقيمة الأفقية والرأسية لتمر بكل العناصر الصفرية في مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية.

4- إذا كان عدد الخطوط المستقيمة المرسومة المارة بالعناصر الصفرية مساويا" لعدد الأسطر (الأعمدة)، عندئذ نقول بأننا وصلنا إلى التخصيص الأمثل

5- أما كان عدد الخطوط المستقيمة المارة بالعناصر الصفرية أقل من عدد الأسطر (عدد الأعمدة) عندئذ ننتقل إلى الخطوة التالية.

6- نختار العنصر الأقل من العناصر التي لم يمر بها أي خط مستقيم ونطرحه من كل العناصر التي لم يمر بها أي خط ثم نضيفه إلى جميع العناصر التي تقع على تقاطع خطين وتبقى العناصر التي مرت بها الخطوط المستقيمة كما هي دون أي تغير. نحصل على مصفوفة جديدة ندعوها مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية المعدلة.

7- نرسم خطوط مستقيمة رأسية وأفقية تمر بجميع العناصر الصفرية في مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية المعدلة، فإذا كان عدد الخطوط المستقيمة المرسومة المارة

بالعناصر الصفرية مساويا لعدد الأسطر (الأعمدة)، عندئذ نكون قد وصلنا إلى الحل التخصيص الأمثل.

8- أما إذا كان عدد الخطوط لا يساوي عدد الأسطر (الأعمدة) نعود إلى الخطوة (1) و نكرر الخطوات السابقة حتى نصل إلى التخصيص الأمثل الذي يجعل تكلفة الفرصة الكلية مساوية للصفر.

مثال(4):

لدينا ثلاث آلات N_1, N_2, N_3 وثلاثة أعمال M_1 , M_2, M_3 إن كل عمل يمكن أن ينجز بشكل كامل باستخدام أي آلة من الآلات الثلاثة وبالمقابل كل آلة يمكن أن تنجز أي عمل من الأعمال الثلاثة أيضاً

المطلوب هو تخصيص هذه الآت على الأعمال الموجودة بحيث نحصل على التخصيص الأمثل أي التخصيص الذي يعطينا أقل تكلفة، علماً بأن تكاليف انجاز هذه الأعمال تختلف تبعاً لاختلاف الآلة التي نفذت العمل وهذه التكلفة متعلقة بأداء كل عمل ومبينة بالجدول الآتي:

الأعمال / **الآلات**	N_1	N_2	N_3
M_1	[20,23]	[27,30]	[30,33]
M_2	[10,13]	[18,21]	[16,19]
M_3	[14,17]	[16,19]	[12,15]

الجدول رقم (5) جدول تكلفة التخصيص القيم نيتروسوفيكية بيانات المثال

النموذج الرياضي:

أوجد:

$$Z \in [20,23]x_{11} + [27,30]x_{12} + [30,33]x_{13} + [10,13]x_{21} + [18,21]x_{22} + [16,19]x_{23} + [14,17]x_{31} + [16,19]x_{32} + [12,15]x_{33} \to Min$$

الشروط:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1$$
$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1$$

$$\boldsymbol{x_{ij}} = \begin{cases} 1 & \text{إذا أسند االعمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \\ 0 & \text{إ ذ ا لم يسند العمل } \boldsymbol{j} \text{ إلى الآلة } \boldsymbol{i} \end{cases} ;\ i, j = 1,2,3,4$$

لإيجاد التخصيص الأمثل باستخدام الطريقة الهنغارية نأخذ الجدول رقم **(5)** الآتي:

الأعمال / الالات	N_1	N_2	N_3
M_1	$[20,23]$	$[27,30]$	$[30,33]$
M_2	$[10,13]$	$[18,21]$	$[16,19]$
M_3	$[14,17]$	$[16,19]$	$[12,15]$

الجدول رقم (6) جدول تكلفة التخصيص القيم نيتروسوفيكية بيانات المثال

-1

في السطر الأول أقل تكلفة هي [20,23] نطرحها من جميع عناصر السطر الأول

في السطر الثاني أقل تكلفة هي [10,13] نطرحها من جميع عناصر السطر الثاني

في السطر الثالث أقل تكلفة هي [12,15] نطرحها من جميع عناصر السطر الثالث

نحصل على جدول تكلفة الفرصة للأسطر

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3
M_1	0	7	10
M_2	0	8	6
M_3	2	4	0

الجدول رقم (7) مصفوفة تكلفة الفرصة للأسطر

2-

في العمود الأول أقل تكلفة هي 0 نطرحها من جميع عناصر العمود الأول

في العمود الثاني أقل تكلفة هي 4 نطرحها من جميع عناصر العمود الثاني

في العمود الثالث أقل تكلفة هي 0 نطرحها من جميع عناصر العمود الثالث

نحصل على الجدول تكلفة الفرصة للأسطر:

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3
M_1	0	3	10
M_2	0	4	6
M_3	2	0	0

الجدول رقم (8) مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية

3- نرسم أقل عدد ممكن من الخطوط المستقيمة الأفقية والرأسية لتمر بكل العناصر الصفرية في مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية

4- إذا كان عدد الخطوط المستقيمة المرسومة المارة بالعناصر الصفرية مساويا لعدد الأسطر أو الأعمدة، عندئذ نقول بأننا وصلنا إلى الحل الأمثل (التخصيص الأمثل)

5- إذا كان عدد الخطوط المستقيمة المارة بالعناصر الصفرية أقل من عدد الأسطر أو عدد الأعمدة عندئذ ننتقل إلى الخطوة الثالثة

الأعمال / الآلات	N_1	N_2	N_3
M_1	0	3	10
M_2	0	4	6
M_3	2	0	0

الجدول رقم (9) مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية

نلاحظ أن عدد الخطوط أقل من عدد الأسطر أو عدد الأعمدة ننتقل الى (6)

6- نختار العنصر الأقل من العناصر التي لم يمر بها أي خط مستقيم هنا أقل عنصر هو (3) نطرحه من باقي العناصر التي لم يمر بها أي خط من الخطوط المرسومة ونضيف هذا العنصر إلى جميع العناصر الواقعة على تقاطع مستقيمين من الخطوط المستقيمة المرسومة وتبقى العناصر التي مرت بها الخطوط المستقيمة كما هي دون أي تغير ثم نرسم خطوط مستقيمة رأسية وأفقية تمر بجميع العناصر الصفرية في مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية المعدلة نحصل على:

7-

الأعمال / الالات	N_1	N_2	N_3
M_1	0	0	7
M_2	0	1	3
M_3	5	0	0

الجدول رقم (10) مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية المعدلة

8- إذا كان عدد الخطوط المرسومة يساوي عدد الأسطر (الأعمدة) نكون قد توصلنا الى التخصيص الأمثل هنا نلاحظ أنه مساوي أي وصلنا الى التخصيص الأمثل وهو كما يلي:

في العمود الثالث لدينا الخلية الصفرية الوحيدة هي M_3N_3 لذلك تخصص الآلة الثالثة لإنجاز العمل الثالث نحذف السطر الثالث والعمود الثالث نحصل على الجدول الآتي:

الأعمال / الآلات	N_1	N_2
M_1	0	0
M_2	0	1

بالطريقة نفسها تخصص الآلة الأولى لإنجاز العمل الثاني M_1N_2

ويبقى لدينا الآلة الثانية تخصص لإنجاز العمل الأول M_2N_1

وتكون التكلفة الكلية الأصغرية:

$$\begin{aligned} Z \in [20,23] \times 0 + [27,30] \times 1 + [30,33] \times 0 + [10,13] \times 1 \\ + [18,21] \times 0 + [16,19] \times 0 + [14,17] \times 0 \\ + [16,19] \times 0 + [12,15] \times 1 \end{aligned}$$

$$Z \in [27,30] + [10,13] + [12,15] = [49,58]$$

أي أن التخصيص الأمثل هو:

تخصص الآلة M_1 لإنجاز العمل N_2

تخصص الآلة M_2 لإنجاز العمل N_1

تخصص الآلة M_3 لإنجاز العمل N_3

يقابله تكلفة:

$$Z \in [49\,,58]$$

5 – 9 – ملاحظات هامة:

ملاحظة 1:

يمكن تحديد مصفوفة تكلفة الفرصة الكلية المذكورة بإيجاد مصفوفة تكلفة الفرصة للأعمدة أولاً وذلك بطرح أصغر عنصر بكل عمود من كل عنصر من عناصر العمود ومن ثم ايجاد أصغر عنصر بالنسبة لكل سطر من أسطر مصفوفة تكلفة الفرصة بالنسبة للأعمدة وطرحه من كل عنصر من عناصر ذلك السطر وبذلك نحصل على تكلفة الفرصة الكلية للأعمدة

ملاحظة 2:

عند دراسة مسائل التخصيص الأمثل نصادف الآتي:

1– لدينا نوعان من مسائل التخصيص بحسب تابع الهدف:

النوع الأول: الهدف الحصول على قيمة أصغرية لتابع الهدف وهنا تكلفة إنجاز أي عمل من قبل آلة أو شخص معلوم لدينا وهدفنا الحصول على تكلفة إجمالية أصغر ما يمكن

النوع الثاني: يكون الهدف الحصول على قيمة أعظمية لتابع الهدف وهنا الربح العائد من انجاز أي عمل من قبل آلة أو شخص معلوم لدينا وهدفنا الحصول على ربح إجمالي أعظم ما يمكن

وفي هذا النوع نحول المسألة إلى النوع الأول وفق الخطوات التالية:

a. نضرب عناصر مصفوفة التكلفة بالقيمة (-1)

b. إذا كانت بعض عناصر المصفوفة سالبة فإننا نجمع عددا" موجبا كافيا" إلى الأسطر والأعمدة المقابلة بحيث تصبح كل العناصر غير سالبة

c. عندئذ تصبح المسألة مسألة تخصيص ونحن نريد أن نجعل فيها تابع الهدف أصغرياً وتكون جميع عناصر مصفوفة التكلفة غير سالبة لذلك نستطيع تطبيق الطريقة الهنغارية

2- لدينا نوعان من مسائل التخصيص حسب عدد الأعمال وعدد الآلات أو الأشخاص:

درسنا في هذا الفصل مسائل التخصيص القياسية تجدر الإشارة إلى مسائل تخصيص لا قياسية في هذه المسائل عدد الأعمال لا يساوي عدد الآلات أو الأشخاص وهنا نحولها إلى مسائل قياسية بإضافة عمل وهمي أو آلة (شخص) وهمي ونجعل التكلفة مساوية للصفر بحيث لا يتغير تابع الهدف ثم نبني النموذج الرياضي كما في النماذج القياسية.

References

1- Alali. Ibrahim Muhammad, Operations Research. Tishreen University Publications, 2004. (Arabic version).
2- Bugaha J.S , Mualla.W , Nayfeh.M , Murad.H , Al-Awar.M.N - Operations Research Translator into Arabic ,The Arab Center for Arabization, Translation, Authoring and Publishing,Damascus,1998.(Arabic version).
3- Al Hamid .M, Mathematical programming, Aleppo University, Syria, 2010. (Arabic version).
4- Maissam Jdid, Operations Research, Faculty of Informatics Engineering, Al-Sham Private University Publications, 2021. (Arabic version).
5- Wael Khansa- Ola Abu Amsha. Operations Research (1), Faculty of Informatics Engineering - Damascus University Publications, 2005.
6- DavidG. Luenbrgrr.YinyuYe, Linear and Nonlinear Programming, Springer Science + Business Media-2015.
7- Zadeh, L. A., Fuzzy Sets. Inform. Control 8 (1965).
8- Smarandache, F., Introduction to Neutrosophic statistics, Sitech & Education Publishing, 2014.
9- Maissam Jdid, AA Salama, Huda E Khalid ,Neutrosophic Handling of the Simplex Direct Algorithm to Define the Optimal Solution in Linear Programming ,International Journal of Neutrosophic Science, Vol.18,No. 1, 2022
10- Maissam Jdid, Huda E Khalid ,Mysterious Neutrosophic Linear Models, International Journal of Neutrosophic Science, Vol.18,No. 2, 2022

11- Maissam Jdid, Huda E Khalid, An Investigation in the Initial Solution for Neutrosophic Transportation Problems (NTP),Neutrosophic sets and Systems NSS , Vol.50,2022

12- Maissam Jdid , Huda E. Khalid ,Neutrosophic Mathematical formulas of Transportation Problems, Neutrosophic sets and Systems ,NSS , Vol .51,2022

13- Maissam Jdid, The Use of Neutrosophic linear Programming Method in the Field of Education, Handbook of Research on the Applications of Neutrosophic Sets Theory and Their Extensions in Education, Chapter 15, IGI-Global,2023

14- Maissam Jdid, Florentin Smarandache, Optimal Neutrosophic Assignment and the Hungarian Method, Neutrosophic Sets and Systems ,NSS,Vol.57,2023

15- Maissam Jdid, Studying Transport Models with the Shortest Time According to the Neutrosophic Logic, Journal Neutrosophic Sets and Systems ,NSS Vol, 58, 2023.

المدقق اللغوي

د. وجدان محمداه

مواليد: سورية . حمص

الإقامة الحالية: دمشق

البريد الإلكتروني: w.m.foit@aspu.edu.sy

wejdanmohamadah@gmail.com

- دكتوراه في الآداب . قسم اللغة العربية . اختصاص: أدب المقارن، جامعة البعث.
- ماجستير في الآداب . قسم اللغة العربية . جامعة البعث.
- دبلوم الدراسات العليا . قسم اللغة العربية . اختصاص: أدب المقارن . جامعة البعث.
- إجازة في اللغة العربية وآدابها . جامعة البعث.

وجدان محمداه - Google Scholar

https://www.facebook.com/profile.php?id=100052525322008&mibextid=ZbWKwL

https://www.linkedin.com/in/%D8%AF-%D9%88%D8%AC%D8%AF%D8%A7%D9%86-%D9%85%D8%AD%D9%85%D8%AF%D8%A7%D9%87-61b731286

المدقق العلمي

د. منتجب الحسن

Faculty of Science, Al-Baath University , Homs, Syria

Email: alhasanmountajab@gmail.com

مواليد: حمص في اليوم الثامن والعشرين من شهر تشرين ثاني عام 1966.

الشهادة العلمية: دكتوراه (Ph.D) في العلوم الرياضية (ميكانيك أوساط مستمرة) من جامعة فروتسواف للعلوم والتكنولوجيا – بولندا.

مكان العمل الحالي: عضو هيئة تدريسية في قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة البعث منذ عام 2003.

أماكن عمل سابقة:

- محاضر في جامعة الحواش الخاصة منذ عام 2020 حتى 2023.
- محاضر في كلية العلوم بجامعة حماه منذ عام 2021 حتى 2023.
- محاضر في كلية العلوم بجامعة طرطوس منذ عام 2016 حتى عام 2022 .
- أستاذ مشارك زائر في كلية الاقتصاد في جامعة البعث (فرع حماه) من 2009 حتى 2011.
- أستاذ مشارك زائر في كلية الهندسة الكهربائية جامعة حلب في العامين 2004 و2005.
- ناشر 43 بحث علمي في مجلات محكمة محلية وخارجية.
- مشرف على 21 رسالة ماجستير ودكتوراه في قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة البعث.

المدقق العلمي

خليفة بن زايدالشقصي

Department of Mathematical and Physical Sciences,
College of Arts and Sciences
University of Nizwa, Nizwa , Oman
Khalifa.alshaqsi@unizwa.edu.om

من مواليد: بهلاء في اليوم السادس عشر من شهر ديسمبر عام 1976

المنشاء : بهلاء

الشهادة العلمية: دكتوراه (PhD) في التحليل المركب من الجامعة الوطنية الماليزية.

مكان العمل الحالي: عضو هيئة تدريس في جامعة نزوى – كلية العلوم والآداب – قسم العلوم الرياضية والفيزيائية منذ 2020م

مكان العمل السابقة : عضو هيئة تدريس – جامعة التقنية والعلوم التطبيقية – الكلية التقنية بنزوى 2013–2020م

معلم ومشرف تربوي رياضيات – وزارة التربية والتعليم 1999 – 2013.

المدقق العلمي

د. ندى عادل نبيه

Dr Nada A. Nabeeh

مدرس كلية الحاسبات و المعلومات

قسم نظم المعلومات

جمهورية مصر العربية جامعة المنصورة

nadaadel@mans.edu.eg

بكالوريوس من جامعة المنصورة (ممتاز مع مرتبة الشرف الأول) في عام 2011. ماجستير، في نظم المعلومات جامعة المنصورة في عام 2015. دكتوراه، في نظم المعلومات من جامعة المنصورة في عام 2019. أكثر من عشر سنوات من الخبرة في التدريس والبحث العلمي. الوظيفة الحالية مدرس في كلية الحاسبات و المعلومات جامعة المنصورة في مصر.

الاهتمامات البحثية:

مجموعات نيوتروسوفيك؛ التعلم الآلي؛ أنظمة دعم القرار؛ صنع القرار متعدد المعايير؛ الصناعة 4.0؛ البيانات الضخمة؛ المدينة الذكية؛ إنترنت الأشياء؛ الشبكات العصبية، الذكاء الاصطناعي؛ الخوارزميات التطورية.

قائمة المؤلفات:

- الاختيار الأمثل لموقع مصنع إعادة تدوير البطاريات: الاستراتيجيات والتحديات. ٢٠٢٣
- نموذج نيوتروسوفيك للكشف عن أعطال المركبات.٢٠٢٣
- نموذج تحليل المركبات الكهربائية للبيئة المستدامة في تحفيز المواطنين. ٢٠٢٣
- نموذج نيوتروسوفيك لاختيار منصة البلوكشين على أساس SWARA وWSM، ٢٠٢٣
- تقييم إنتاج التوائم الرقمية استنادا إلى تقنية البلوكشين.٢٠٢٢.
- تحليل مقارن لمنهجية هجينة جديدة باستخدام نظرية نيوتروسوفيك مع MCDM لاختيار التصنيع" 2022
- نموذج تقييم نيوتروسوفي لتكنولوجيا البلوكشين في إدارة سلسلة التوريد، " 2022
- نموذج لتقييم التصنيف الائتماني الأخضر وتأثيره على أداء الاستدامة.٢٠٢١
- إطار ذكي يستخدم التقنيات التخريبية لتحليل COVID-19. (2021).
- نهج نيوتروصوفي هجين من DEMATEL مع AR-DEA في اختيار التكنولوجيا، ٢٠٢٠.
- نهج هجين من نيوتروسوفيك مع MULTIMOORA في تطبيق اختيار الموظفين. ٢٠٢٠.
- منهجية جديدة لتقييم خدمة المستشفى وفقاً ل BWM، MABAC، PROMETHEE II ٢٠٢٠.
- نهج متكامل نيوتروصوفي- توبسيس وتطبيقه على اختيار الموظفين: اتجاه جديد في معالجة الدماغ وتحليله 2019.
- نهج صنع القرار متعدد المعايير للنيوتروصوف للمؤسسات القائمة على إنترنت الأشياء 2019.
- استخدام النظرية العدلية لحل الصعوبات الانتقالية للمؤسسات القائمة على إنترنت الأشياء2019.

NEUTROSOPHIC TRANSPORT AND ASSIENMENT

ISBN 978-1-59973-770-6

2022 – 2023